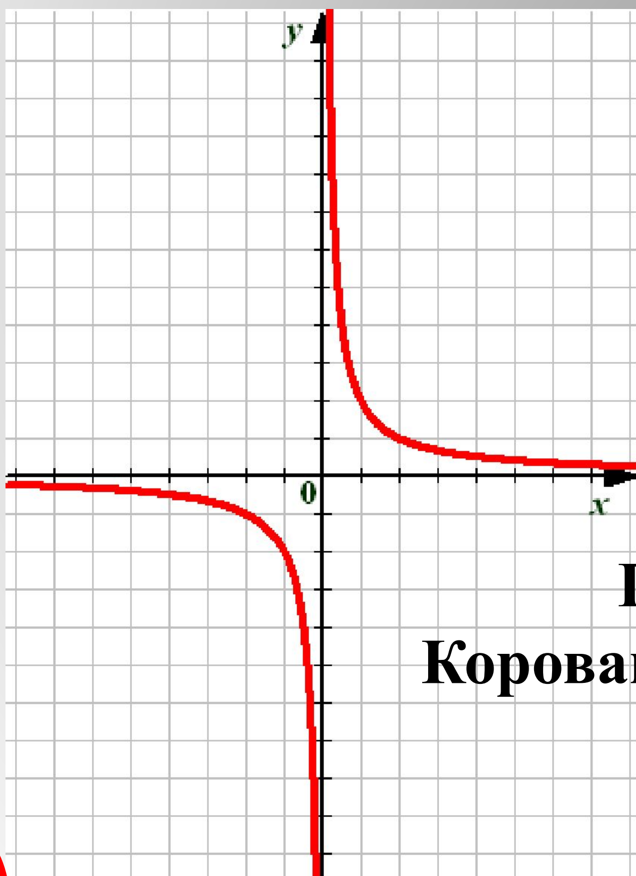
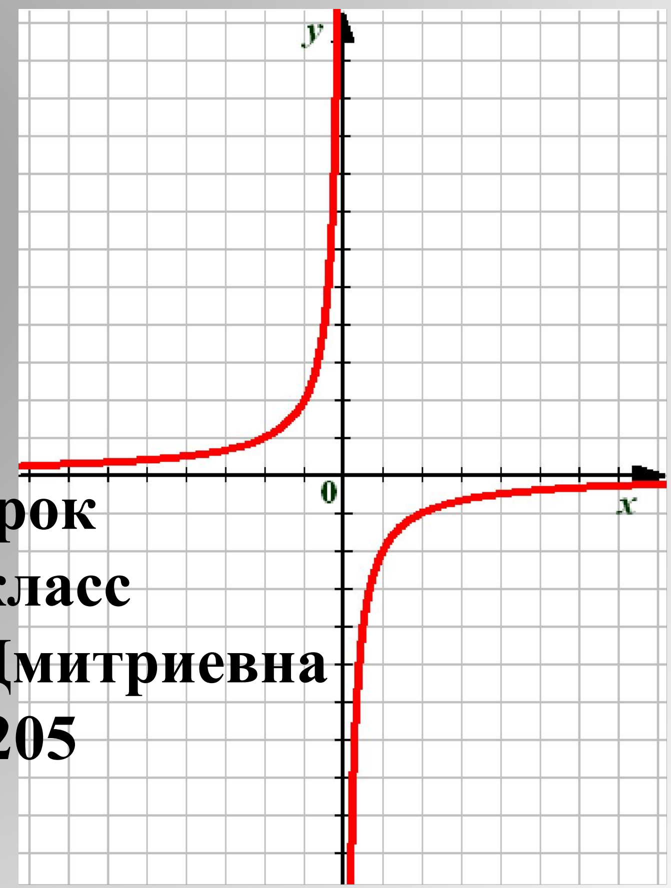
Функция $y = \dfrac{k}{x}$ и её график.





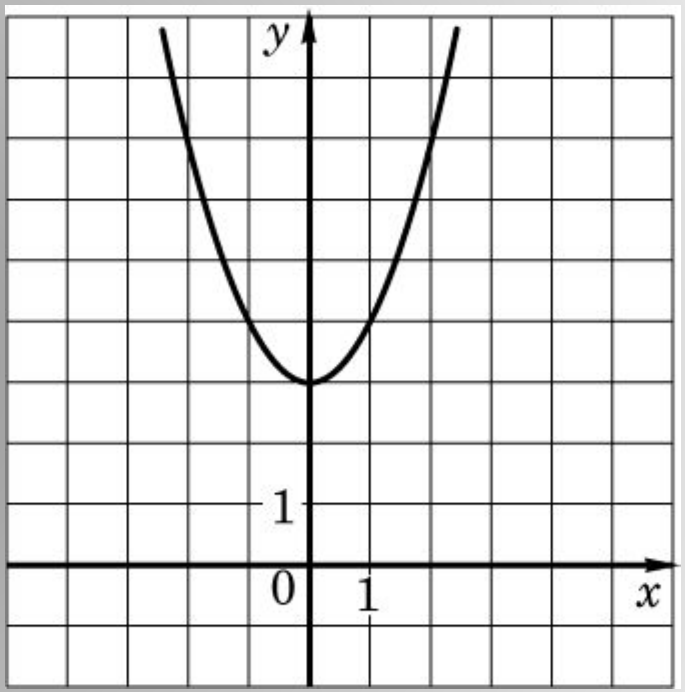
Открытый урок
По алгебре 9 класс
Коровашкова Алла Дмитриевна
гимназия№205
2011г.

График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

м $y = x^2+3$

о $y = x^2+3x$

д $y = -x^2-3$

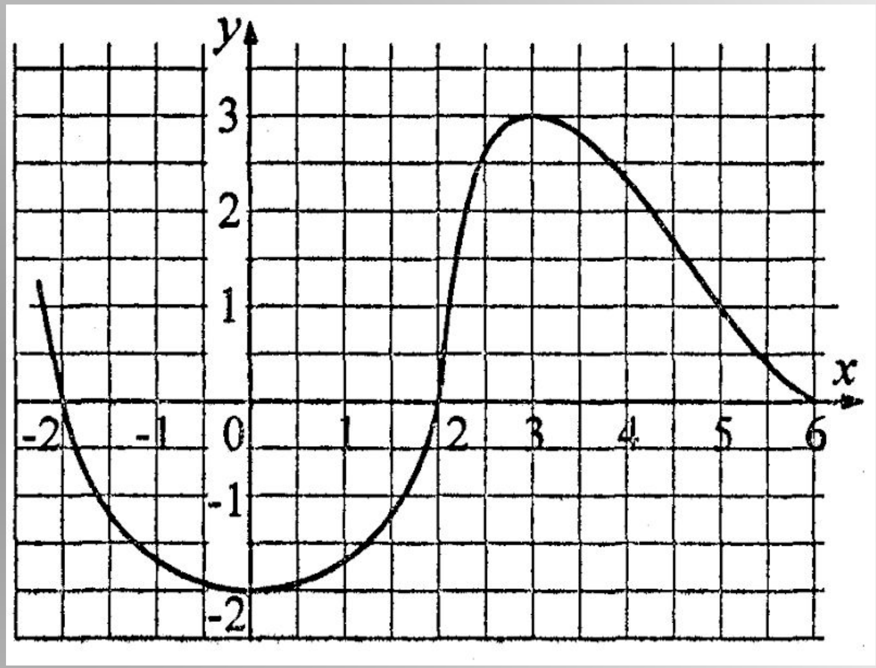


По графику функции определите промежуток, в котором функция возрастает.

ф [-2;3]

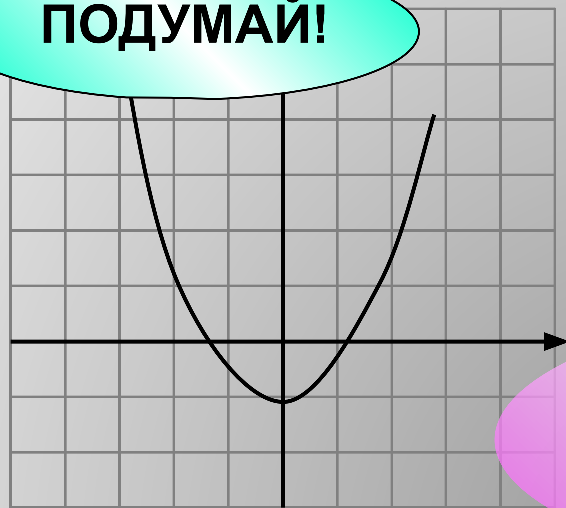
е [0;3]

а [-2;3]



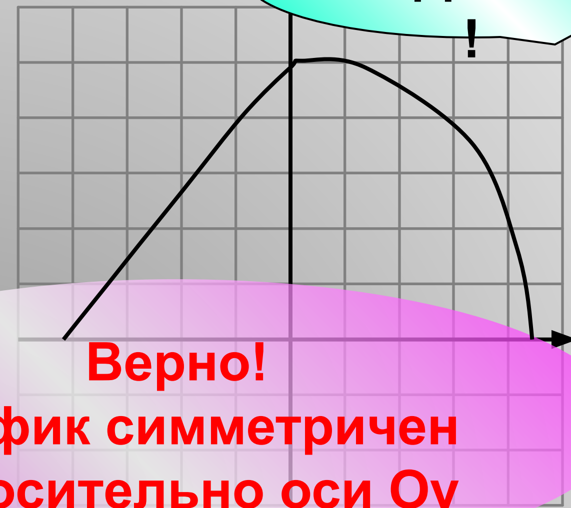
Укажите график четной функции.

ПОДУМАЙ!



п

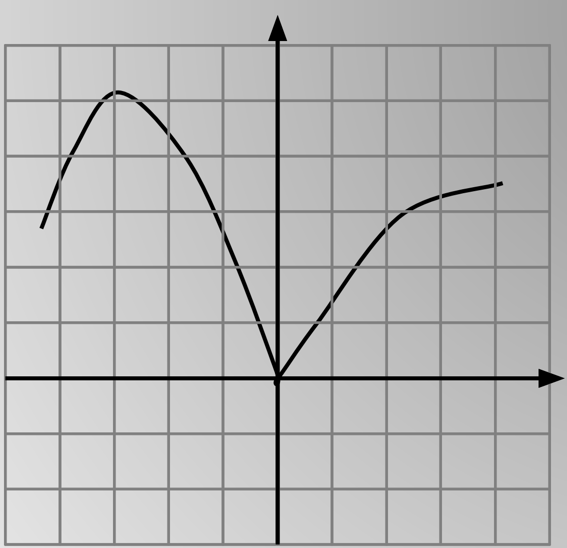
ПОДУМАЙ
!



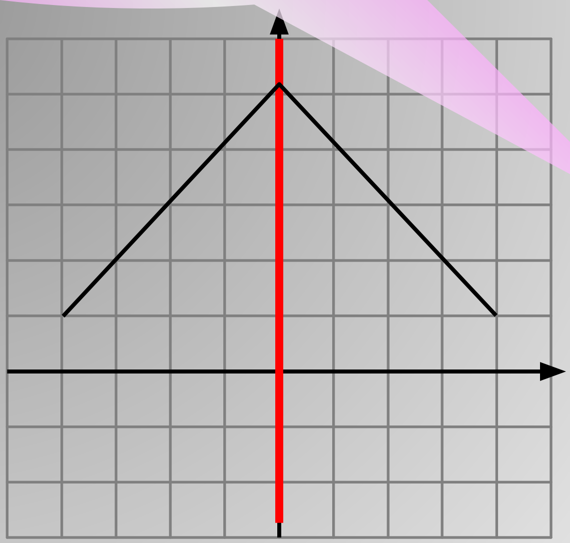
ж

Верно!
График симметричен
относительно оси Оу

р

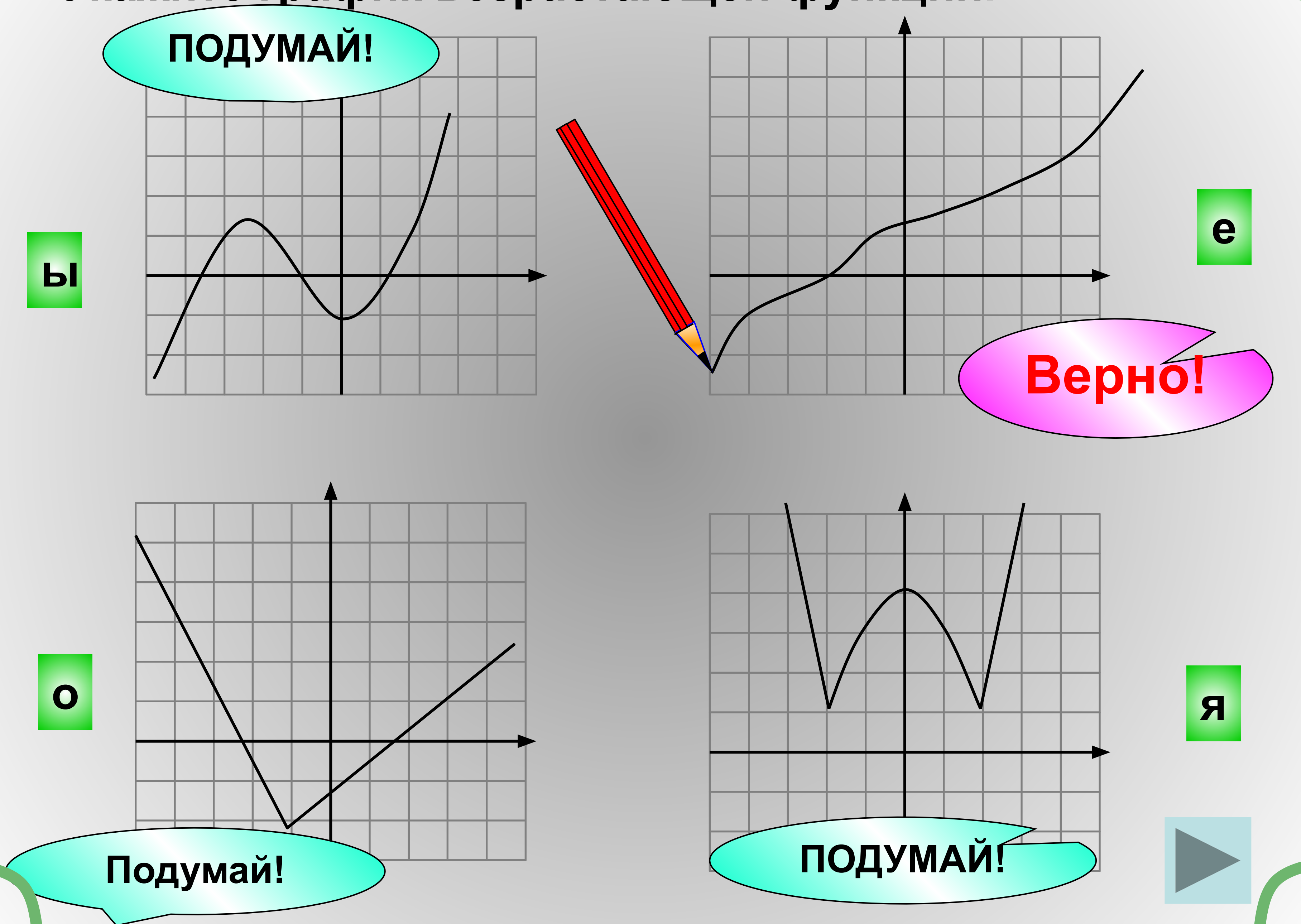


ПОДУМАЙ!



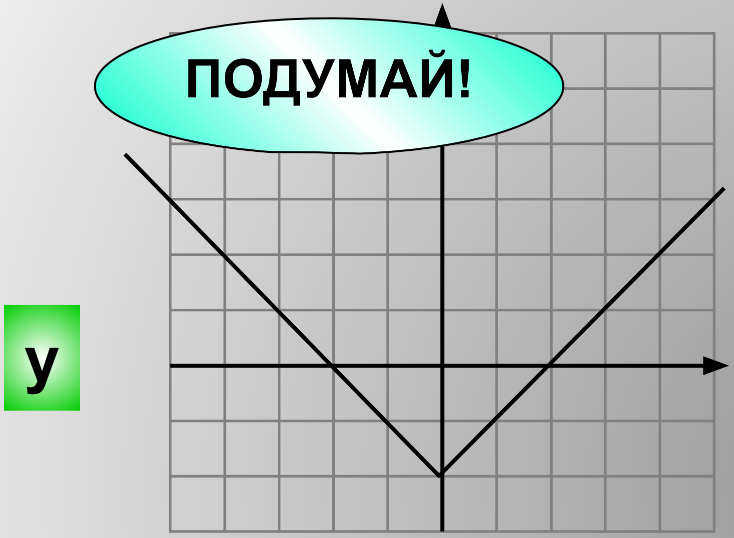
н

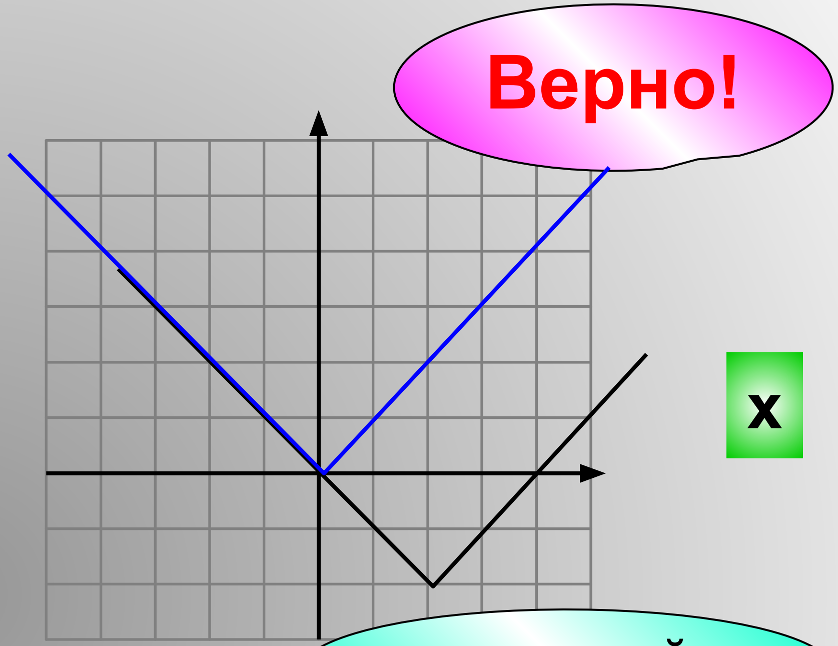
Укажите график возрастающей функции.

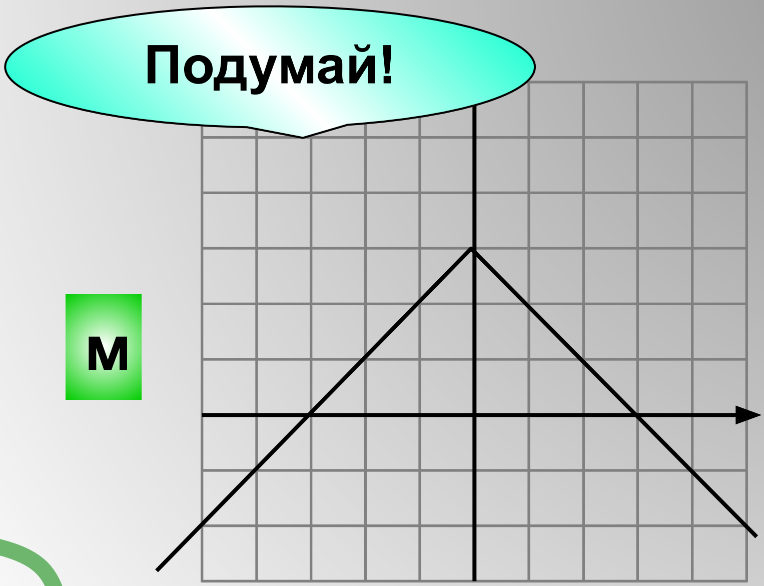


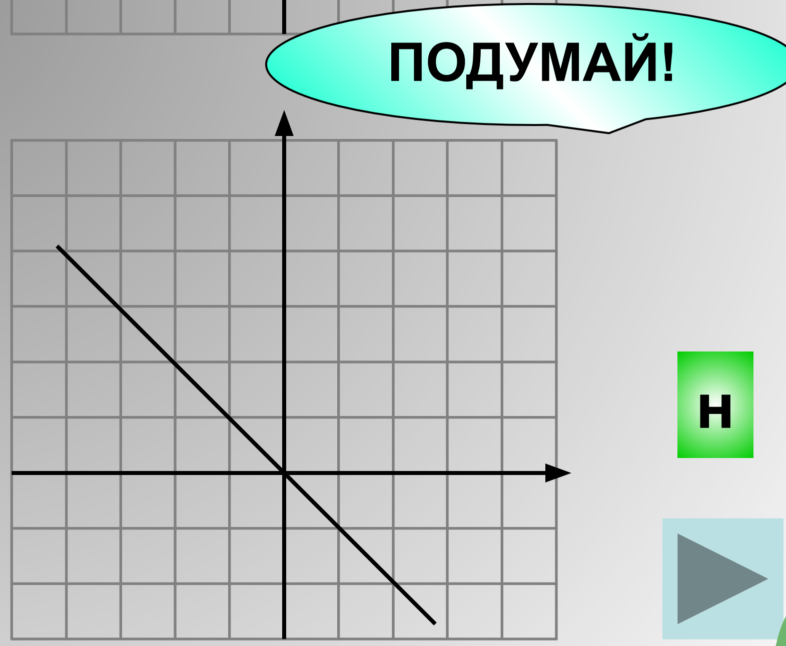
Укажите график функции, заданной формулой

$y = |x - 2| - 2$





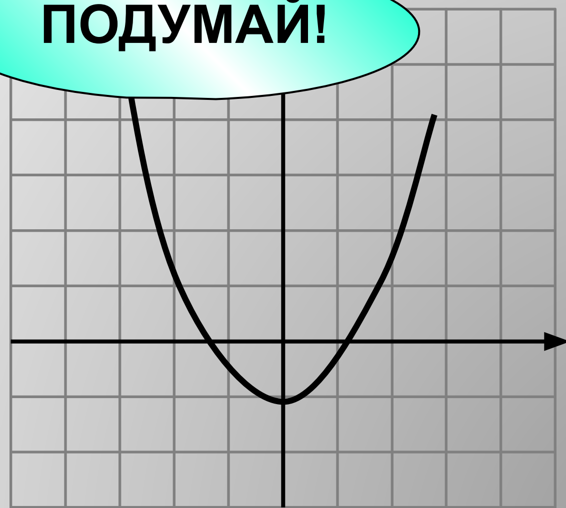




Укажите график нечетной функции.

ПОДУМАЙ!

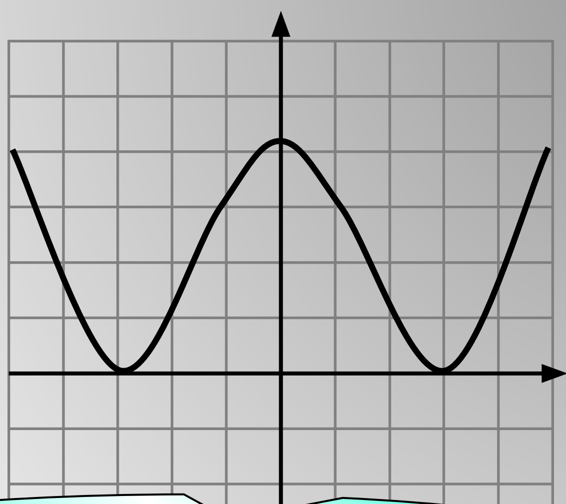
к



Верно!
График симметричен
относительно точки О

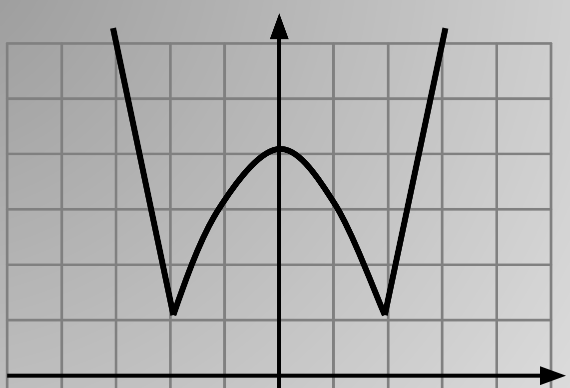
м

с



Это четная функция!

е



Это четная функция!

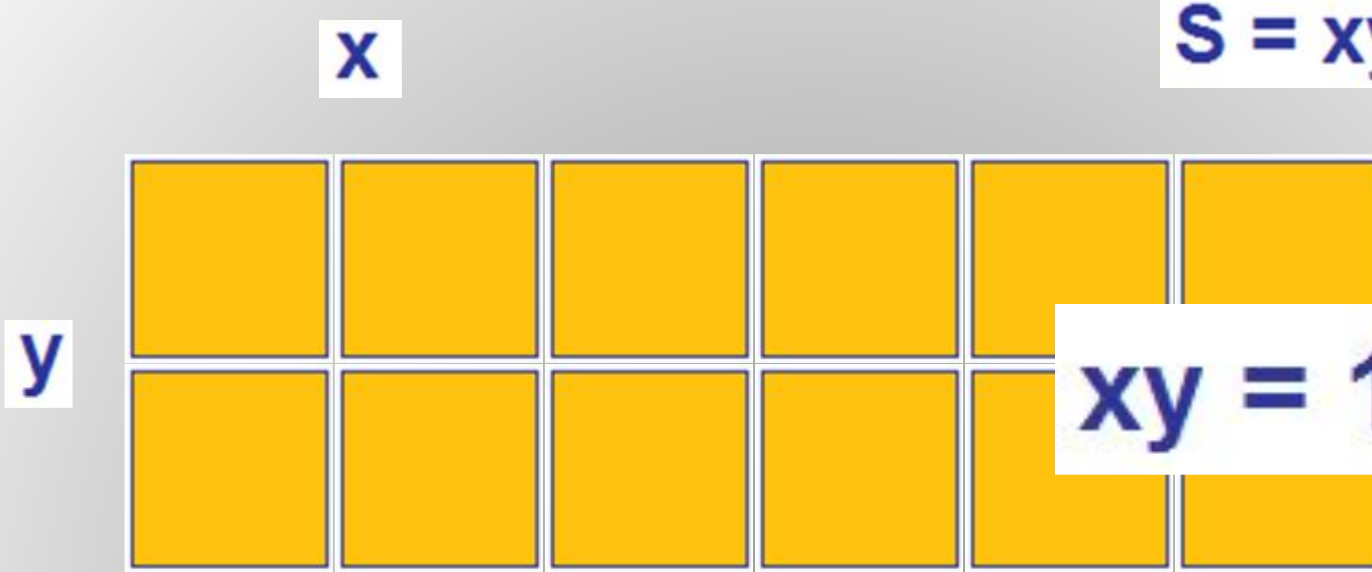
Менехм

(греч. Μέναιχμος, лат. Menaechmus, ок. 380 до н. э. — ок. 320 до н. э.) — древнегреческий математик, ученик Евдокса, член Афинской Академии Платона. Упоминается у античных авторов как первый исследователь конических сечений и в связи с попытками решить проблему удвоения куба

Есть упоминание, что Менехм участвовал в обучении Александра Македонского, и при этом произнёс знаменитую фразу «В геометрии нет царского пути». Впрочем, за честь быть автором этой фразы с ним соперничает Евклид, а за честь её выслушать — Птолемей I.

Умер Менехм, предположительно, в городе Кизик.

$S = xy$



$xy = 12$

$$y = \frac{12}{x}$$

$$y = \frac{12}{x}$$

Мы видим, что если х уменьшать в несколько раз, то у будет увеличиваться во столько же раз.

Наоборот, если значение х увеличить в несколько раз, то значение у во столько же раз уменьшается.

Поэтому функцию такого вида называют обратной пропорциональностью.

Задачи, приводящие к понятию **обратной пропорциональности.**

1

Пешеход путь S проходит со скоростью v за t часов. Выразите время пешехода через путь и скорость.

$$t = \frac{S}{v}$$

1) Если $S = 60$ **, то** $t = \frac{60}{v}$

v	0,5	1	2	4	15	60	120
t	120	60	30	15	4	1	0,5

Задачи, приводящие к понятию обратной пропорциональности.

1

Пешеход путь S проходит со скоростью v за t часов. Выразите время пешехода через путь и скорость.

$$t = \frac{S}{v}$$

2) Если $S = 3$ **, то** $t = \frac{3}{v}$

v	0,5	1	3	6	10
t	6	3	1	0,5	0,3

Как связаны между собой скорость и время?

О п р е д е л е н и е.

Обратной пропорциональностью называется функция, которую можно задавать формулой вида

$$y = \frac{k}{x}$$

где x – независимая переменная, k – не равное нулю число.

1.Много будешь знать, скоро состаришься.
2.Чем скорее проедешь, тем скорее приедешь.
3. Тише едешь, дальше будешь.
4. Чем дальше в лес, тем больше дров.
5. Чем больше раз проверю, тем меньше вероятность ошибиться.

Найдите обратно пропорциональную зависимость

Свойства функции

$$y = \frac{k}{x}$$

1 $x \neq 0$

Областью определения функции является множество всех чисел, отличных от нуля.

2 $k \neq 0 \quad y \neq 0$

Областью значений функции является множество всех чисел, отличных от нуля.

График функции $y=\frac{k}{x}$

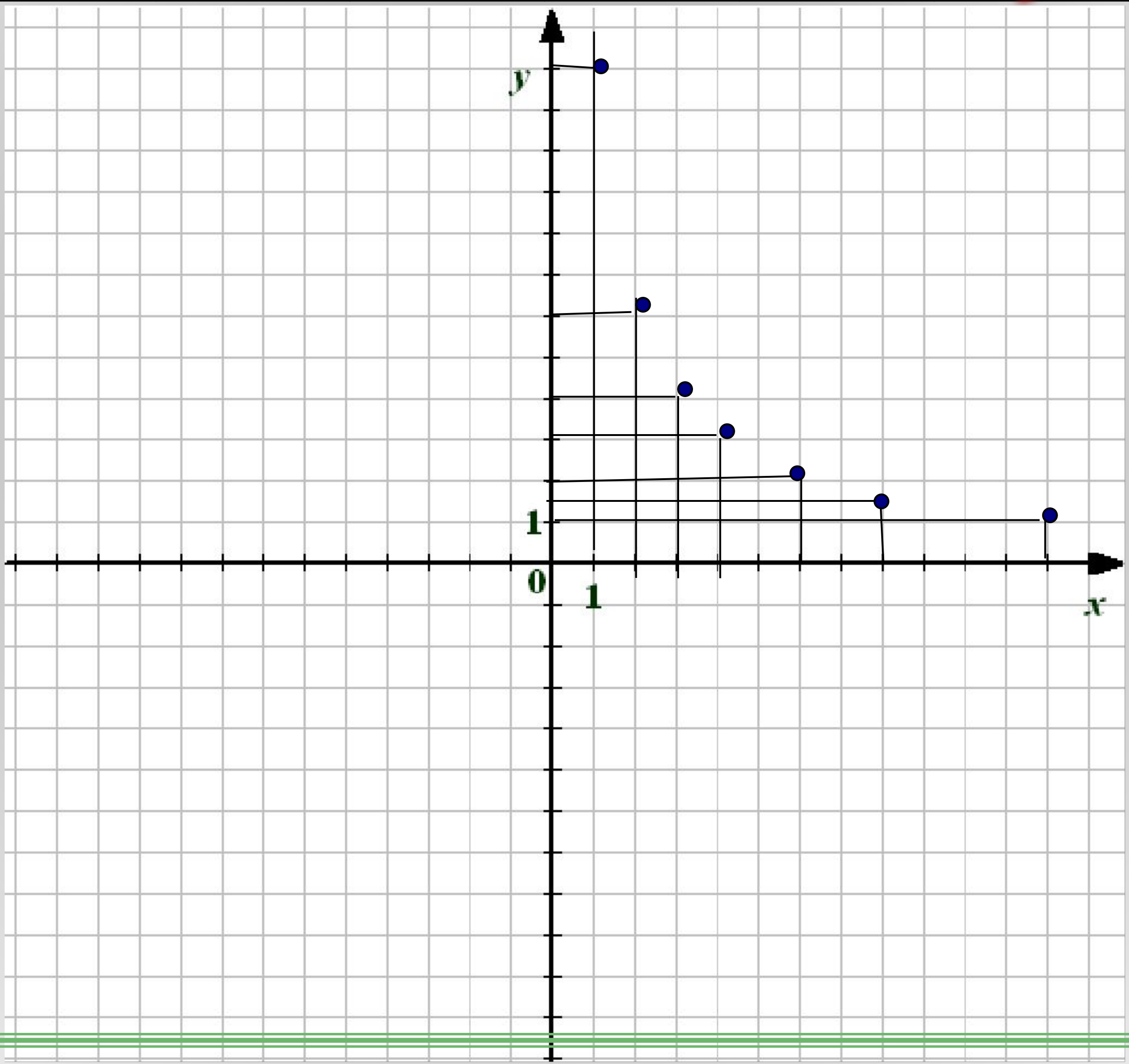
Построим по точкам график функции

$$y=\frac{12}{x}$$

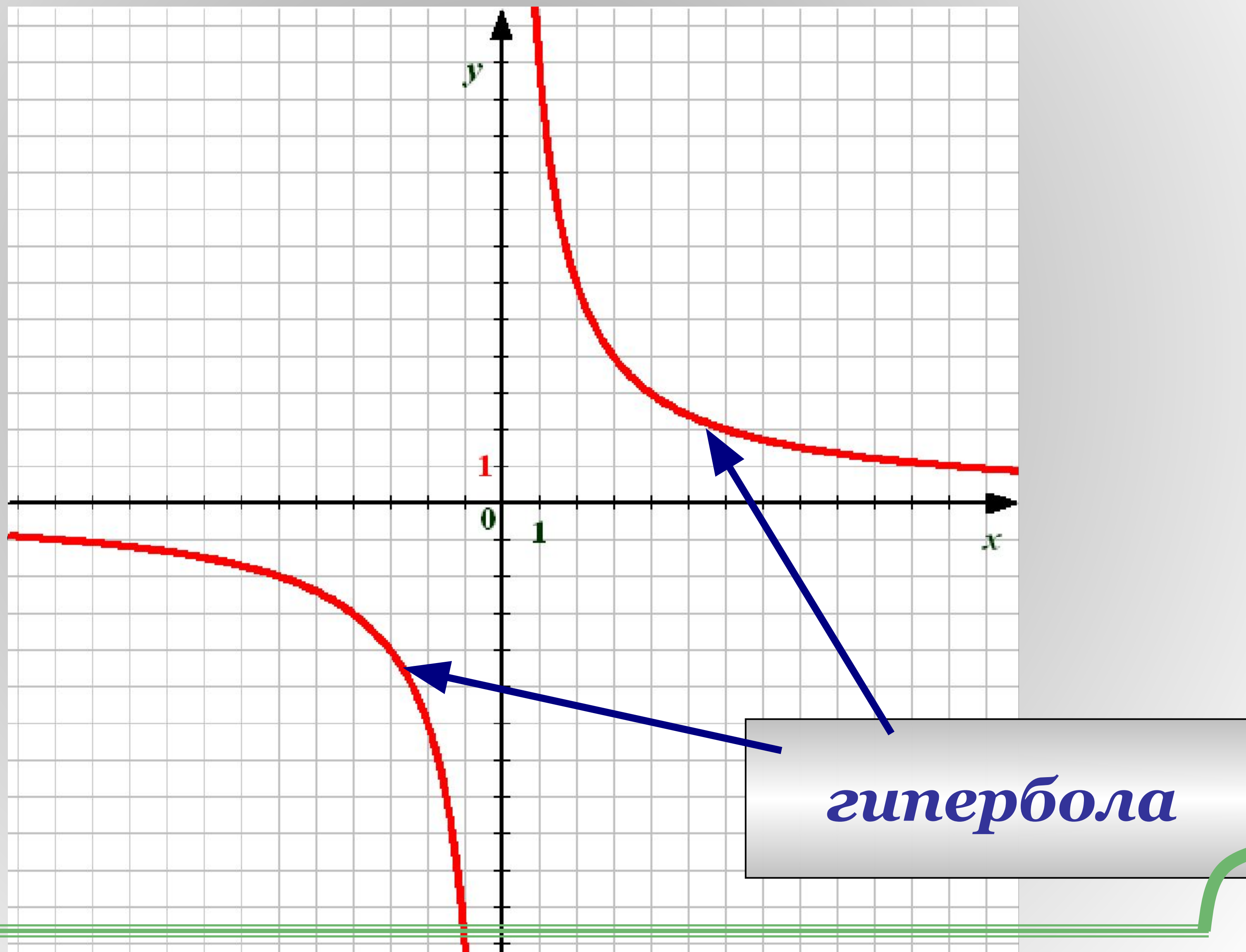
x	1	2	3	4	6	8	12
y	12	6	4	3	2	1,5	1

x	-1	-2	-3	-4	-6	-8	-12
y	-12	-6	-4	-3	-2	-1,5	-1

x	1	2	3	4	6	8	12
y	12	6	4	3	2	1,5	1



x	-1	-2	-3	-4	-6	-8	-12
y	-12	-6	-4	-3	-2	-1,5	-1



ИСТОРИЯ ПРОИСХОЖДЕНИЯ ТЕРМИНА "ГИПЕРБОЛА"

Одним из первых, кто начал изучать конические сечения — эллипс, парабола, гипербола, был ученик знаменитого Платона, древнегреческий математик Менехм (IV в. до н.э.). Решая задачу об удвоении куба, Менехм задумался: «А что случится, если разрезать конус плоскостью, перпендикулярной его образующей?». Так, изменяя угол при вершине прямого кругового конуса, Менехм получил три вида кривых: эллипс — если угол при вершине конуса острый; парабола — если угол прямой; одну ветвь гиперболы — если угол тупой.

График функции $y = \frac{k}{x}$

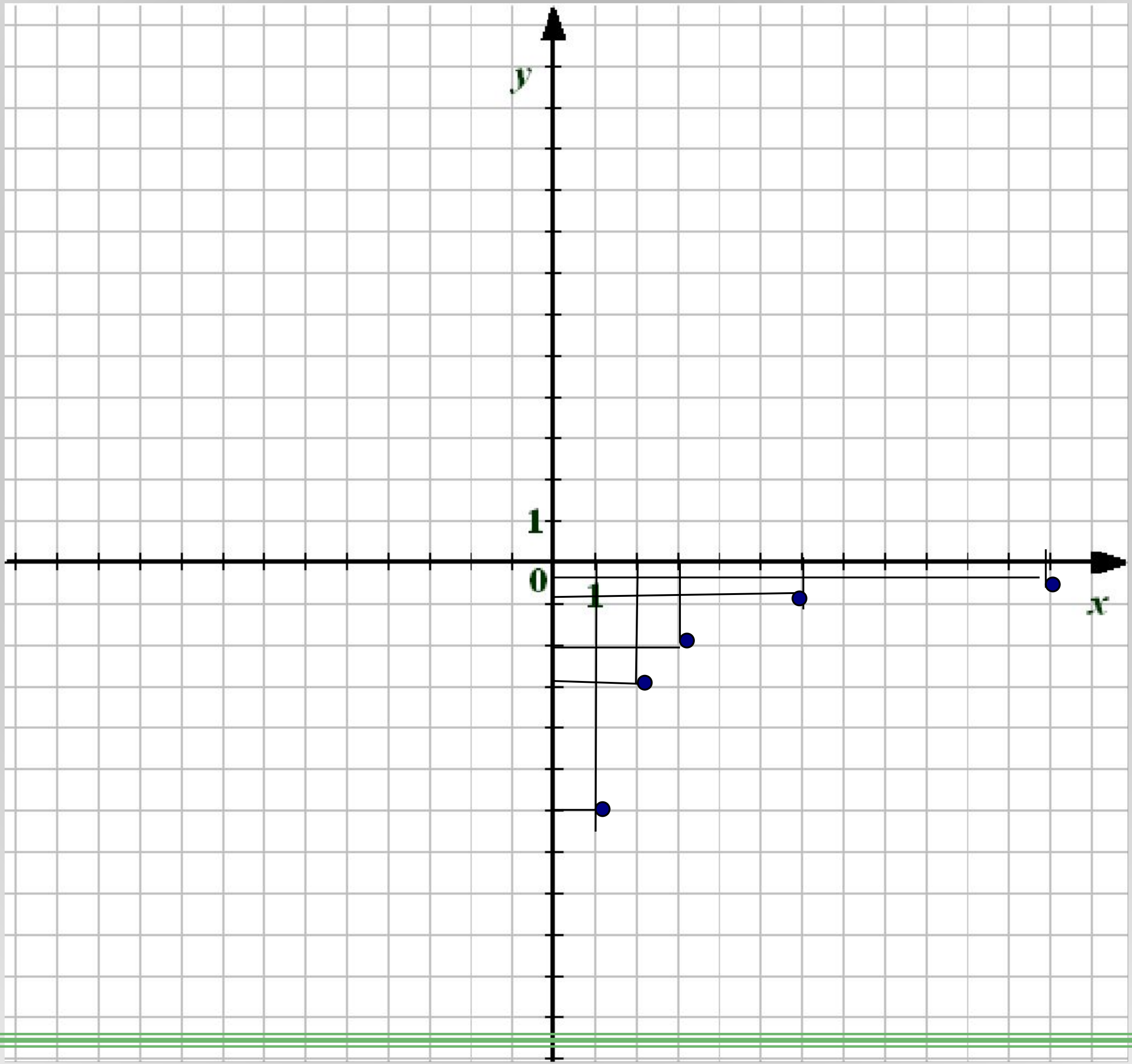
Построим по точкам график функции

$$y = -\frac{6}{x}$$

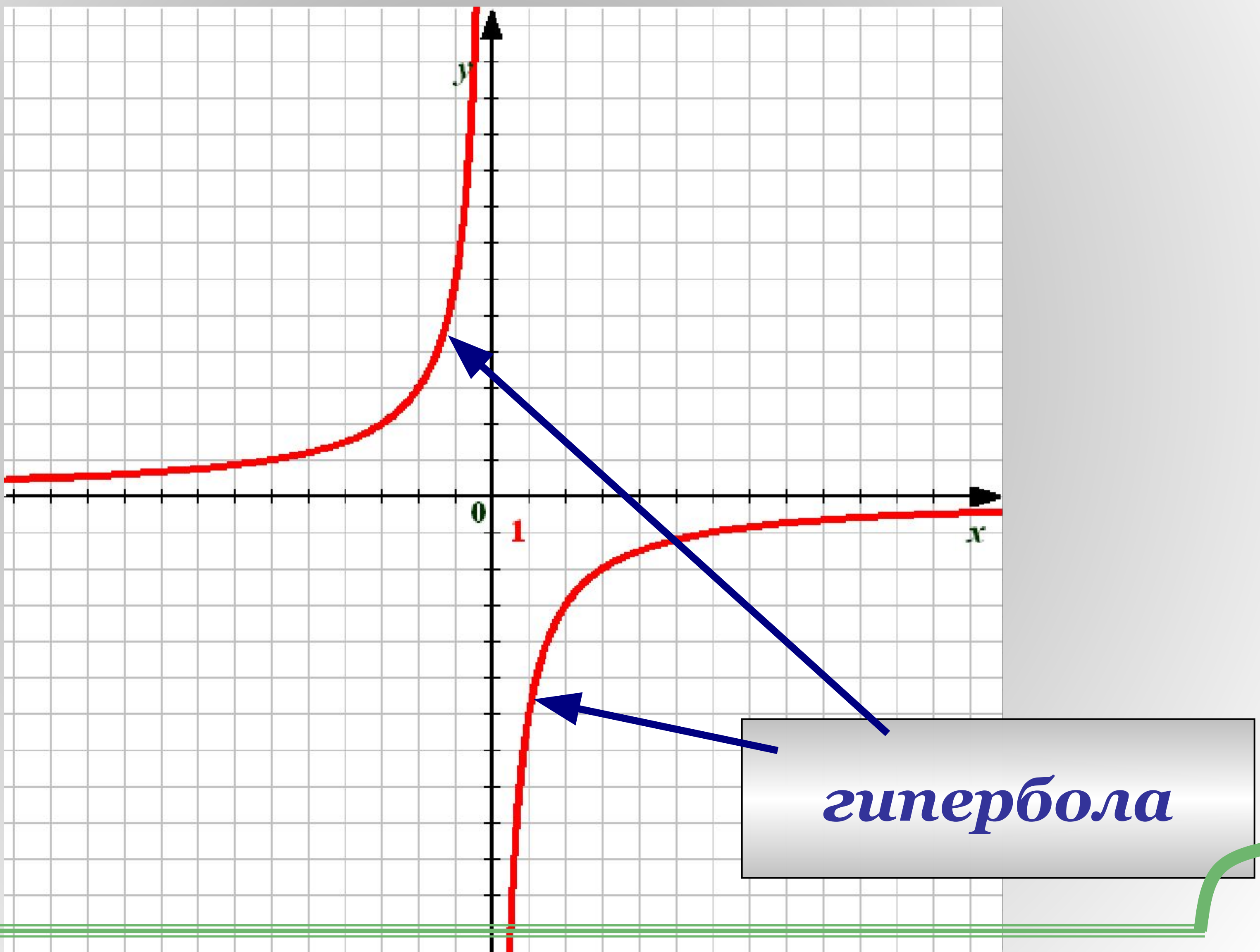
x	1	2	3	6	12
y	-6	-3	-2	-1	-0,5

x	-1	-2	-3	-6	-12
y	6	3	2	1	0,5

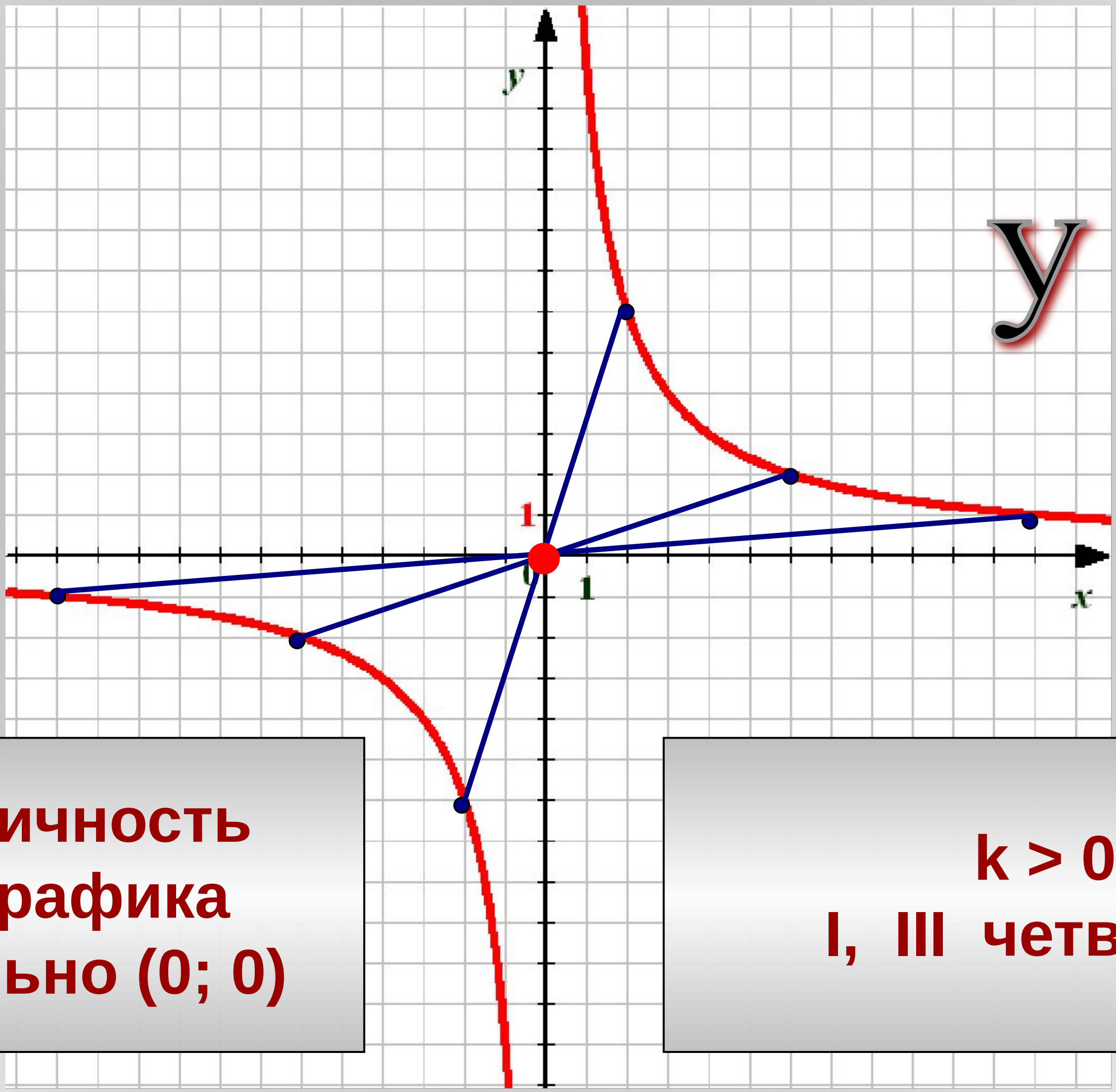
x	1	2	3	6	12
y	-6	-3	-2	-1	-0,5



x	–1	–2	–3	-6	–12
y	6	3	2	1	0,5



Особенности графиков.

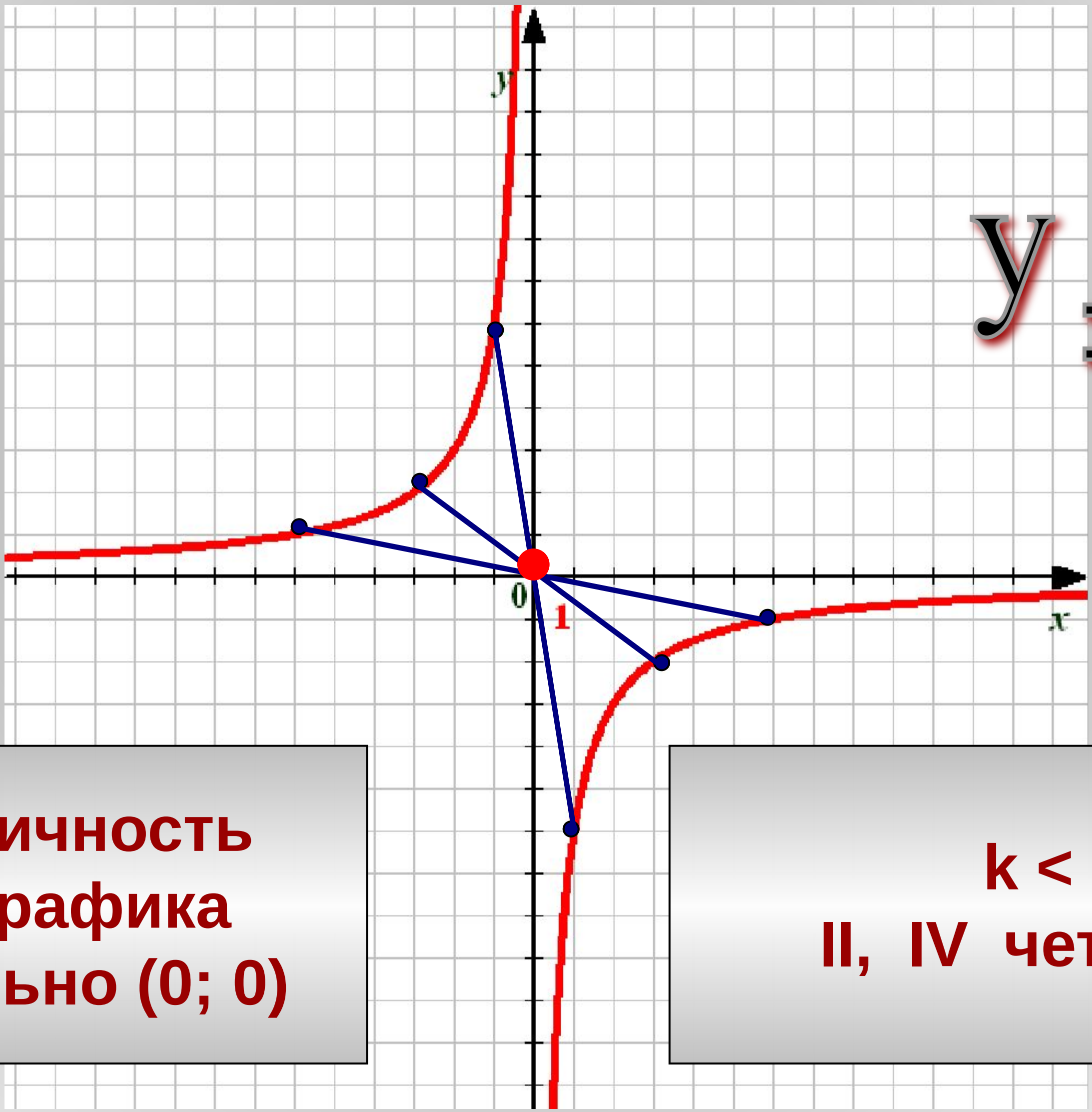


$$y = \frac{12}{x}$$

Симметричность ветвей графика относительно (0; 0)

k > 0
I, III четверти

Особенности графиков.



$$y = -\frac{6}{x}$$

Симметричность ветвей графика относительно (0; 0)

k < 0
II, IV четверти

План исследования функции

$$y = \frac{k}{x}$$

1.ООФ

2.МЗФ

3.Нули функции

4.Знакопостоянство

5.Монотонность

6.Четная или нечетная

7.Наибольшее и наименьшее значение функции

Свойства функции $y=\frac{k}{x}$, где $k>0$:

1. Область определения $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

2. Область значений $E(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

3. $y>0$, если $x\in(0;+\infty)$

   $y<0$, если $x\in(-\infty;0)$

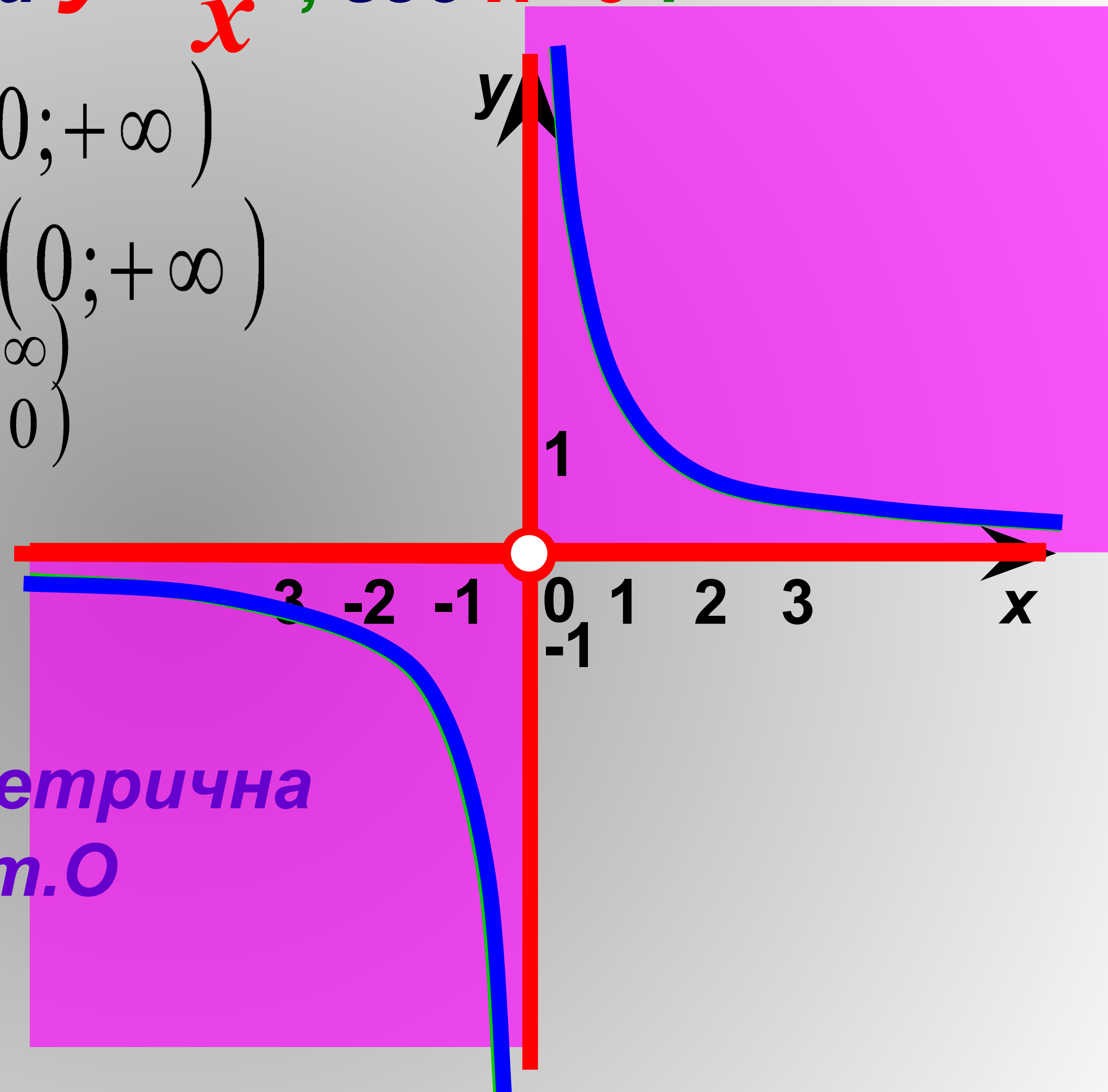
4. Функция убывает при $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

5. Нечетная, симметрична относительно т.О

6. $y_{наим.}=$ НЕТ

   $y_{наиб.}=$ НЕТ

7. Нулей нет,график оси координат не пересекает.

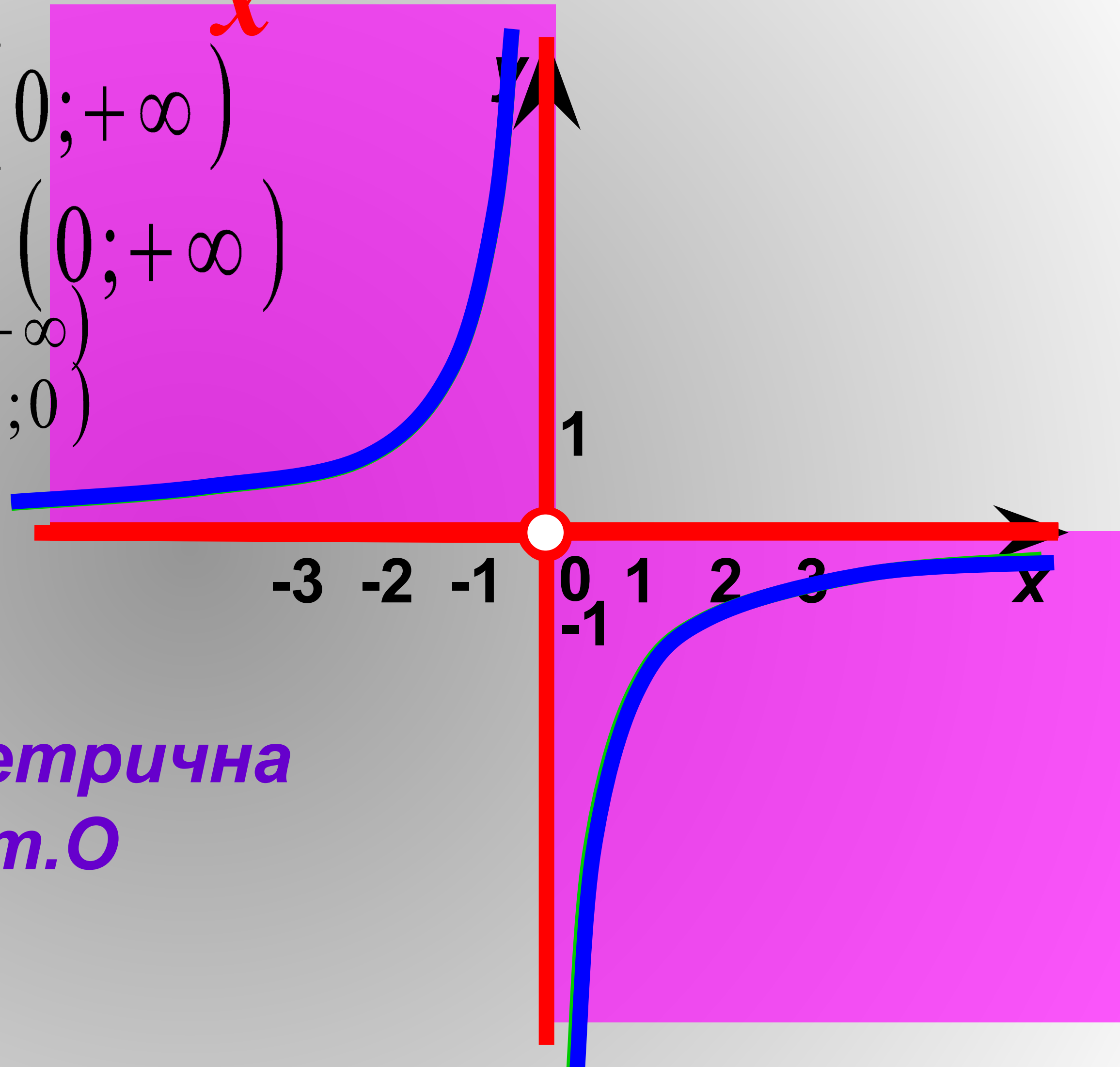


Свойства функции $y=\frac{k}{x}$, где $k<0$:

1. Область определения
$D(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

2. Область значений
$E(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

3. $y>0$, если $x\in(0;+\infty)$
$y<0$, если $x\in(-\infty;0)$



4. Функция возрастает при $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

5. Нечетная, симметрична относительно т.О

6. $y_{наим.}=$ НЕТ
$y_{наиб.}=$ НЕТ

7. Нулей нет, график функции оси координат не пересекает

Задание №1

Укажите, какую из функций можно назвать обратной пропорциональностью:

$$y = \frac{x}{3}$$

$$y = 3x$$

$$y = x^3$$

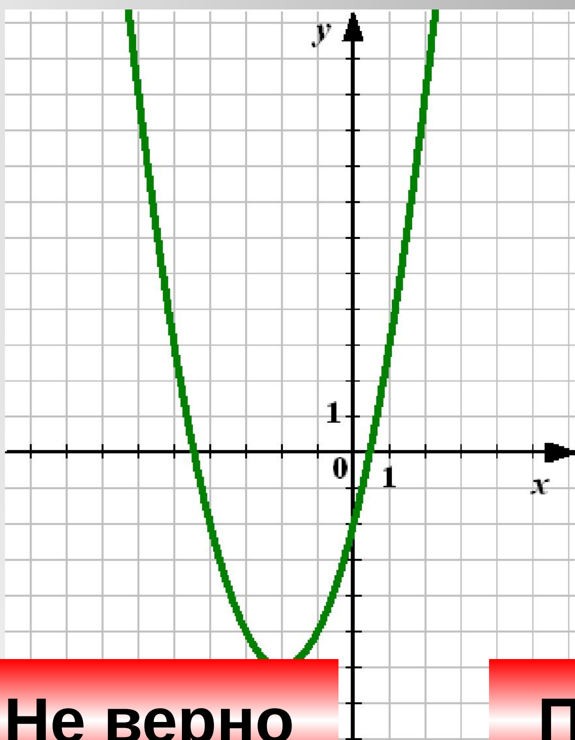
$$y = \frac{3}{x}$$

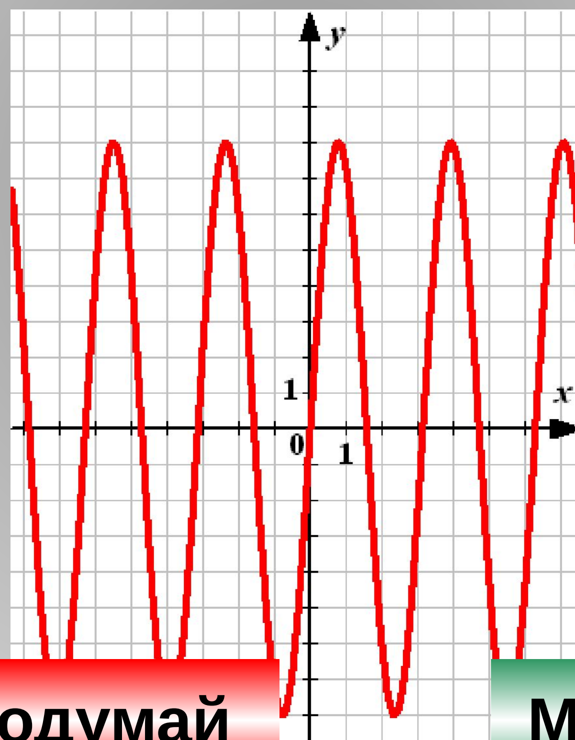
$$y = x + 3$$

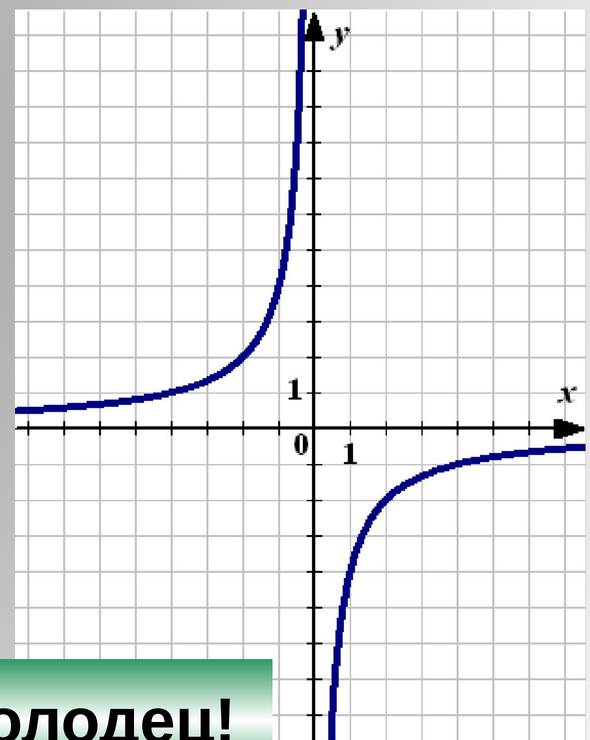
$$y = \frac{1}{3x}$$

Задание №2

Укажите среди графиков гиперболу







Не верно

Подумай

Молодец!

1

2

3

Задание №3

Задайте функцию обратной пропорциональности, если ее график проходит через точку:

$$(1; 3)$$

x y

$$3 = \frac{k}{1} \Longrightarrow k = 3$$

$$y = \frac{k}{x}$$

$$\boxed{y = \frac{3}{x}}$$

Задание №3

$$y = \frac{k}{x}$$

Задайте функцию обратной пропорциональности, если ее график проходит через точку:

(2; -6)	$y = -\frac{12}{x}$
(-12; 4)	$y = -\frac{48}{x}$
(5; 0,5)	$y = \frac{2,5}{x}$

Задание №4

Постройте график функции $y = \frac{8}{x}$

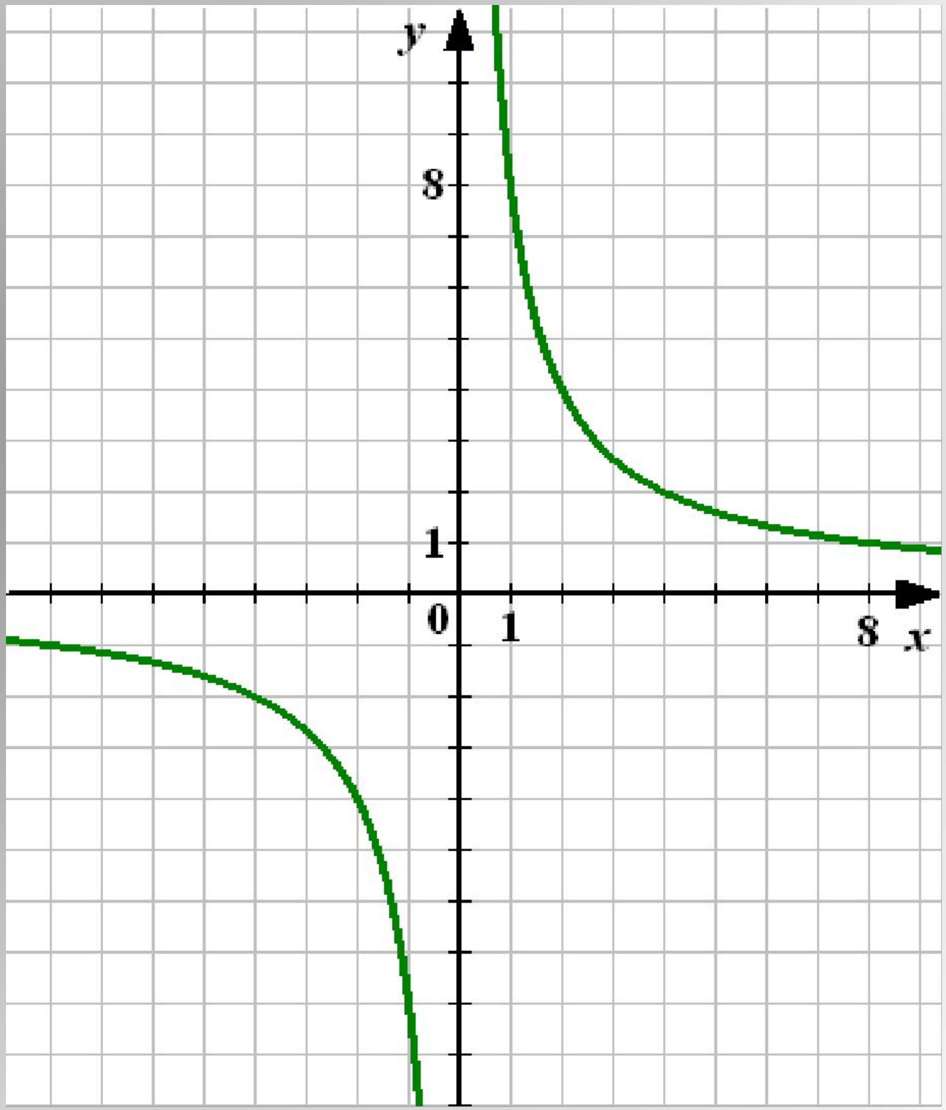
Проверка

x	1	2	4	8	10
y	8	4	2	1	0,8

$$y = \frac{8}{x}$$

I, III четверти

Симметрично Относительно О (0; 0)



Задание №4

Постройте график функции $y = \frac{8}{x}$

Найдите по графику:

1) **Значение у, соответствующее значению х, равному 2; 4; -1; -4; -5**

Проверка

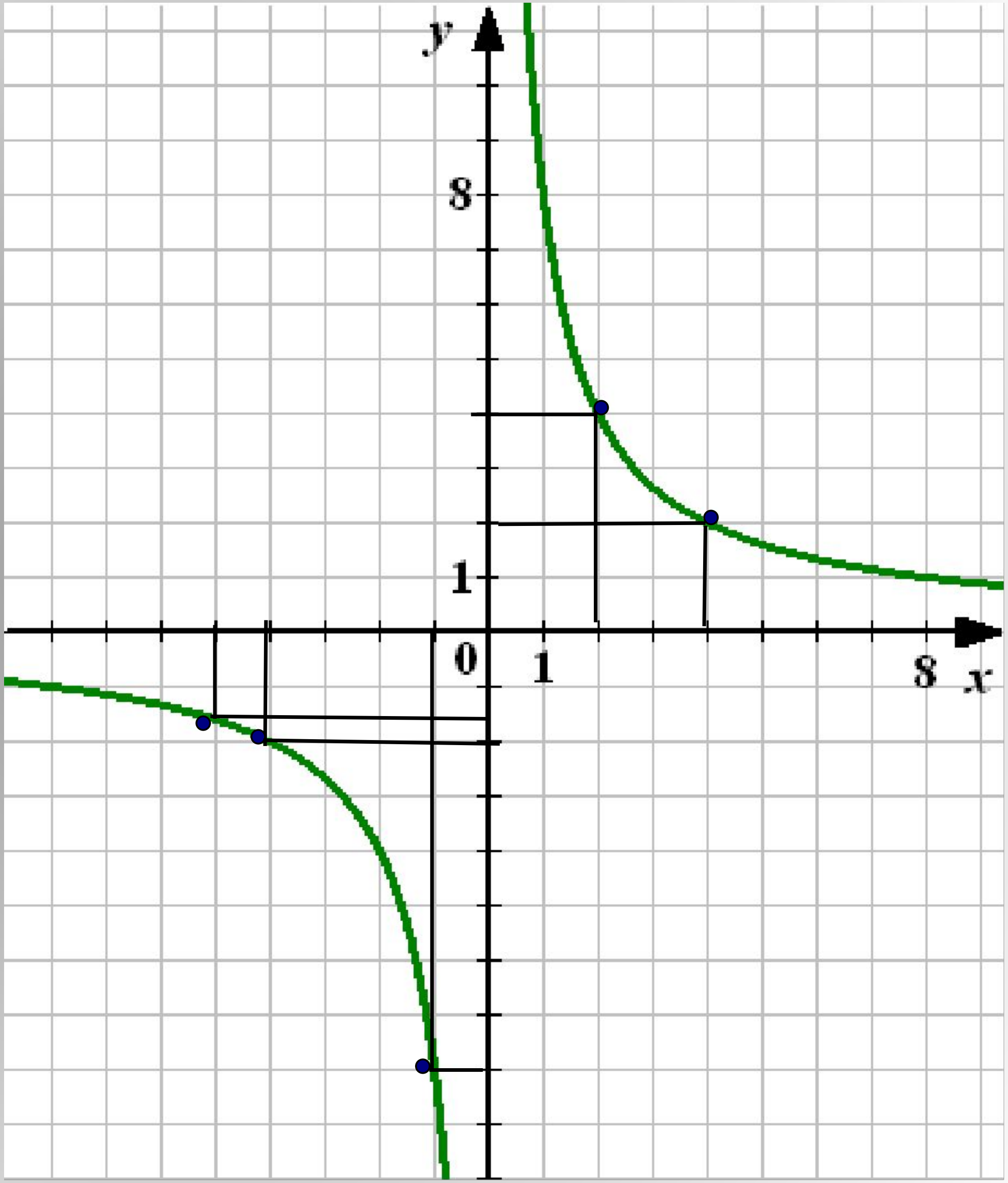
$x = 2 \quad y = 4$

$x = 4 \quad y = 2$

$x = -1 \quad y = -8$

$x = -4 \quad y = -2$

$x = -5 \quad y = -1{,}6$



Задание №5

Постройте график функции $y = \frac{8}{x}$

Найдите по графику
значение y, соответствующее
значению x, равному 2; 4; -1; -4; -5

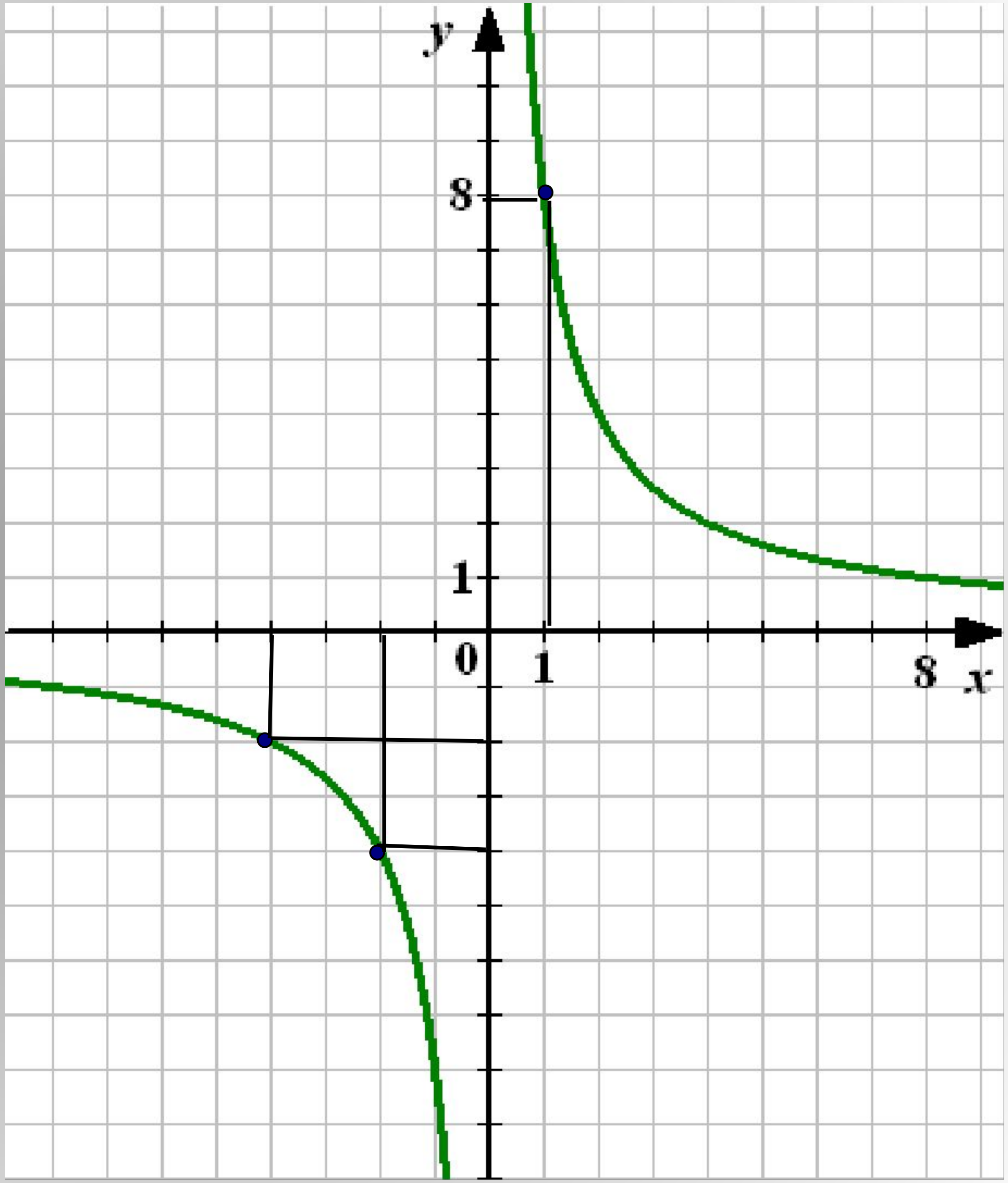
Найдите по графику:
значение x, которому соответствует
значение y, равное -4; -2; 8

Проверка

$y = -4$ $x = -2$

$y = -2$ $x = -4$

$y = 8$ $x = 1$



Решить графически уравнение:

$$x - 2 = \frac{3}{x}$$

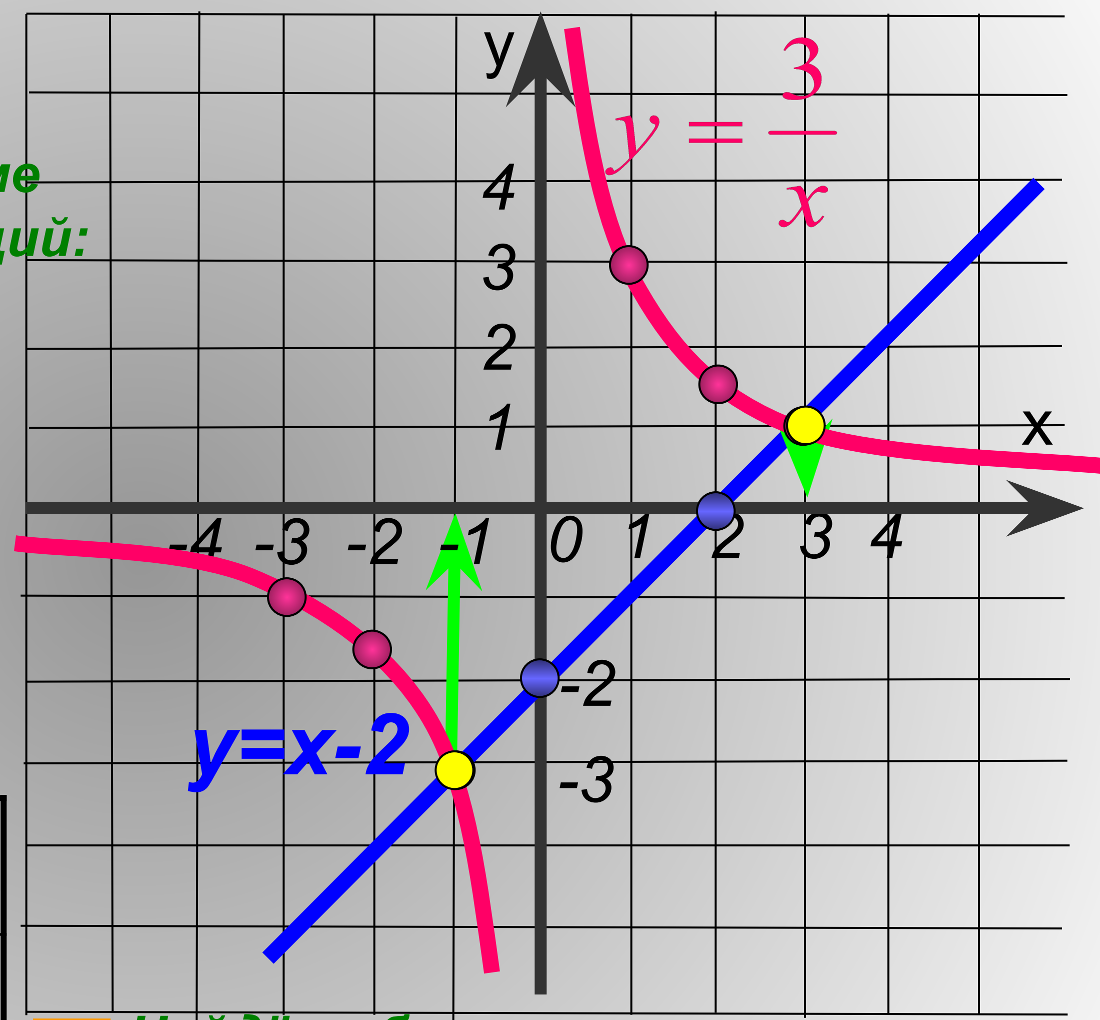
1 Построим в одной системе координат графики функций:

y=x-2

x	0	2
y	-2	0

$$y = \frac{3}{x}$$

x	1	2	3	-1	-2	-3
y	3	1,5	1	-3	-1,5	-1



2 Найдём абсциссы точек пересечения графиков

3 ОТВЕТ: **x=-1, x=3**

Решить графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y=\dfrac{3}{x} \\ y=3x^2 \end{cases}$$

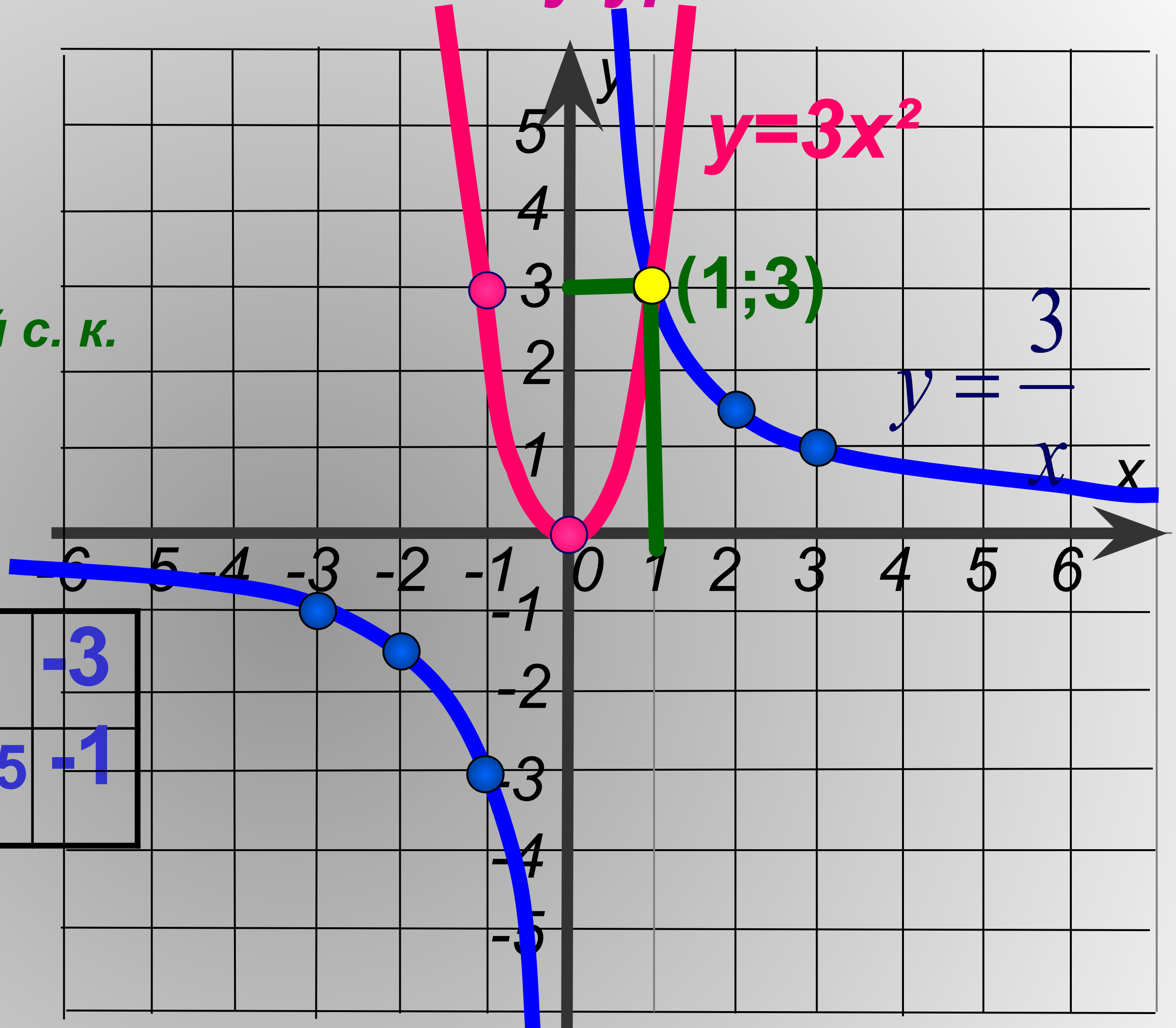
1 Построим в одной с. к. графики функций:

$$y=\frac{3}{x}$$

x	1	2	3	-1	-2	-3
y	3	1,5	1	-3	-1,5	-1

$$y=3x^2$$

X	0	±1
y	0	3



2 Найдём координаты точек пересечения графиков

3 ОТВЕТ **(1;3)**

Решить графически систему уравнений.

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = -2x + 3 \\ y = -\dfrac{2}{x} \end{cases}$$

$$y = -2x + 3$$

x	0	3
y	3	-3

$$y = -\frac{2}{x}$$

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	0,5	1	2	-2	-1	-0,5

$$y = x^2 - 4x + 3$$

Подробно

$$y = x^2 - 4x + 3$$

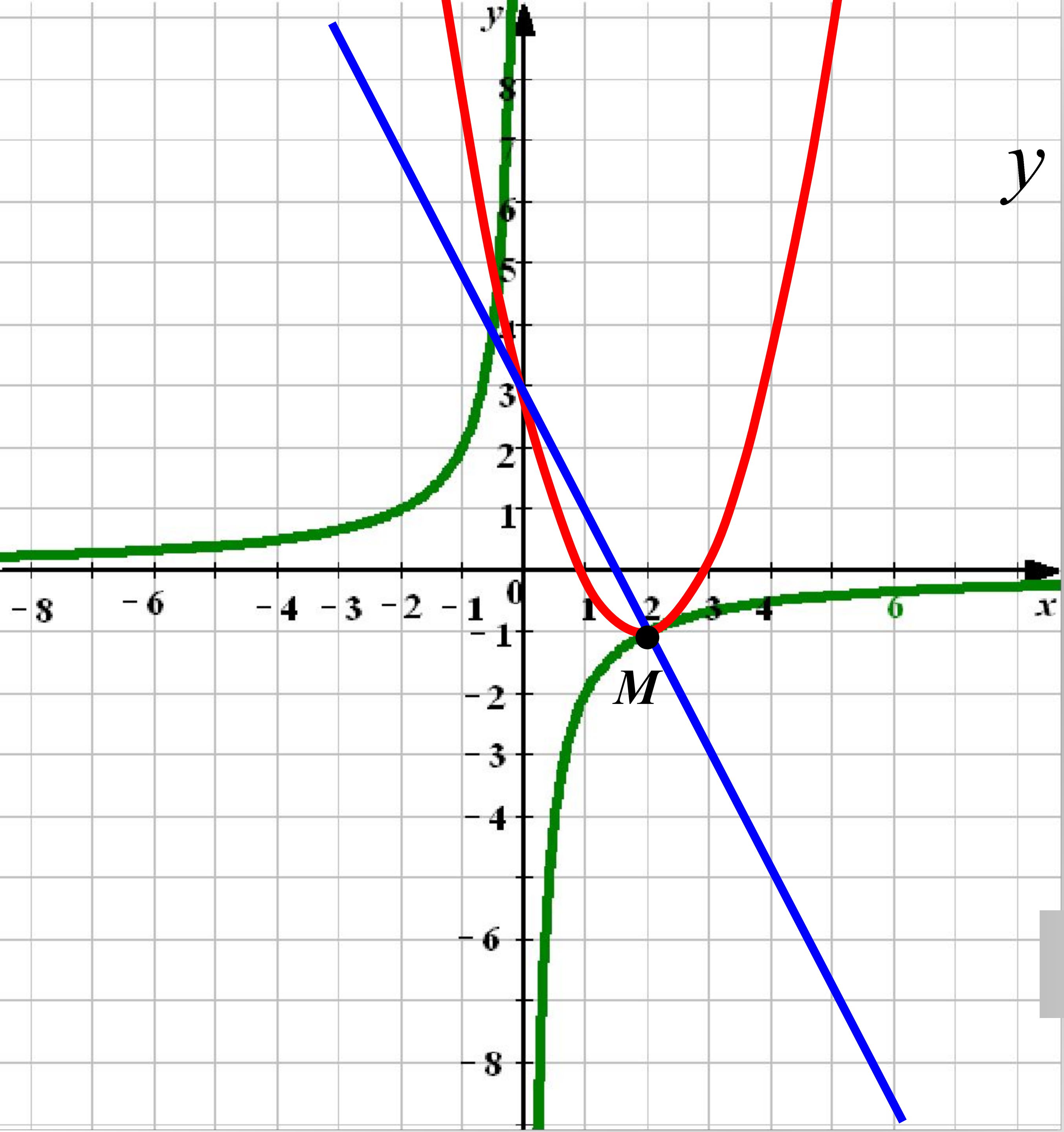
1. x – любое действительное число.
2. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх, а > 0
3. Найдем координаты вершины параболы

$$x_0 = -\frac{b}{2a} \qquad x_0 = \frac{4}{2} = 2 \qquad y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

$\acute{o} = x^2 - 4\tilde{o} + 3$

М (2; -1)

4. Нули функции(3;0),(1;0)
5. С осью ОУ (0;3)
6. (4;3)



$$y = x^2 - 4x + 3$$

$$y = -\frac{2}{x}$$

$$y = -2x + 3$$

Ответ: (2; -1)