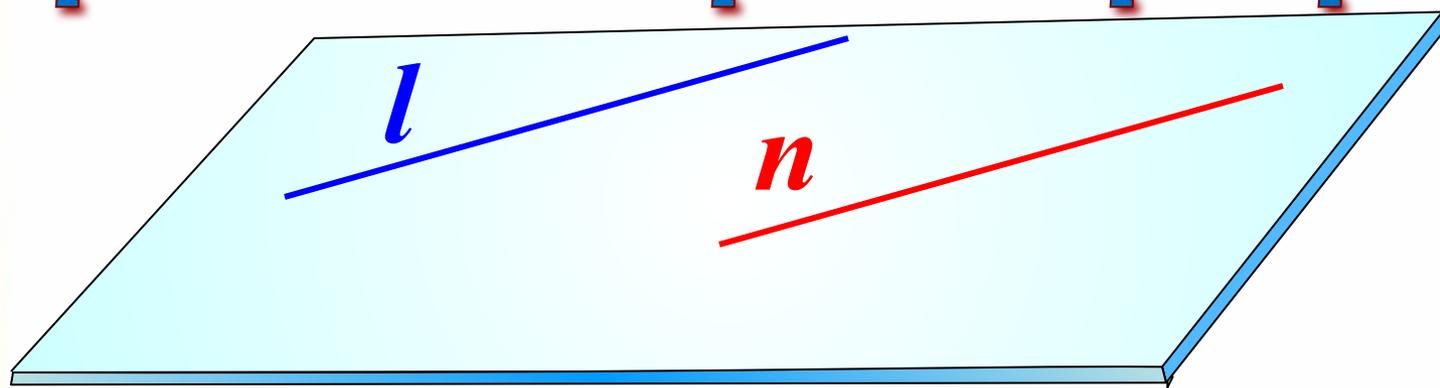


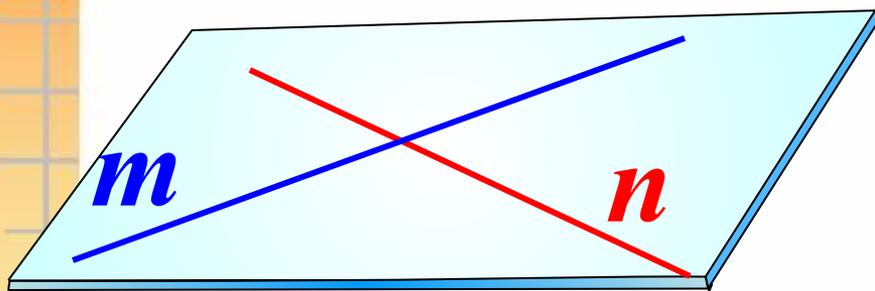


Параллельность прямых в пространстве

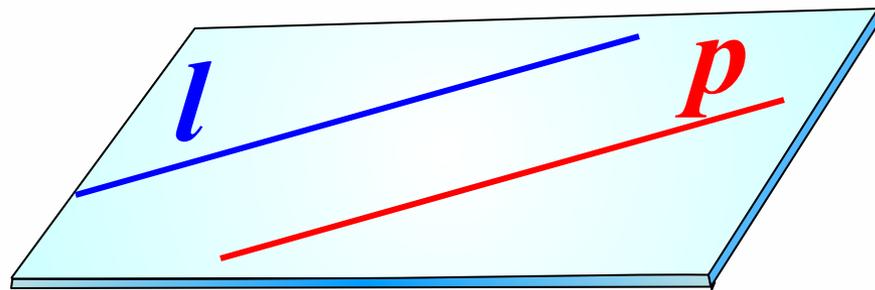




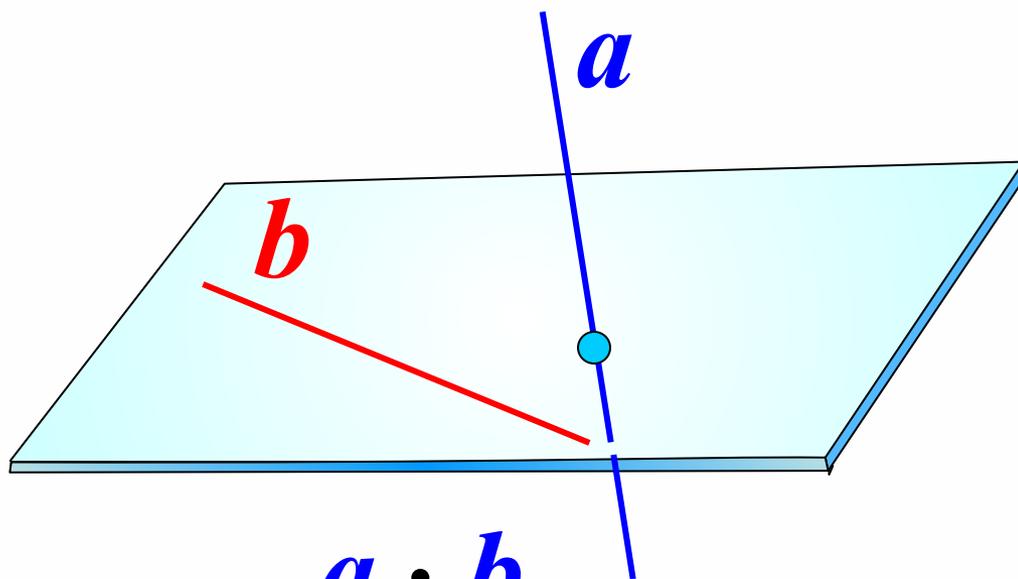
четыре случая взаимного расположения прямых в пространстве



$$n \cap m$$



$$l \parallel p$$



$$a \perp b$$



Планиметрия

Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

allb

Стереометрия

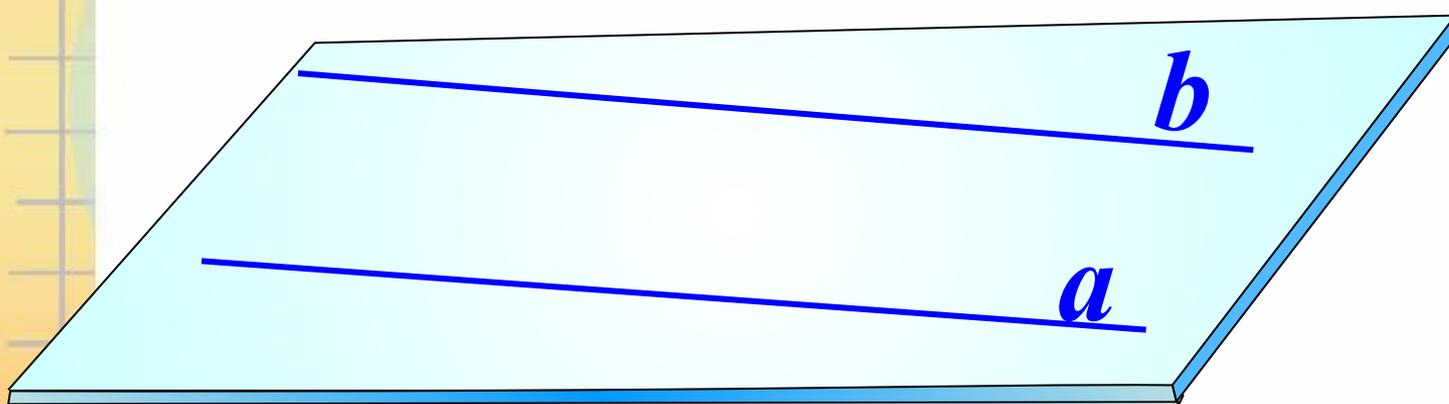
Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

allb

Определение

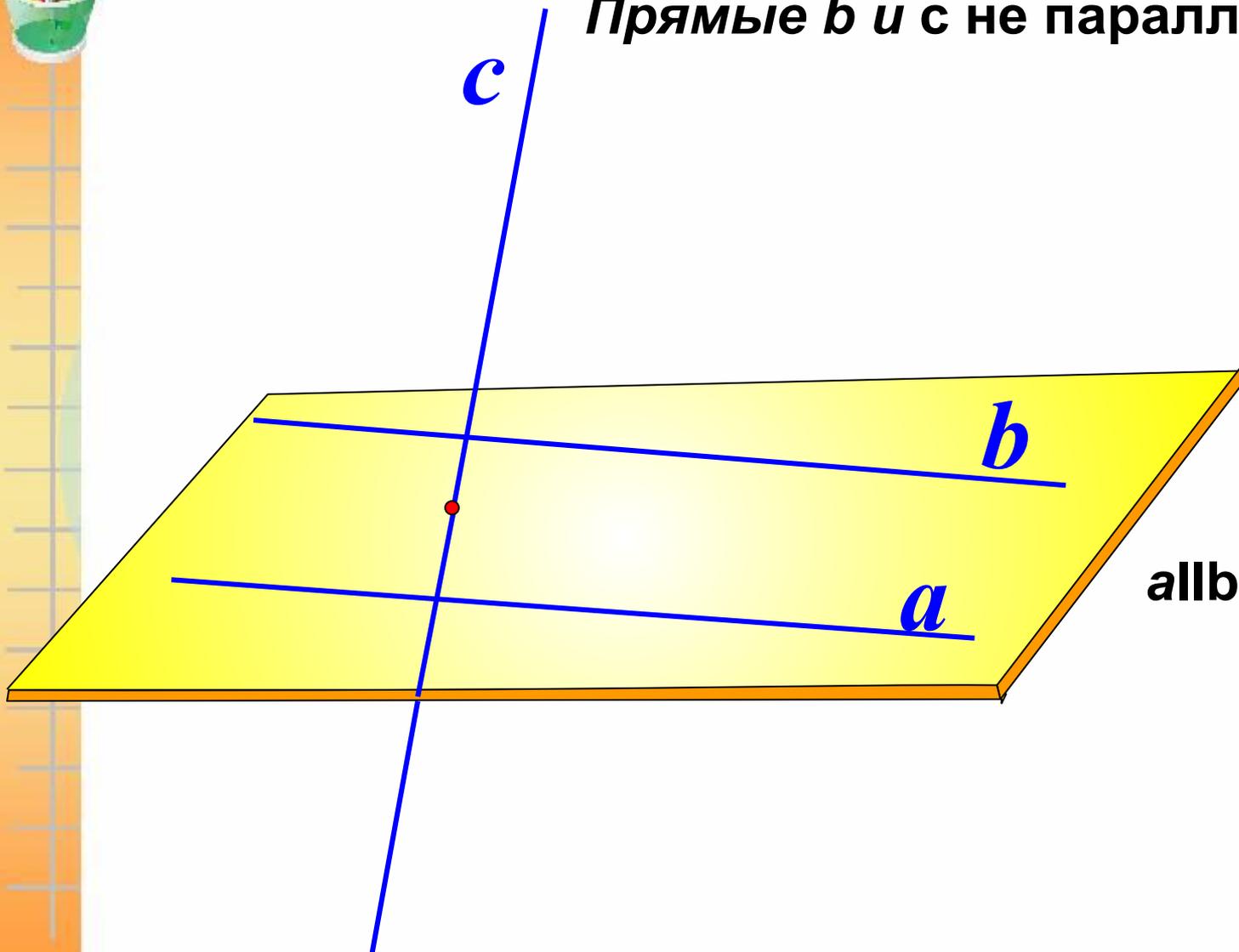
Две прямые в пространстве называются параллельными, если

- 1) они лежат в одной плоскости и
- 2) не пересекаются



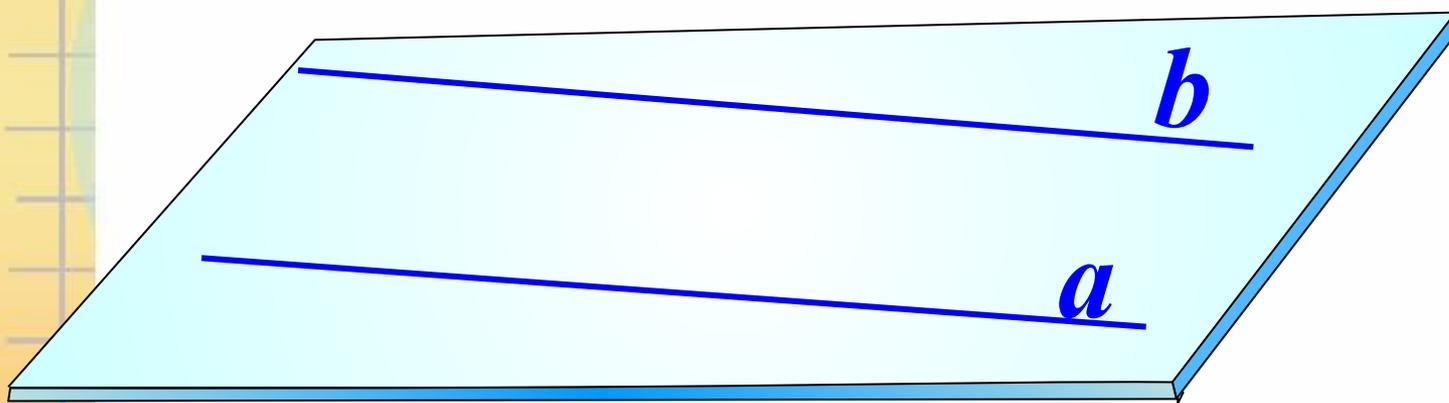
Прямые a и c не параллельны

Прямые b и c не параллельны





Две параллельные прямые определяют плоскость.
(определение параллельных прямых)



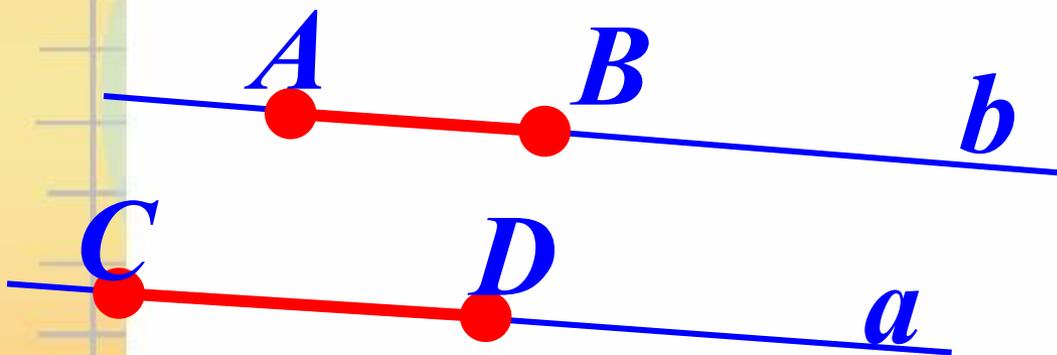
Показать (1)



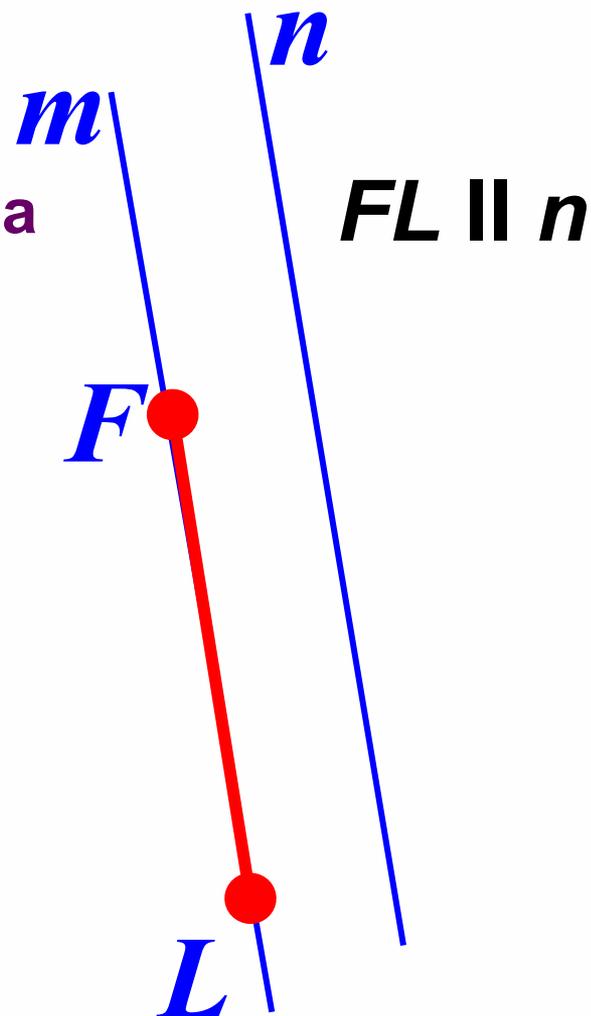
Определение

Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.

$AB \parallel CD$



Отрезки AB и CD
параллельны

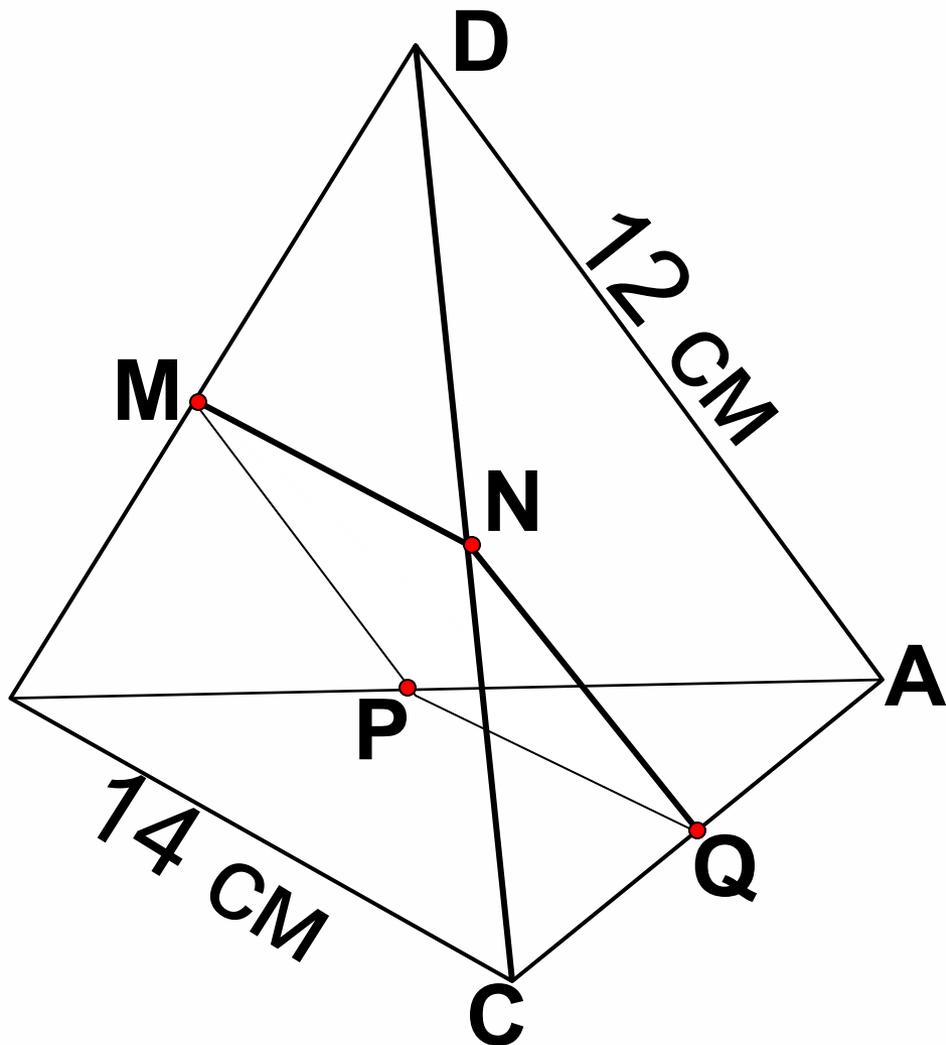


Отрезок FL параллелен
прямой n



Задача: Точки M, N, P и Q – середины отрезков BD, CD, AB и AC.

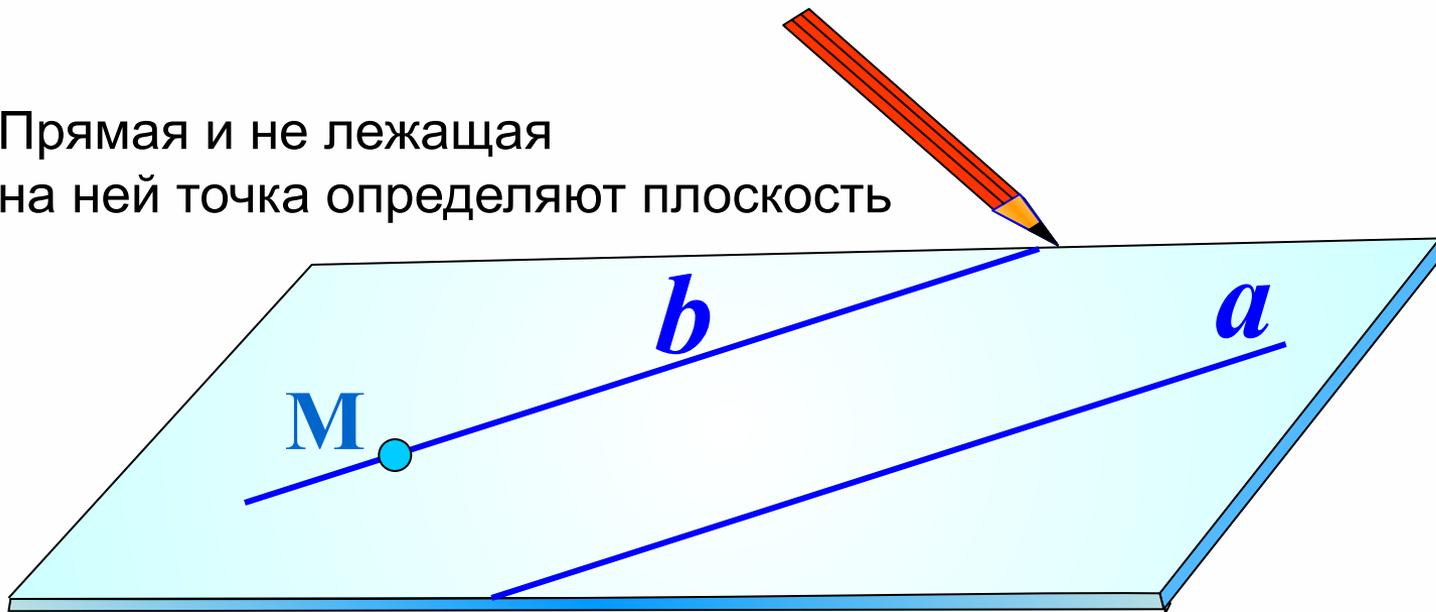
$P_{MNQP} - ?$



Теорема

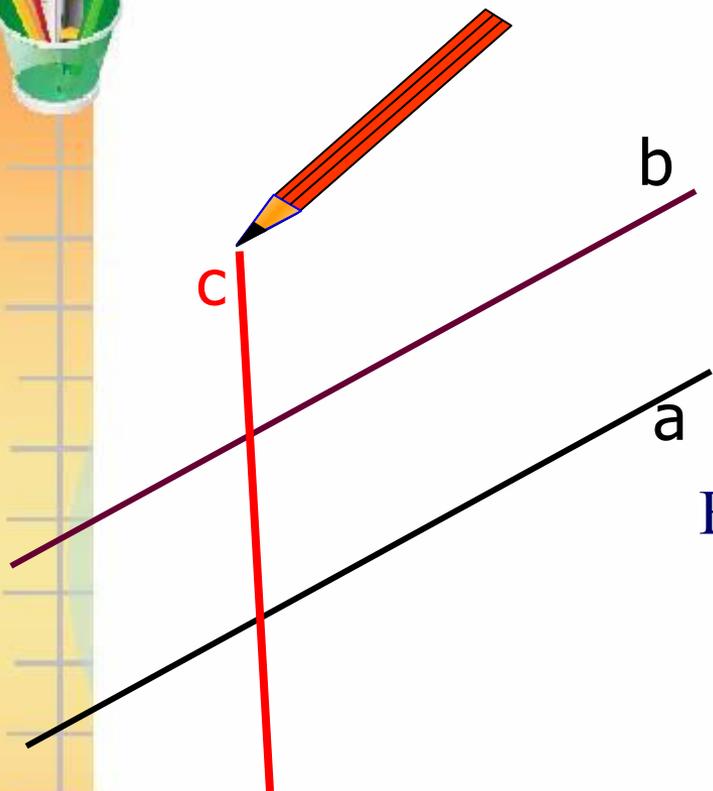
Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

Прямая и не лежащая на ней точка определяют плоскость



Повторим.

Следствие из аксиомы параллельности.



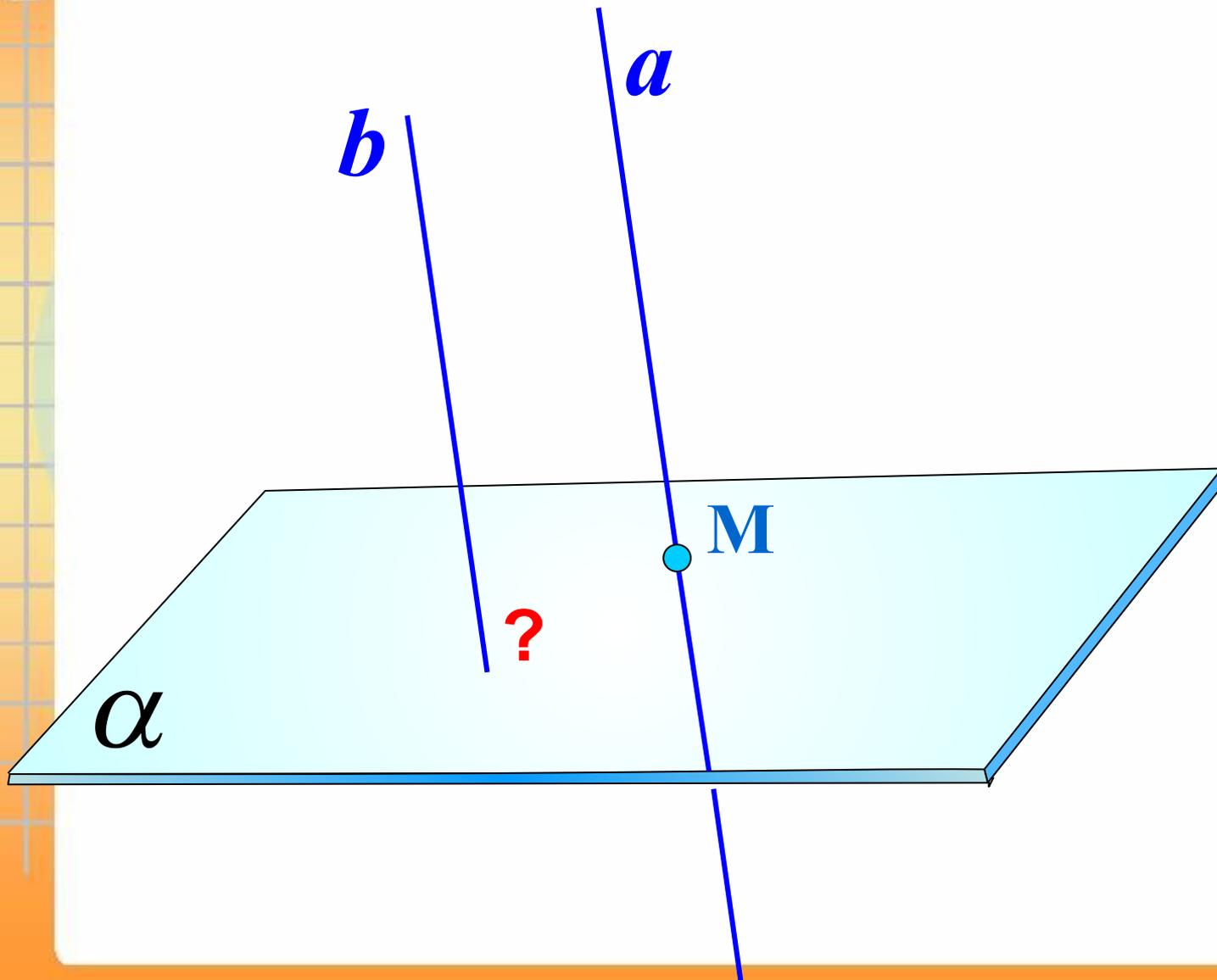
Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

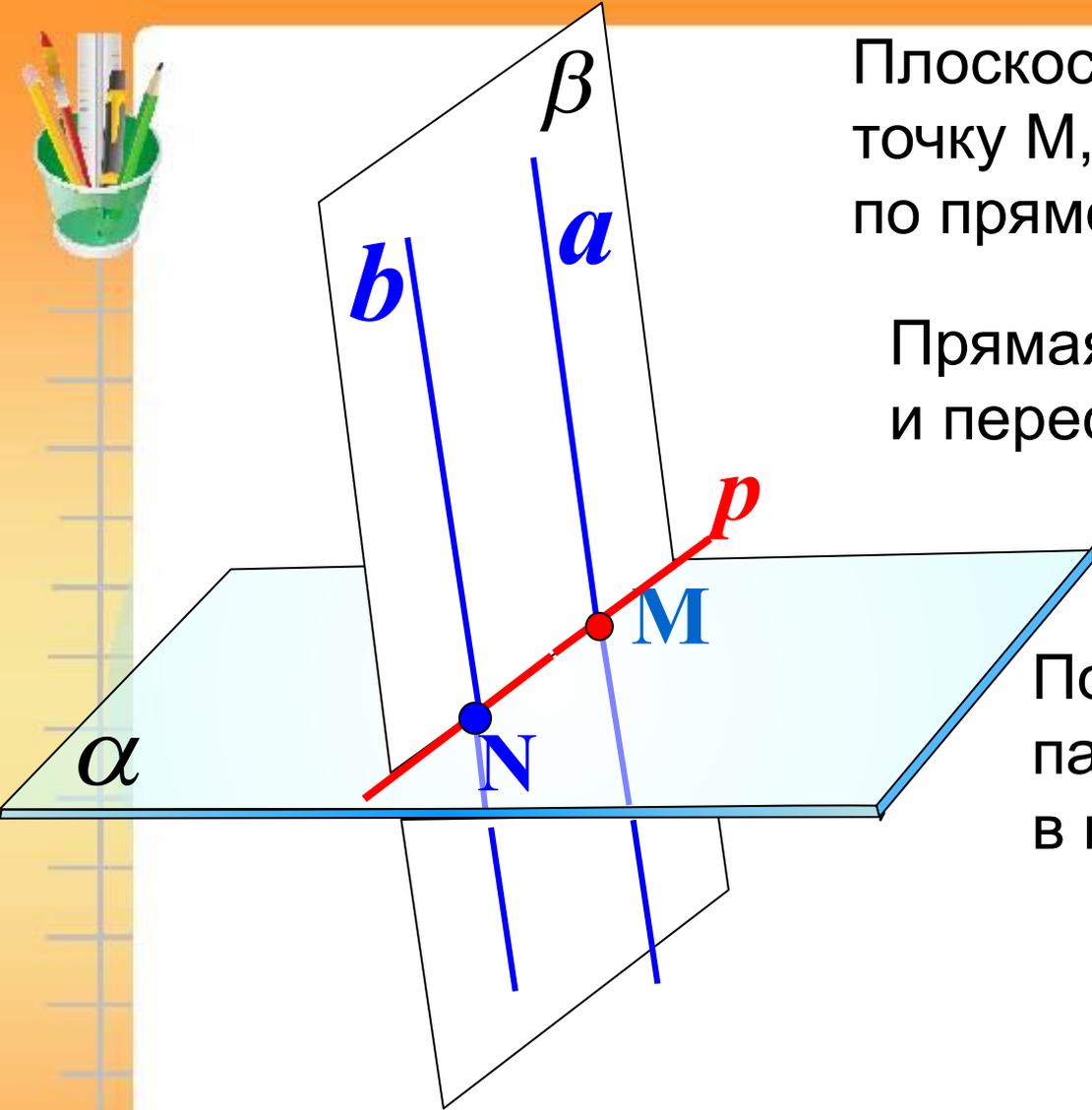
$$a \parallel b, c \cap b \implies c \cap a$$

Это следствие из аксиомы параллельности поможет доказать лемму о параллельных прямых

Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает данную плоскость.





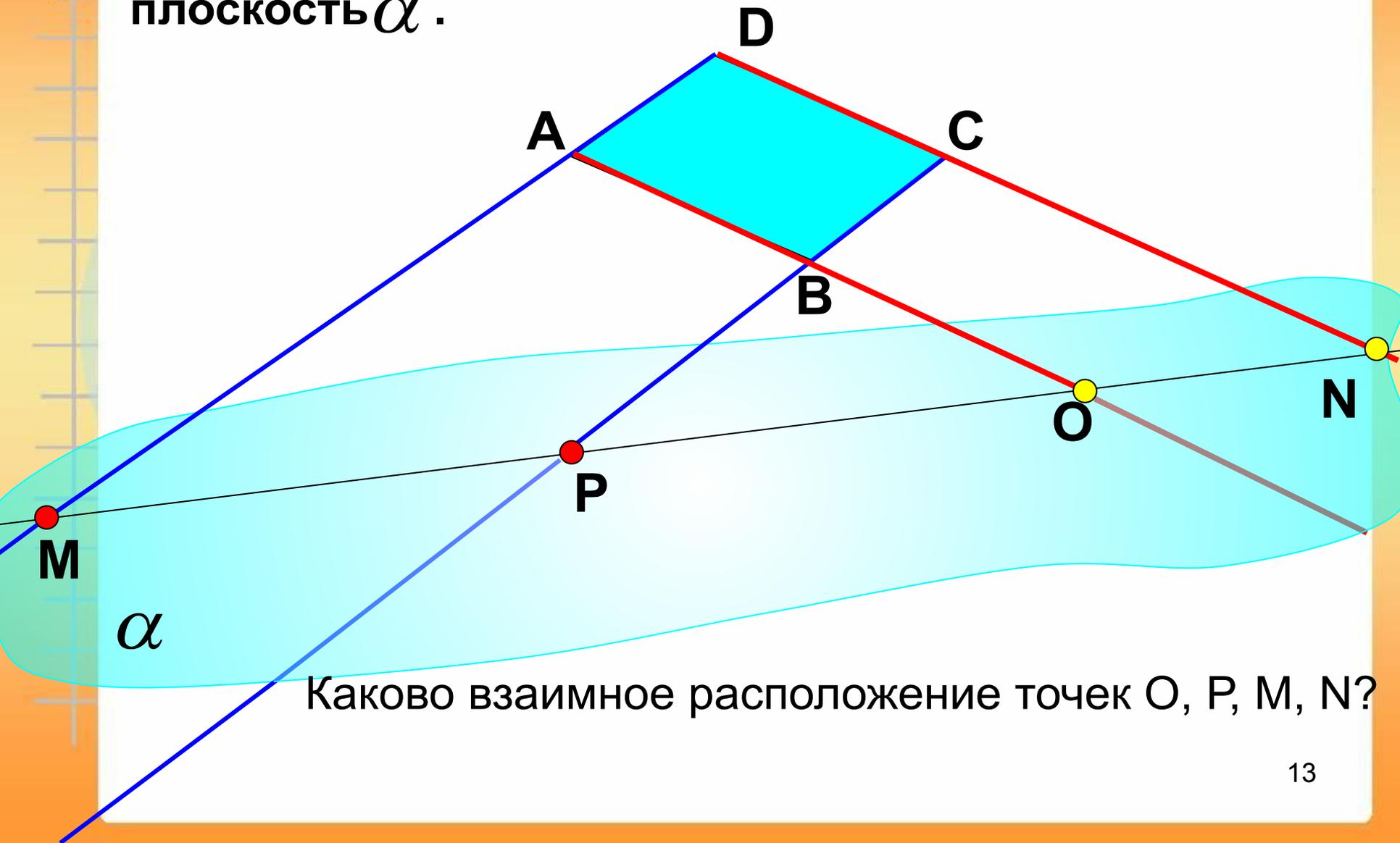
Плоскости α и β имеют общую точку M , значит они пересекаются по прямой (A_3)

Прямая r лежит в плоскости β и пересекает прямую a в т. M .

Поэтому она пересекает и параллельную ей прямую b в некоторой точке N .

Прямая r лежит также в плоскости α , поэтому N – точка плоскости α .
Значит, N – общая точка прямой b и плоскости α .

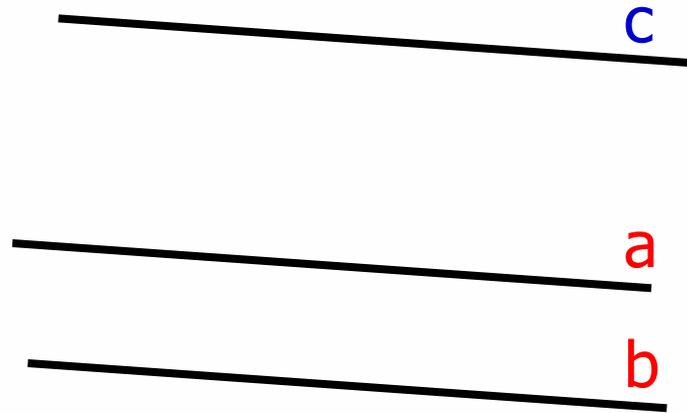
Задача: Прямые, содержащие стороны AD и BC параллелограмма $ABCD$ пересекают плоскость α . Докажите, что прямые AB и DC также пересекают плоскость α .



Каково взаимное расположение точек O , P , M , N ?



Повторим. Следствие из аксиомы параллельности.



Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Аналогичное утверждение имеет место и для трех прямых в пространстве.



Теорема

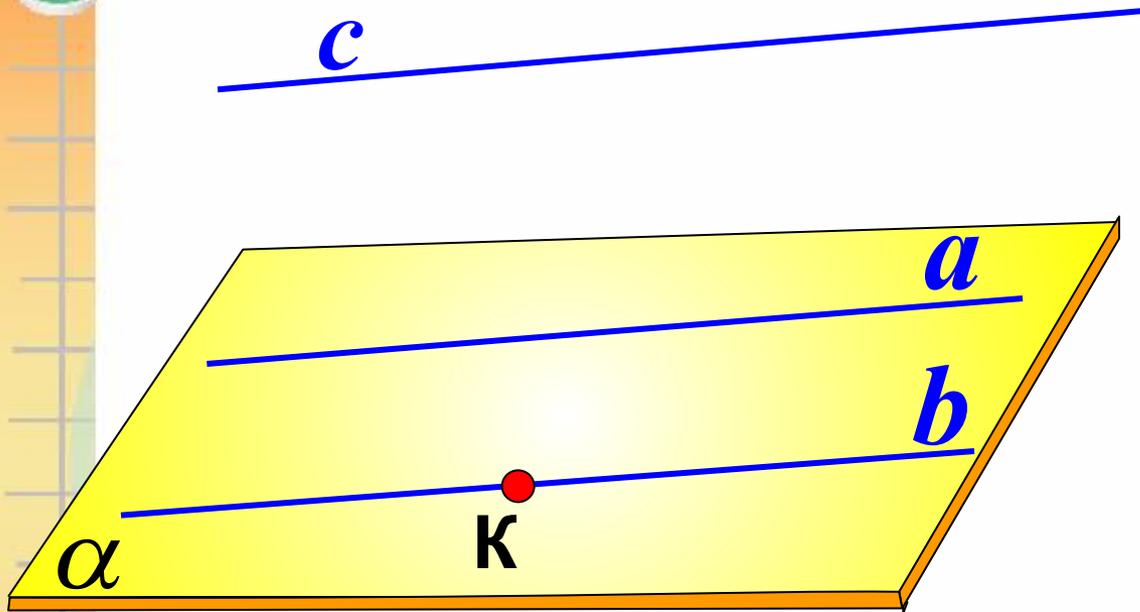
Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$a \parallel c, b \parallel c$

Докажем, что $a \parallel b$

Докажем, что **a** и **b**

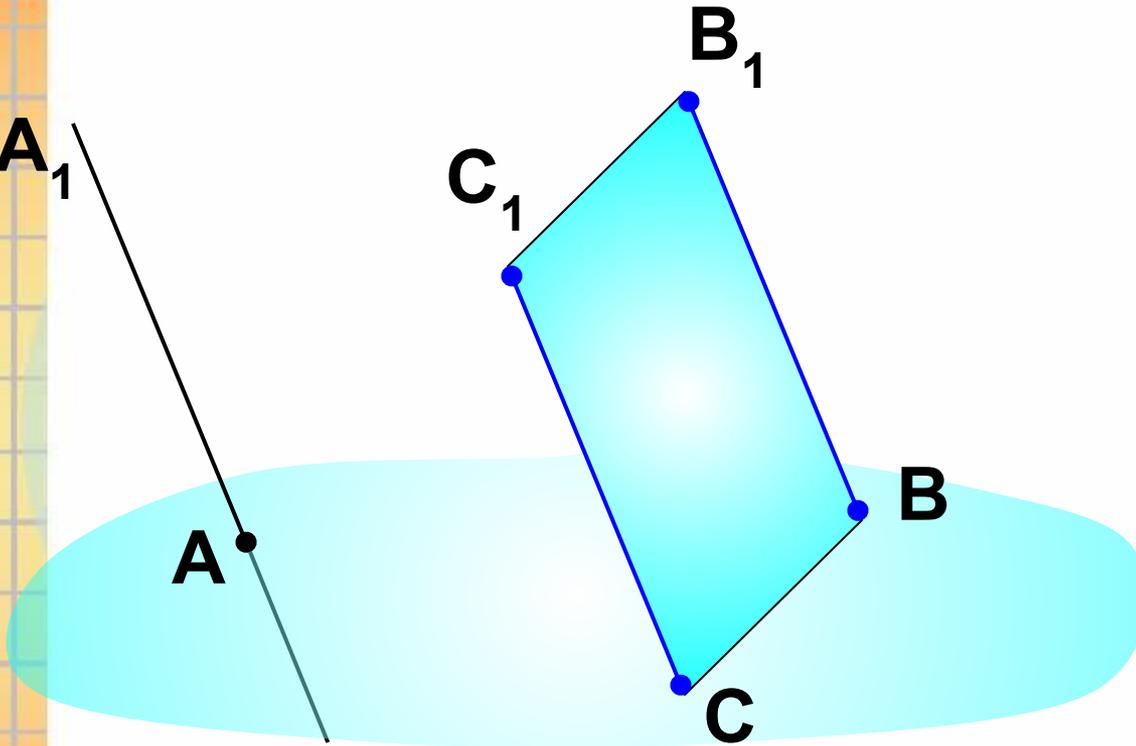
- 1) Лежат в одной плоскости
- 2) не пересекаются





Задача: Дано: $AA_1 \parallel CC_1$, $AA_1 \parallel BB_1$, $BB_1 = CC_1$

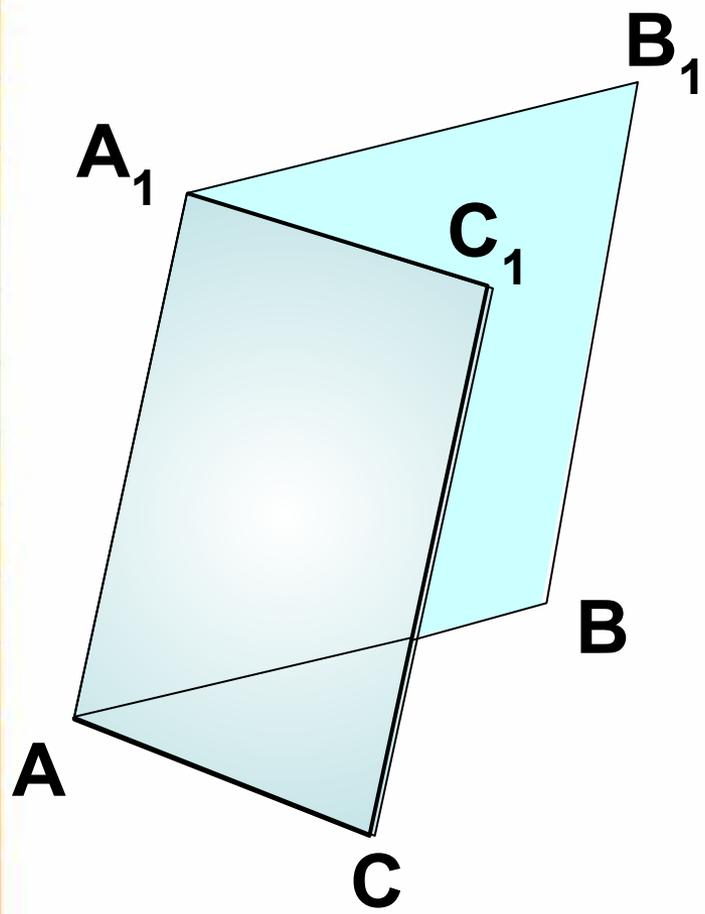
Доказать, что $B_1C_1 = BC$





Задача: Дано: $A_1C_1 = AC$, $A_1C_1 \parallel AC$, $A_1B_1 = AB$,
 $A_1B_1 \parallel AB$

Доказать, что $CC_1 = BB_1$

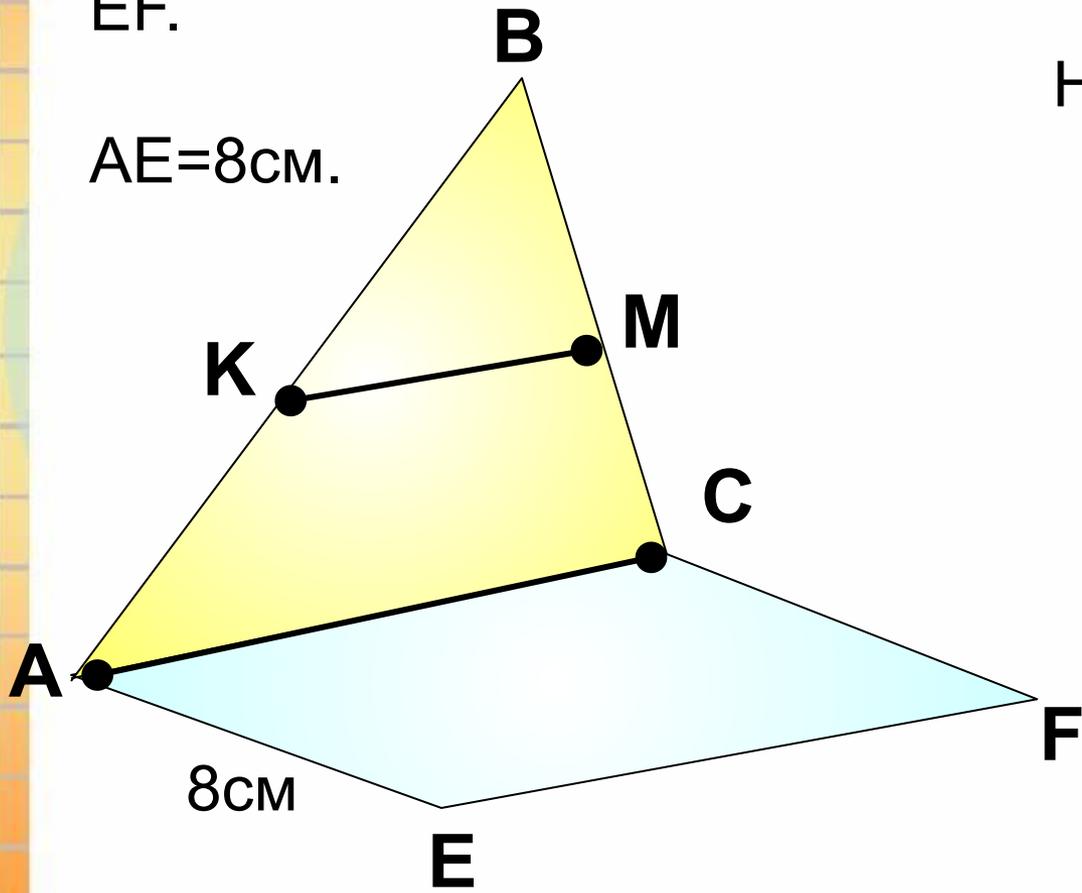




Задача: Треугольник ABC и квадрат $AEFC$ не лежат в одной плоскости. Точки K и M – середины отрезков AB и BC соответственно. Докажите, что $KM \parallel EF$.

Найдите KM , если

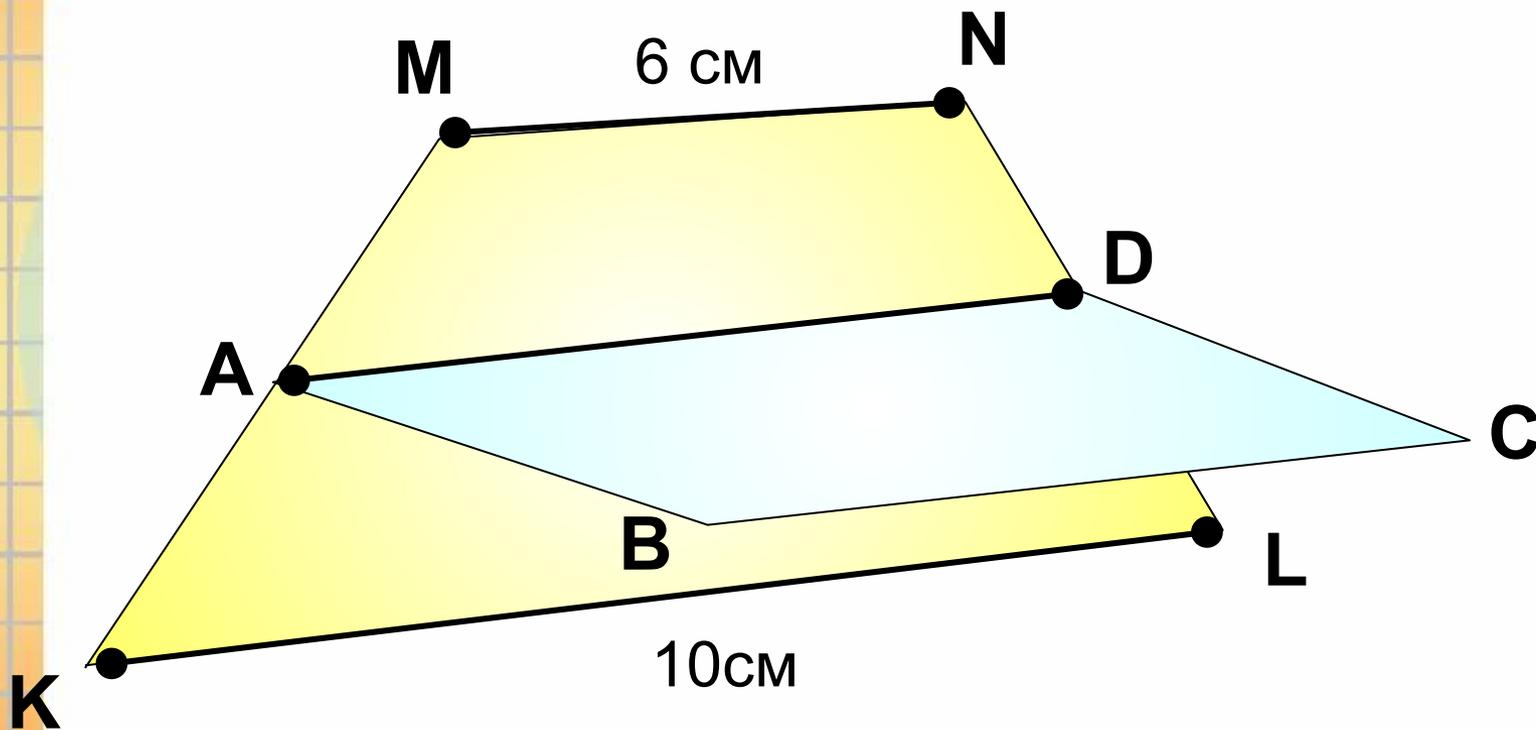
$AE = 8\text{ см.}$





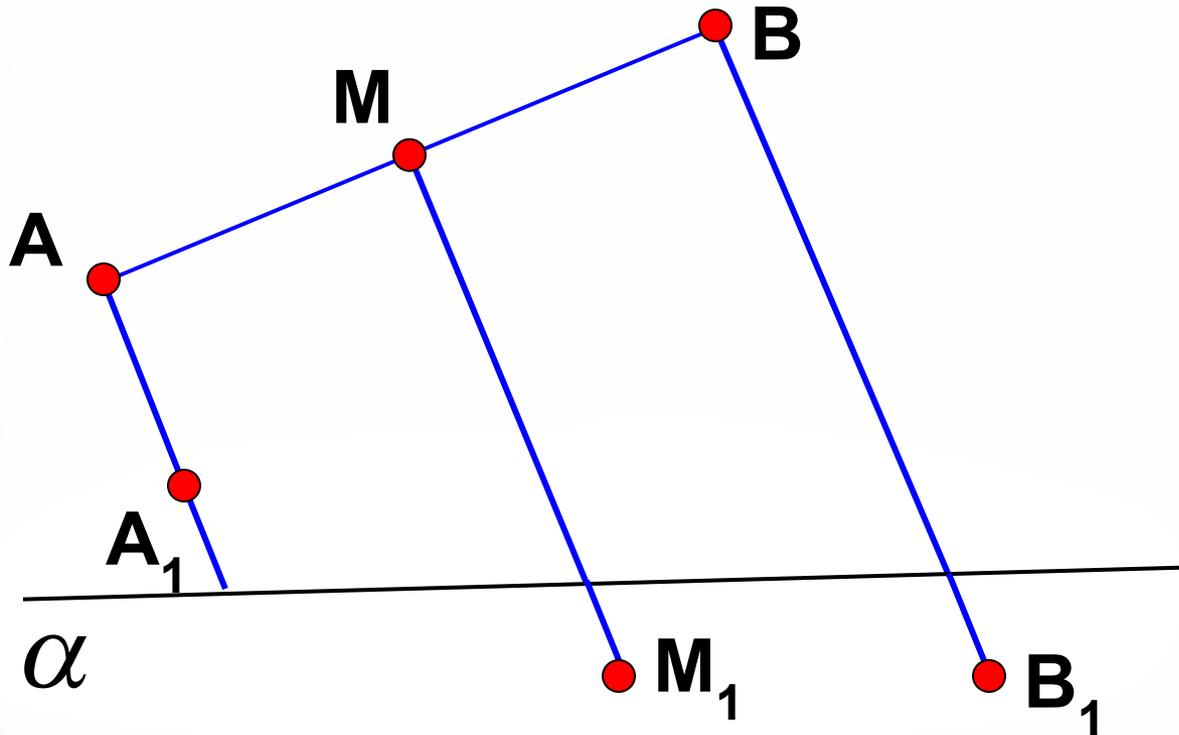
Задача: Квадрат $ABCD$ и трапеция $KMNL$ не лежат в одной плоскости. Точки A и D – середины отрезков KM и NL соответственно. Докажите, что $KL \parallel BC$.

Найдите BC , если $KL=10$ см, $MN=6$ см.





Задача: Отрезок AB не пересекается с плоскостью α . Через концы отрезка AB и его середину (точку M) проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1 , B_1 и M_1 . а) Докажите, что точки A_1 , B_1 и M_1 лежат на одной прямой. б) Найдите AA_1 , если $BB_1 = 12\text{см}$, $MM_1 = 8\text{см}$.





Дома:

- 1). П.4,п.5, выучить определения, теоремы, знать их доказательства
- 2). №18, №21