

ФУНКЦИЯ $y=ax^2+bx+c$, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Алгебра 6 апреля

Задание:

1.Законспектировать презентацию.

1. Разбор заданий

609-612(примеры решения некоторых заданий представлены в презентации)

3.Задания для самостоятельного
выполнения:613-615

Квадратный трехчлен

$$ax^2 + bx + c$$

a, b, c – числа (коэффициенты), $a \neq 0$.

ax^2 – старший член квадратного трехчлена.

a – старший коэффициент квадратного трехчлена.

$$3x^2 + 2x \quad a = 3, b = 2, c = 0.$$

Функцию $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – произвольные числа, причем $a \neq 0$, называют *квадратичной функцией*.

Пример 1: Построить график функции $y = -3x^2 - 6x + 1$.

Решение:

Выделим полный квадрат

$$\begin{aligned} -3x^2 - 6x + 1 &= -3(x^2 + 2x) + 1 = -3((x^2 + 2x + 1) - 1) + 1 = \\ &= -3((x + 1)^2 - 1) + 1 = -3(x + 1)^2 + 3 + 1 = -3(x + 1)^2 + 4. \end{aligned}$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 4$$

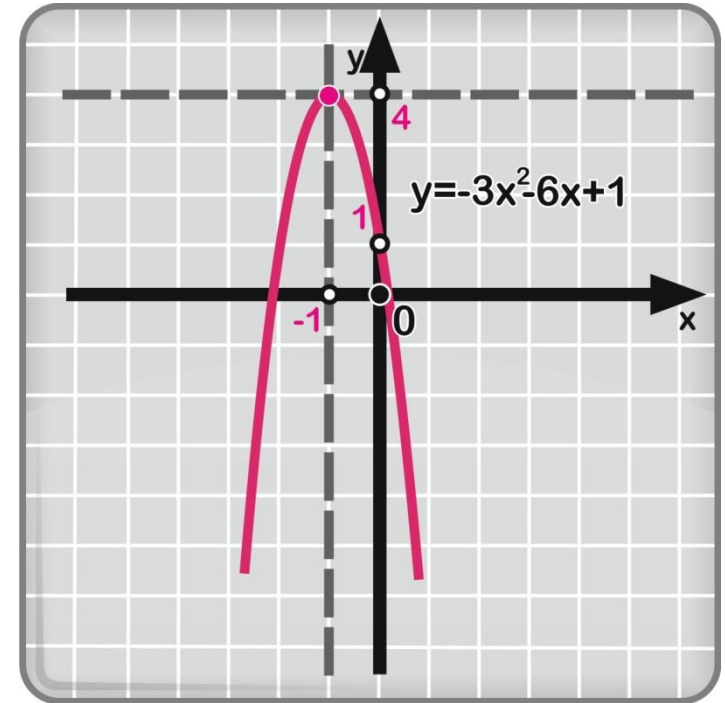
$$(-1; 4)$$

$$y = -3x^2$$

$$(0; 0), (1; -3), (-1; -3), (2; -12), (-2; -12)$$

$$y = a(x + l)^2 + m$$

График любой квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ можно получить из параболы $y = ax^2$ параллельным переносом.



Теорема: Графиком квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ является парабола, которая получается из параболы $y=ax^2$ параллельным переносом.

Доказательство:

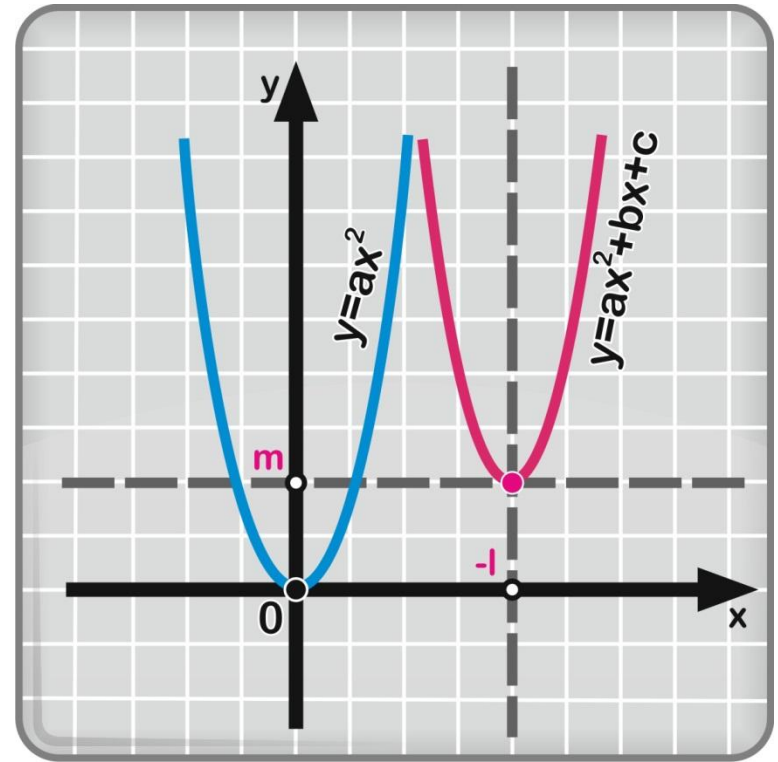
$$y = a(x+l)^2 + m$$

$$y = ax^2$$

$$(-l; m)$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x = -l; \quad x = -\frac{b}{2a}.$$



Осью параболы $y=ax^2+bx+c$ служит прямая $x = -\frac{b}{2a}$;
абсцисса x_0 вершины параболы $y=ax^2+bx+c$ вычисляется
по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$. $y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$.

Ветви параболы $y=ax^2+bx+c$ направлены вверх, если $a>0$, и вниз, если $a<0$.

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a},$$

$$y_0 = f(x_0), \quad f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

Пример 2: Построить график функции $y=2x^2-6x+1$.

Решение:

2 – положительное число

$$a = 2, \quad b = -6,$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \cdot 2} = 1,5.$$

$$y_0 = f(x_0) = f(1,5), \quad f(x) = 2x^2 - 6x + 1$$

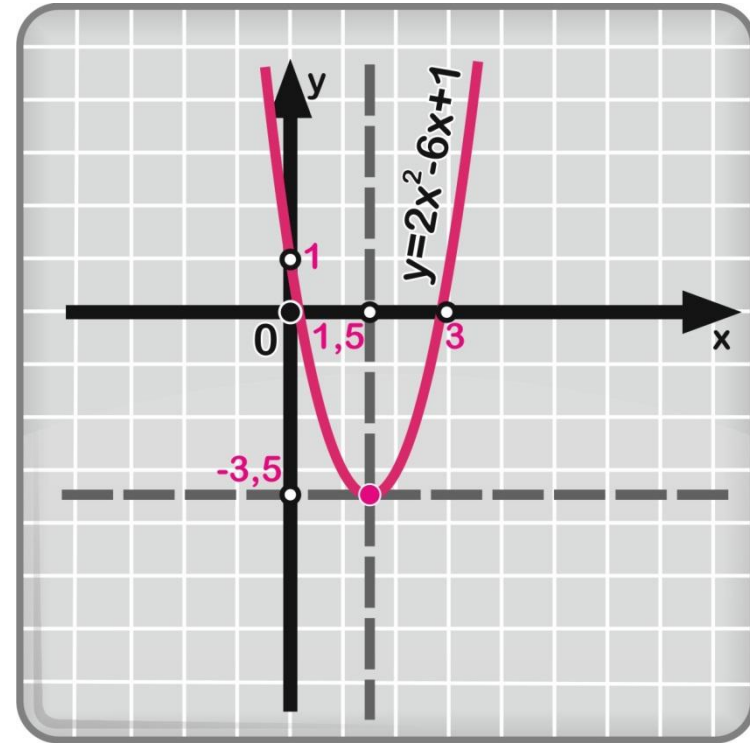
$$y_0 = f(1,5) = 2 \cdot 1,5^2 - 6 \cdot 1,5 + 1 = -3,5.$$

$$(1,5; -3,5)$$

$$x = 0, \quad x = 3, \quad f(0) = f(3)$$

$$f(0) = 1, \quad f(3) = 1$$

$$(0;1), (3;1)$$



Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$:

- 1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось параболы.*
- 2. Отметить на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы (чаще всего в качестве одной из таких точек берут точку $x=0$), найти значения функции в этих точках; построить на координатной плоскости соответствующие точки.*
- 3. Через полученные три точки провести параболу (в случае необходимости берут еще пару точек, симметричных относительно оси параболы, и строят параболу по пяти точкам).*

Разбор задания 608

- 1) $y = (x-3)^2 - 2$ $x_0 = 3$ $y_0 = -2$
- 2) $y = (x+4)^2 + 3$ $x_0 = -4$ $y_0 = 3$
- 3) $y = 5(x+2)^2 - 7$ $x_0 = -2$ $y_0 = -7$
- 4) $y = -4(x-1)^2 + 5$ $x_0 = 1$ $y_0 = 5$

609 1) $y = x^2 + 4x + 1$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1 - 4^2}{4 \cdot 1} = \frac{-12}{4} = -3$$

Вершина $(-2; -3)$

$$610) \quad 1. \quad y = x^2 + 2$$

$x_0 = 0$ т.к. $c = 0$ в этой функции,
и нет переменной x во знаменателе

$$y_0 = 0 + 2 = 2$$

$$611) \quad 1) \quad y = x^2 + 3$$

Ось симметрии параболы — это вершина

$y = x^2 + 3$, т.к. $c = 0$ в этой функции
то $x_0 = 0$.

$$5) \quad y = x^2 + x + 1$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2}$$

612.) $y = x^2 - 10x$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{10}{2} = 5$$

Значит $x = 5$ ось симметрии

1) $(5; 10)$ — подходит

2) $(3; -8)$ не подходит