

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Тема 3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Занятие 3.1.2. Закон Гука при центральной растяжении (сжатии)

Учебные вопросы:

1. Построение эпюр продольных сил.
2. Абсолютная и относительная продольная деформация.
Коэффициент Пуассона.
3. Закон Гука.

Метод сечений

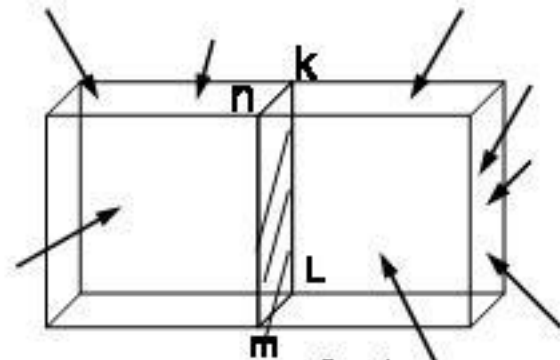


Рис.1

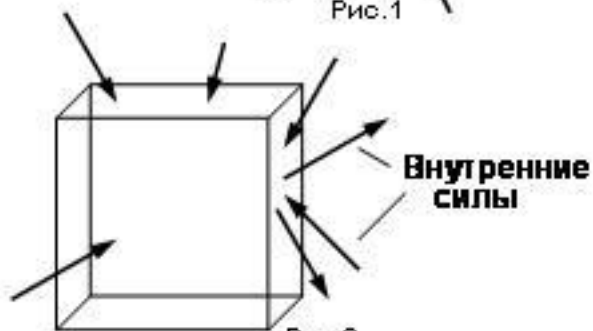


Рис.2

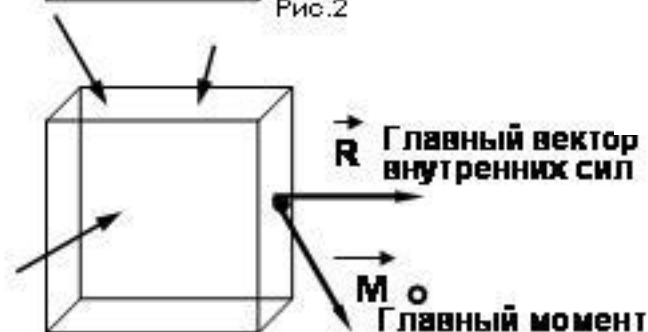


Рис.3

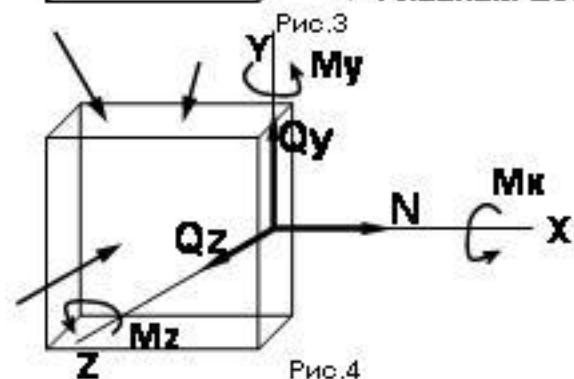


Рис.4

$$\vec{R}_o = \vec{Q}_x + \vec{Q}_y + \vec{N};$$

$$\vec{M}_o = \vec{M}_x + \vec{M}_y + \vec{M}_z$$

$$\begin{cases} \sum_i P_{ix} + Q_x = 0 \\ \sum_i P_{iy} + Q_y = 0 \\ \sum_i P_{iz} + N = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_i M_{ix} + M_x = 0 \\ \sum_i M_{iy} + M_y = 0 \\ \sum_i M_{iz} + M_z = 0 \end{cases}$$

- Составляющие $\overset{\curvearrowright}{Q}_x, \overset{\curvearrowright}{Q}_y, \overset{\curvearrowright}{Q}_z, \overset{\curvearrowright}{M}_x, \overset{\curvearrowright}{M}_y, \overset{\curvearrowright}{M}_z = \overset{\curvearrowright}{M}_\kappa$ называются внутренними силовыми факторами.
- Здесь $\sum_i P_{ix}, \sum_i P_{iy}, \sum_i P_{iz}$ – суммы проекций всех внешних сил;

$\sum_i M_{ix}, \sum_i M_{iy}, \sum_i M_{iz}$ – суммы проекций внешних моментов;

N – продольная сила;

Q_x, Q_y - поперечные силы;

$M_z = M_\kappa$ - крутящий момент;

M_x, M_y - изгибающие моменты.

**Деформированные состояния, при которых
возникают данные силовые факторы:**

1. Растяжение-сжатие (продольные силы N);
2. Сдвиг (поперечные силы Q_x , Q_y);
3. Кручение (крутящий момент M_K);
4. Изгиб (изгибающие моменты M_x , M_y);
5. Сложные деформации (несколько усилий, например, изгибающий и крутящий моменты).

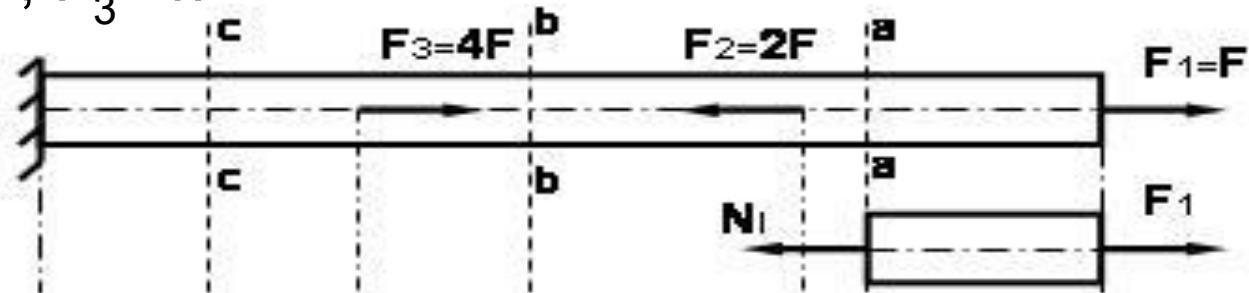
Правило знаков для продольной силы:

растягивающие продольные силы
(направленные от сечения) считаются
положительными, сжимающие
(направленные к сечению) –
отрицательными.

Эпюрой продольной силы называется
график, показывающий изменение
продольной силы по оси стержня.

Пример

Построить эпюру продольных сил для бруса, если:
 $F_1 = F$, $F_2 = 2F$, $F_3 = 4F$

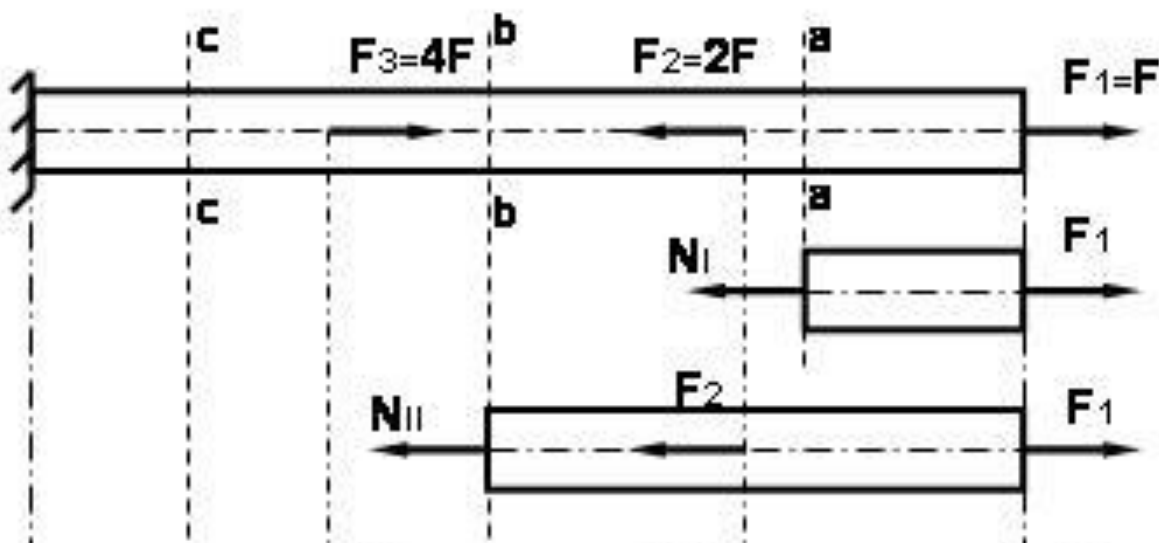


Проводя произвольно сечение $a-a$ на участке I, составляем уравнение равновесия:

$$\sum Z = 0$$

$$F - N_I = 0$$

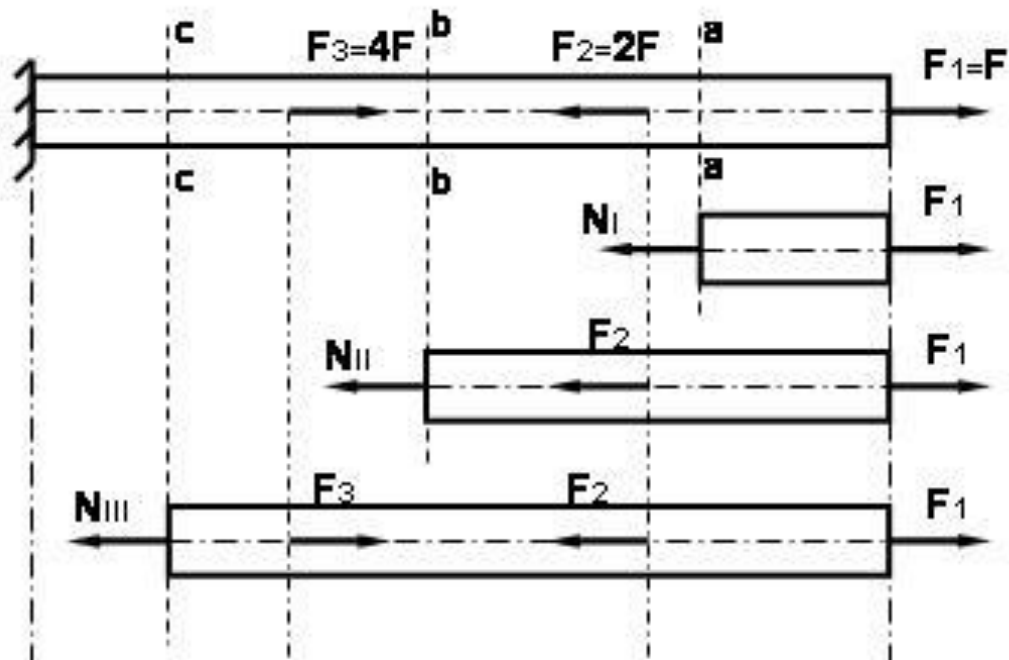
$$N_I = F \text{ (растяжение)}$$



Проводим сечение $b-b$ на участке II:

$$\sum Z = F_1 - F_2 - N_{II} = F - 2F - N_{II} = 0$$

$$N_{II} = -F \text{ (сжатие)}$$

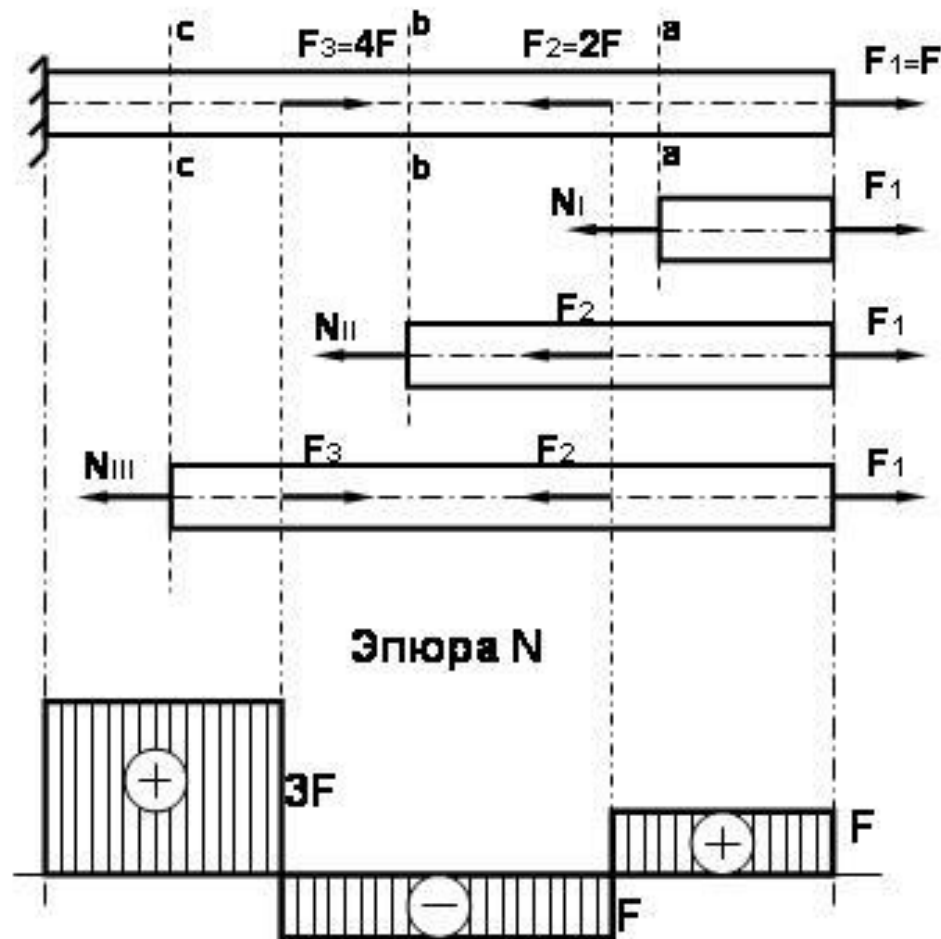


Проводим сечение с-с на участке III:

$$\sum Z = F_1 - F_2 + F_3 - N_{III} = 0$$

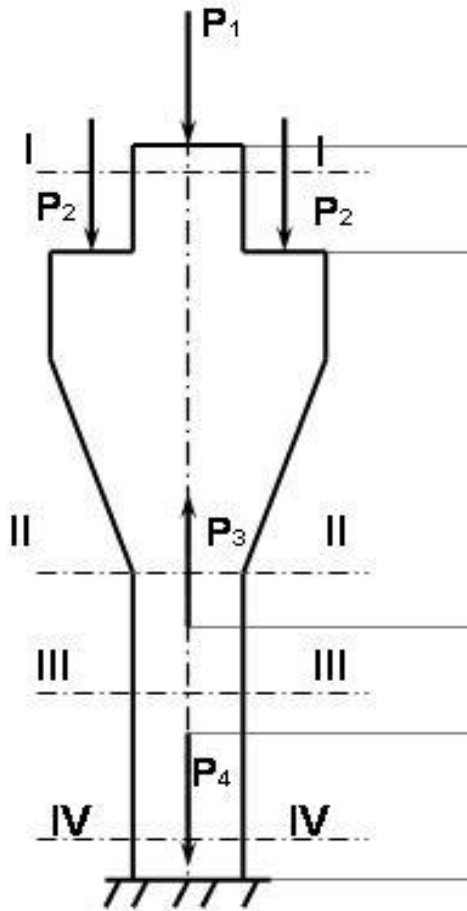
$$\sum Z = F - 2F + 4F - N_{III} = 0$$

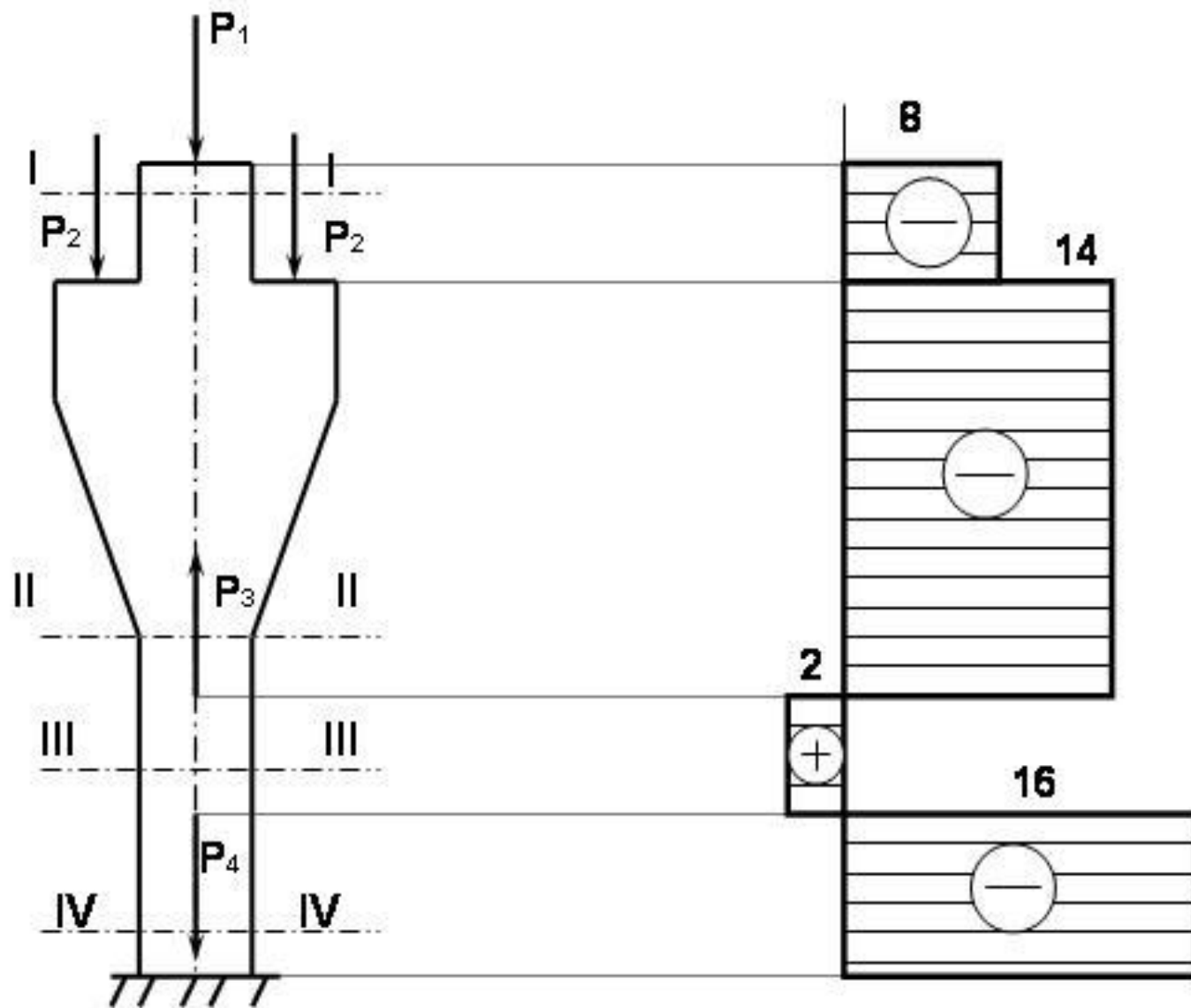
$$N_{III} = 3F \text{ (растяжение)}$$



Для построения эпюры N проводим ось абсцисс параллельно оси бруса. Положительные значения откладываем вверх, отрицательные – вниз. Эпюра строится в выбранном масштабе! Эпюру следует штриховать! Штриховка строго перпендикулярна оси эпюры !!!

ЗАДАЧА. Для бруса со ступенчато-переменным сечением построить эпюру N , если $P_1 = 8m$, $P_2 = 3m$,
 $P_3 = 16m$, $P_4 = 18m$.





Абсолютная и относительная продольная деформация. Коэффициент Пуассона.

- *Напряжение* – это внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади:

$$\sigma = \frac{P}{F}$$

Единицы измерения напряжения:

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2; \quad 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па} = 1 \text{ Н/мм}^2$$

Допускаемые напряжения ($[\sigma]$ и $[\tau]$ – нормальные и касательные) – это такие максимальные напряжения, при которых не происходит разрушение данной конкретной детали, и она работает в условиях упругих деформаций.

При растяжении (сжатии) в поперечном сечении стержня

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{N}{F}$$

При растяжении нормальные напряжения – положительные, при сжатии – отрицательные.

Изменение длины стержня $\Delta l = l_1 - l$ называют **линейной продольной деформацией (абсолютным удлинением)**;

изменение поперечного сечения $\Delta a = a_1 - a$ - **линейной поперечной деформацией**.

Интенсивность деформирования оценивают деформациями, приходящимися на единицу длины стержня: **относительной продольной ε** и **относительной поперечной ε'** :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a}$$

Деформации бывают продольные и поперечные.

Отношение поперечной деформации к продольной называется *коэффициентом Пуассона μ* :

$$0,2 \leq \mu \leq 0,5.$$

Закон Гука

ЗАКОН ГУКА (открыт в 1660):

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}$$

где Δl - абсолютная продольная деформация;
 P – осевая внешняя сила;
 F – площадь поперечного сечения;
 E – модуль продольной упругости (модуль Юнга).

Закон Гука можно преобразовать, учитывая определения внутреннего напряжения ($\sigma = \frac{N}{F}$) и относительной

деформации ($\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Максимальные напряжения при растяжении (сжатии):

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{F}$$

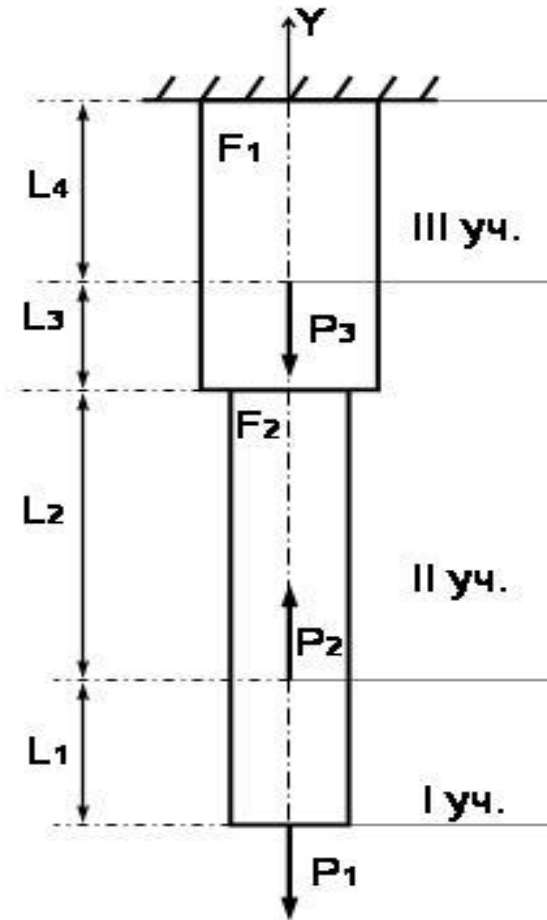
Условие прочности: $\sigma_{max} \leq [\sigma]$

Условие жесткости: $\varepsilon_{max} \leq [\varepsilon]$

Условие жесткости при растяжении (сжатии) можно записать и в другом виде:

$$\Delta l_{max} = \frac{N_{max} \cdot l}{E \cdot F} \leq [\Delta l]$$

ЗАДАЧА. Вычислить приращение длины стального стержня ступенчатого сечения, если $l_1 = 50$ см, $l_2 = 80$ см, $l_3 = 40$ см, $l_4 = 60$ см, $E = 2 \cdot 10^4$, $F_1 = 10$, $F_2 = 20$, $P_1 = 200$ кг, $P_2 = 500$ кг, $P_3 = 700$ кг.



Полное удлинение стержня определяем как сумму удлинений отдельных участков:

$$\Delta l = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot F_1} + \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot F_1} + \frac{N_2 \cdot l_3}{E \cdot F_2} + \frac{N_3 \cdot l_4}{E \cdot F_2}$$

