

ПРОЕКТ НА ТЕМУ: «ВСЁ О ТРЕУГОЛЬНИКАХ»

Выполнила:
Ученица 11 класса МБОУ

«СОШ №1 Саратовской области Самойловского района»
Еремина Карина.

Руководитель: Очеретова Тамара Ивановна.

Цели:

- ◉ Систематизировать понятия по теме «Все о треугольниках»;
- ◉ Показать практическое применение данного материала при решении задач при подготовке к ЕГЭ;
- ◉ Научиться сравнивать треугольники между собой;
- ◉ Выяснить, каковы особенности каждого треугольника.

Проблема:

Выяснить, насколько важна данная тема при подготовке к ЕГЭ.

СОДЕРЖАНИЕ

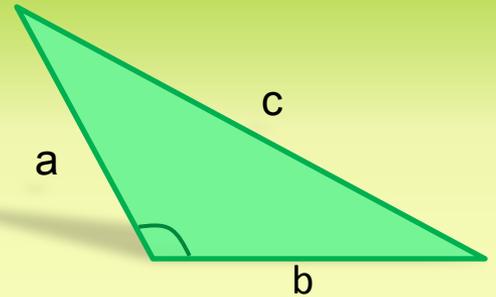
- Виды треугольников;
- Свойства треугольников;
- Прямоугольный треугольник;
- Равнобедренный треугольник;
- Правильный треугольник;
- Равенство треугольников;
- Медианы;
- Высоты;
- Биссектрисы;
- Средняя линия;
- Серединный перпендикуляр;
- Площадь треугольника;
- Теоремы косинусов и синусов;
- Подобие треугольников;
- Окружность, вписанная в треугольник;
- Окружность, описанная около треугольника.

ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

По углам:

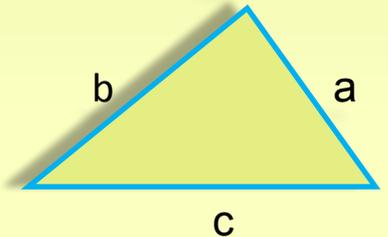
- Тупоугольный – треугольник, у которого один из углов тупой;

$$a^2 + b^2 < c^2$$



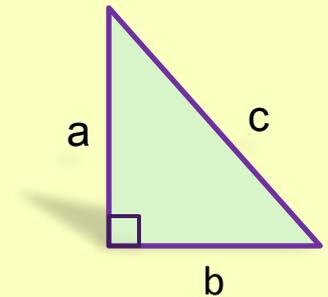
- Остроугольный – треугольник, у которого все углы острые;

$$a^2 + b^2 > c^2$$



- Прямоугольный – треугольник, у которого один из углов прямой.

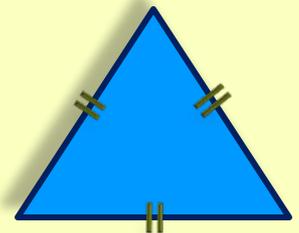
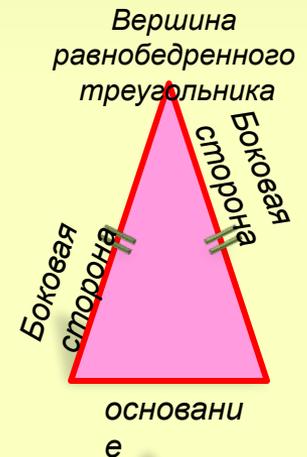
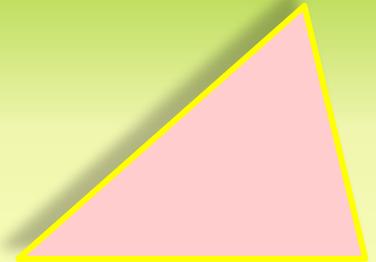
$$a^2 + b^2 = c^2$$



ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

По сторонам:

- Разносторонний – треугольник, у которого все стороны различны по длине;
- Равнобедренный – треугольник, у которого две стороны равны;
- Равносторонний – треугольник, у которого все стороны равны.



СВОЙСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ



- Сумма углов треугольника равна 180°

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^{\circ};$$

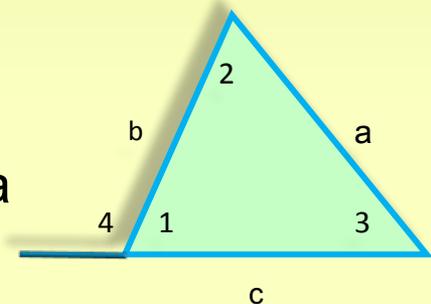
- Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, углов

$$\angle 4 = \angle 2 + \angle 3;$$

- В любом треугольнике каждая сторона меньше суммы двух других сторон

$$a < b + c, b < a + c, c < a + b;$$

- В треугольнике против большей стороны лежит больший угол, против большего угла – большая сторона.



ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

- Сторона прямоугольного треугольника, противоположная прямому углу, называется *гипотенузой*, две другие стороны называются *катетами*.

- **Теорема Пифагора:**

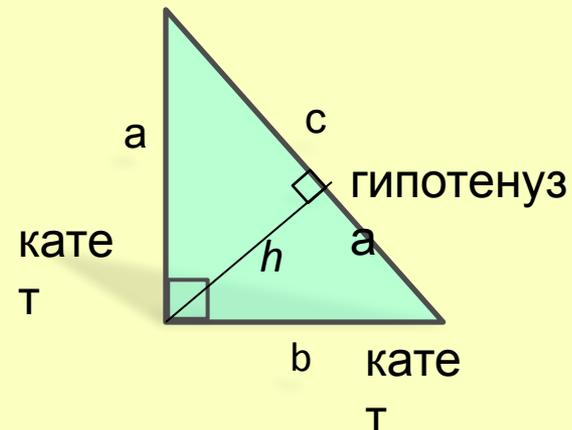
Квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$S = \frac{1}{2}ab;$$

$$S = \frac{1}{2}ch,$$

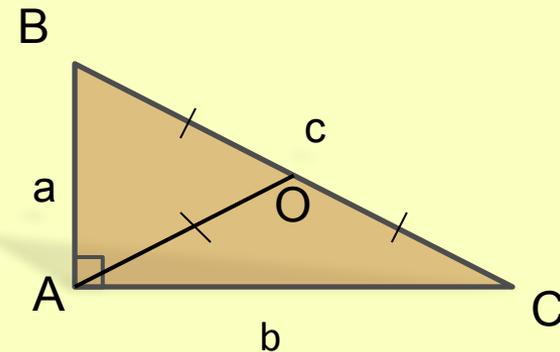
h – высота, проведенная к гипотенузе



СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

- Медиана, проведённая к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна половине гипотенузы.
- Только в прямоугольном треугольнике центр описанной окружности лежит на стороне треугольника (совпадает с серединой гипотенузы).

$$AO=OB=OC=R=\frac{c}{2}$$



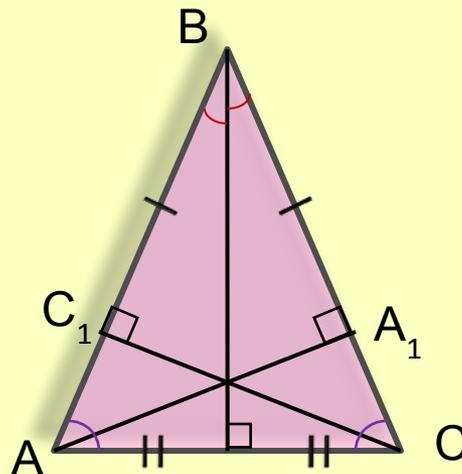
ПРИЗНАКИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

- Если квадрат одной из сторон треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то такой треугольник прямоугольный.
- Если медиана треугольника равна половине соответствующей ей стороны, то треугольник прямоугольный.



СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

- Углы при основании равны.
- Высота, проведенная из вершины равнобедренного треугольника, является медианой и биссектрисой (осью симметрии).
- Высоты (биссектрисы, медианы), проведенные к боковым сторонам, равны.



$$\begin{array}{l} AA_1 \perp BC \\ BC \perp AA_1 \\ CC_1 \perp AB \\ AB \perp CC_1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} AA_1 = C_1C \\ CC_1 = A_1A \end{array}$$

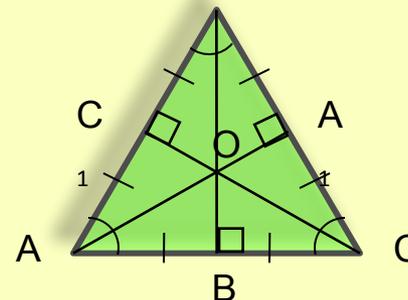
СВОЙСТВА ПРАВИЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

- Все углы равностороннего треугольника равны 60° .
- Только в правильном треугольнике совпадают точки пересечения медиан, биссектрис, высот, серединных перпендикуляров. Эта точка называется центром правильного треугольника и является центром вписанной и описанной окружностей.
- Центр правильного треугольника делит его высоты в отношении 2:1, считая от вершины.
- Только в правильном треугольнике $R = 2r = \frac{2}{3}h = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$AB=BC=AC=a$$

$$AA_1=BB_1=CC_1$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ



- По двум сторонам и углу между ними



- По стороне и двум прилежащим к ней углам



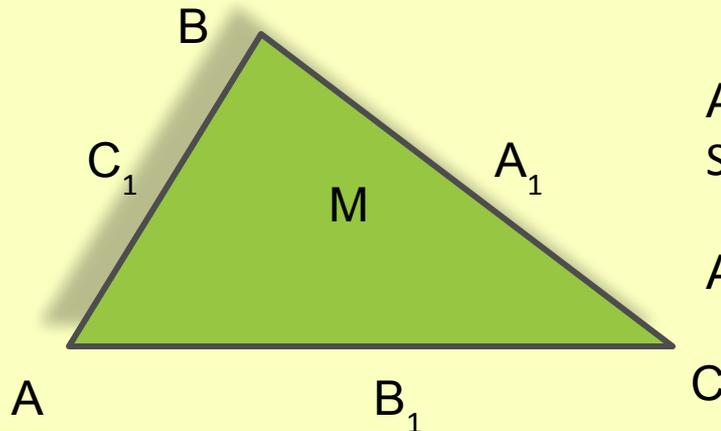
- По трем сторонам



Соответствующие элементы равных треугольников равны.

МЕДИАНЫ

- Медианы треугольника пересекаются в одной точке (центре тяжести треугольника) и делятся этой точкой в отношении 2:1, считая от вершины.
- Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника. Три медианы делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.

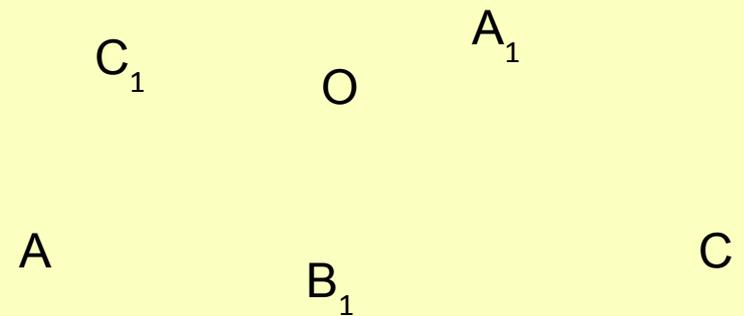


$$AM:MA_1 = BM:MB_1 = CM:MC_1 = 2:1$$
$$S_{AC_1M} = S_{BC_1M} = S_{BA_1M} = S_{CA_1M} = S_{CB_1M} = S_{AB_1M}$$
$$AA_1^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$$

БИССЕКТРИСЫ

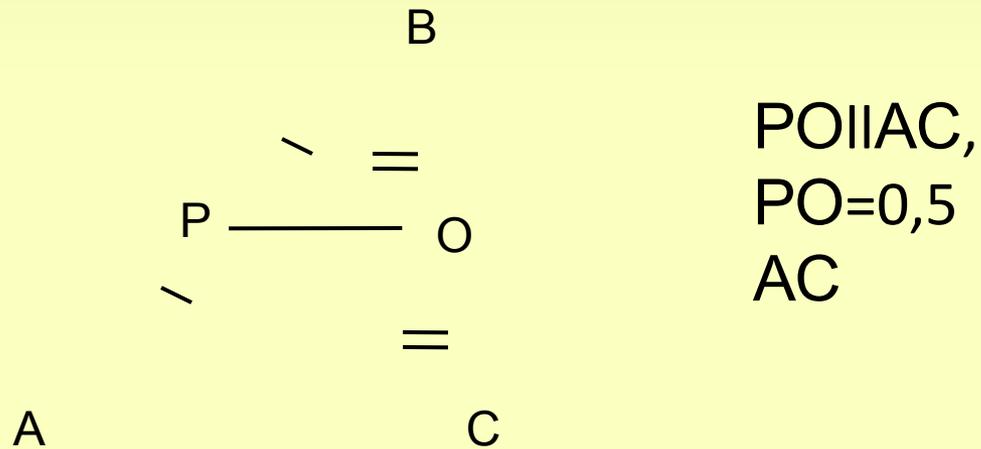
- Все биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке – центре вписанной в треугольник окружности.
- Биссектриса делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{CA_1}{A_1B} = \frac{CA}{AB};$$



СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ

Средняя линия параллельна третьей стороне и равна ее половине.



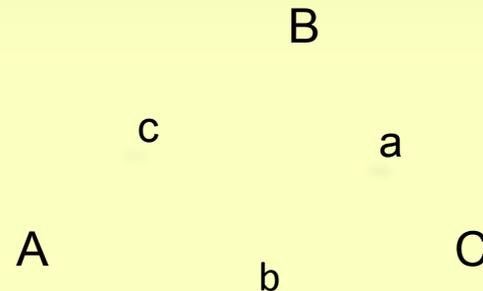
СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

- Все серединные перпендикуляры сторон треугольника пересекаются в одной точке – центре описанной около треугольника окружности. Около каждого треугольника можно описать окружность и при том только одну.
- Точка пересечения серединных перпендикуляров треугольника является точкой пересечения высот треугольника, образованного средними линиями данного треугольника.



ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

- $S_{\Delta} = 0,5 ah_a = 0,5 bh_b = 0,5 ch_c$
- $S_{\Delta} = 0,5 ab \sin C = 0,5 ac \sin B = 0,5 bc \sin A$
- $S_{\Delta} = p(p-a)(p-b)(p-c)$ (формула Герона)
- $S_{\Delta} = rp$
- $S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$



$$p = 0,5(a+b+c)$$

r – радиус вписанной окружности

R – радиус описанной окружности

ТЕОРЕМЫ СИНУСОВ И КОСИНУСОВ

Теорема косинусов

- Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Теорема синусов

- Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих им углов.

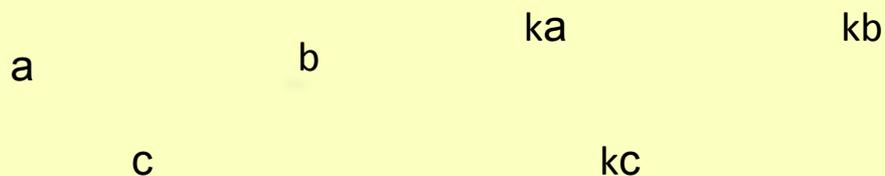
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

◉ По двум углам

◉ По двум сторонам и углу между ними

◉ По трем сторонам



ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В ТРЕУГОЛЬНИК

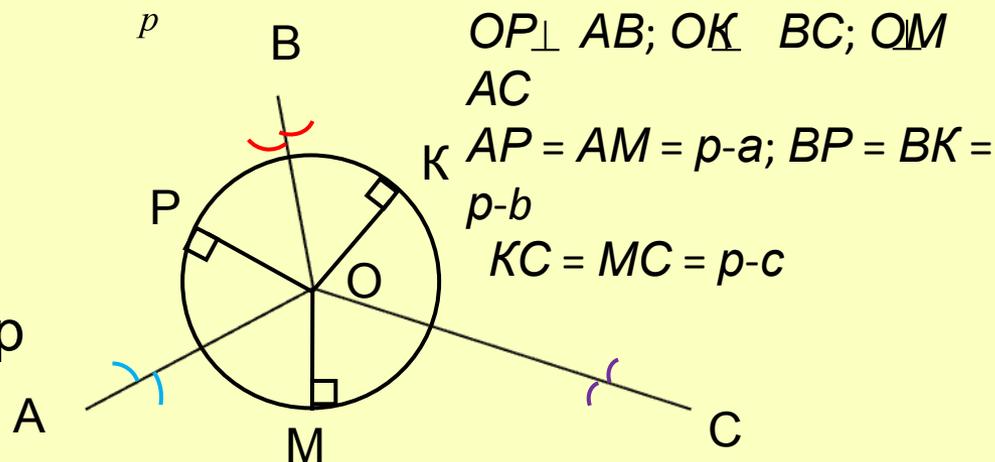
- В каждый треугольник можно вписать окружность и при том только одну.
- Её центр – точка пересечения биссектрис.
- Радиус (r) вычисляется по формулам:

- $r = (p - a) \cdot \operatorname{tg} \frac{A}{2} = (p - b) \cdot \operatorname{tg} \frac{B}{2} = (p - c) \cdot \operatorname{tg} \frac{C}{2}$

- $r = \sqrt{\frac{(p - a)(p - b)(p - c)}{p}} = \frac{S}{p}$

- $r = \frac{S}{p}$

p - полупериметр



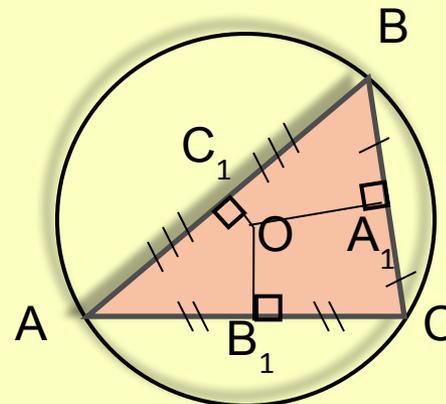
ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

- Около каждого треугольника можно описать окружность и при том только одну.
- Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
- Радиус (R) вычисляется по формулам:

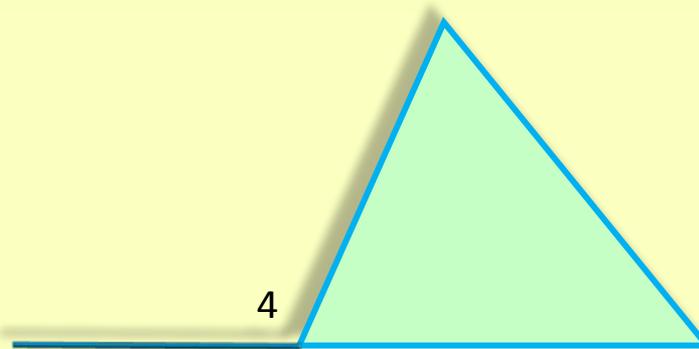
- $$R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C}$$

- $$R = \frac{abc}{4S}$$

$$\begin{aligned} AB_1 &= B_1C; \quad AC_1 = C_1B; \\ BA_1 &= A_1C \quad \perp \\ OA &\perp BC; \quad OB \perp AC; \\ OA &= OB = OC = R \end{aligned}$$



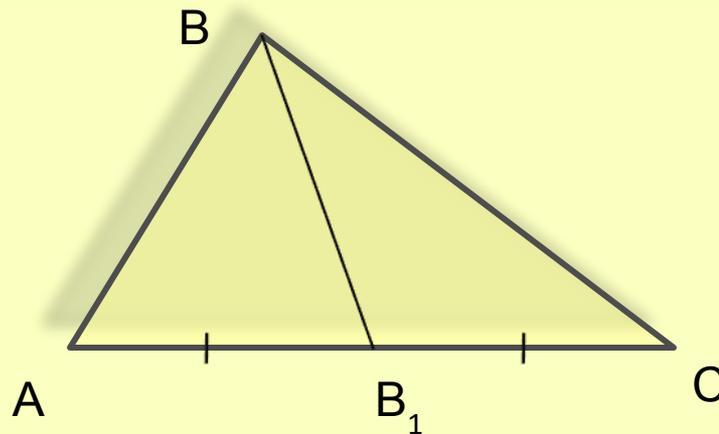
Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника.



$\sphericalangle 4$ – внешний
угол



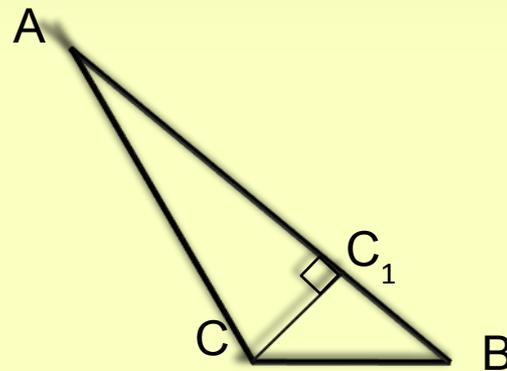
Медианой треугольника называется отрезок, который соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны.



BB_1 – медиана
треугольника

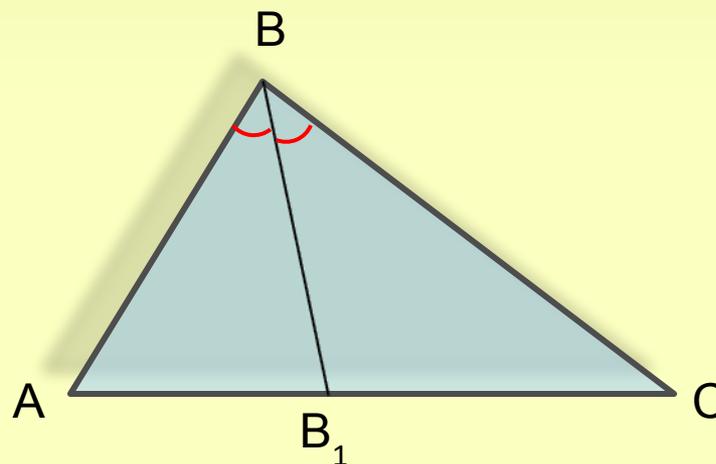


Высотой треугольника называется отрезок перпендикуляра, опущенного из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону.



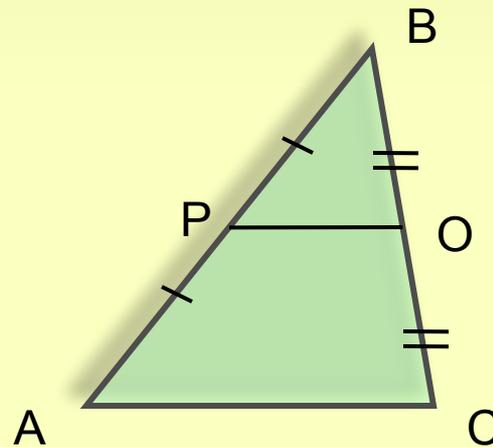
CC_1 -
высота

Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы внутреннего угла треугольника.



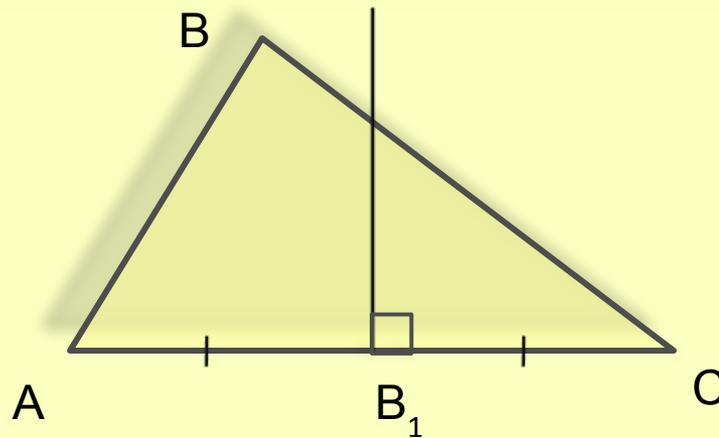
BB_1 –
биссектриса

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.



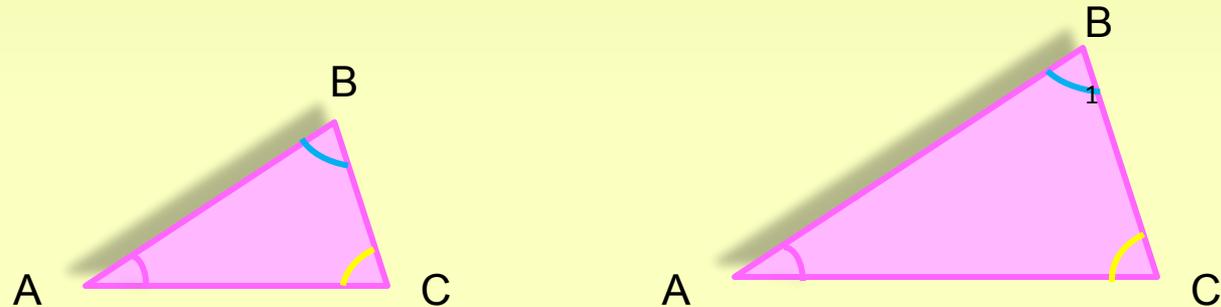
PO – средняя
линия

Серединым перпендикуляром называется прямая, перпендикулярная стороне треугольника и делящая её пополам.





Если в треугольниках углы равны, то стороны, лежащие против соответственно равных углов в этих треугольниках, называются сходственными.



AB и A_1B_1 , BC и B_1C_1 , CA и C_1A_1 –
сходственные стороны

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Осуществление этого проекта позволило мне углубить мои знания о треугольниках и математике в целом, а также выяснить, что данная тема очень важна для сдачи ЕГЭ.

ЛИТЕРАТУРА

- ⊙ Геометрия, 7-9: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 15-е изд.- М. : Просвещение, 2005.
- ⊙ Геометрия в таблицах. 7-11 кл. : Справочное пособие/ Авт.-сост. Л.И. Звавич, А.Р. Рязановский. – 5-е изд., стереотип.- М.: Дрофа, 2001.

