

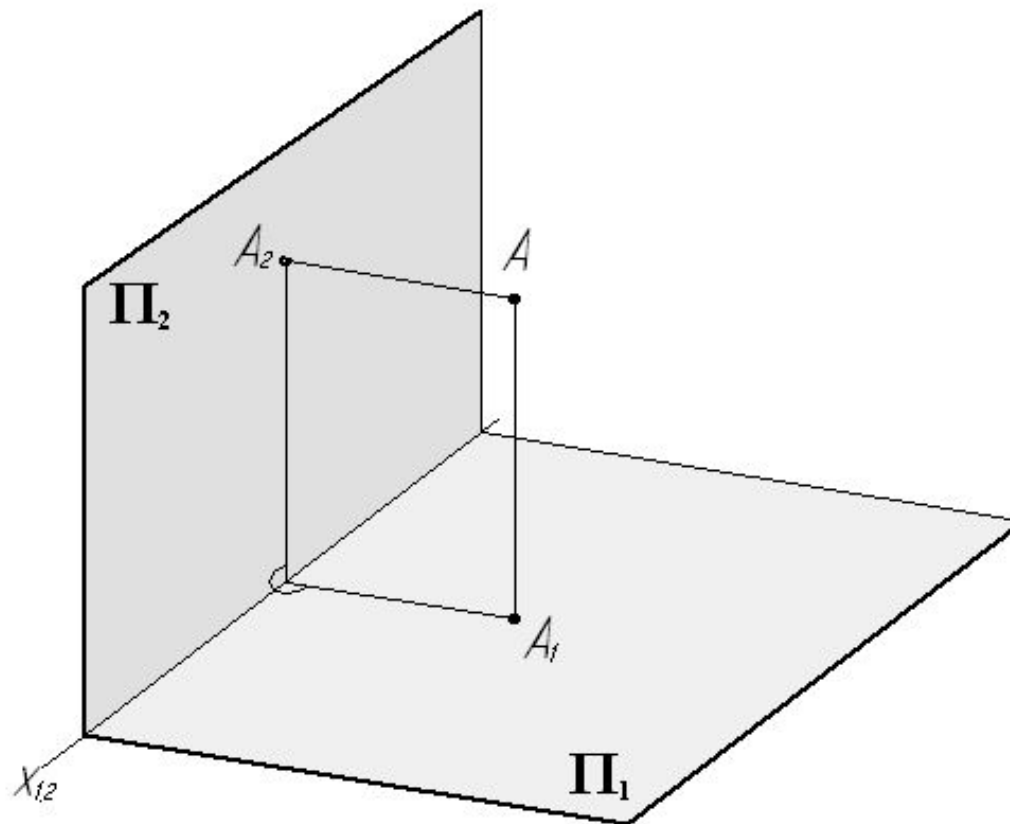
Начертательная геометрия

лекция №3
Дополнительные
проекции

Дополнительные ортогональные проекции

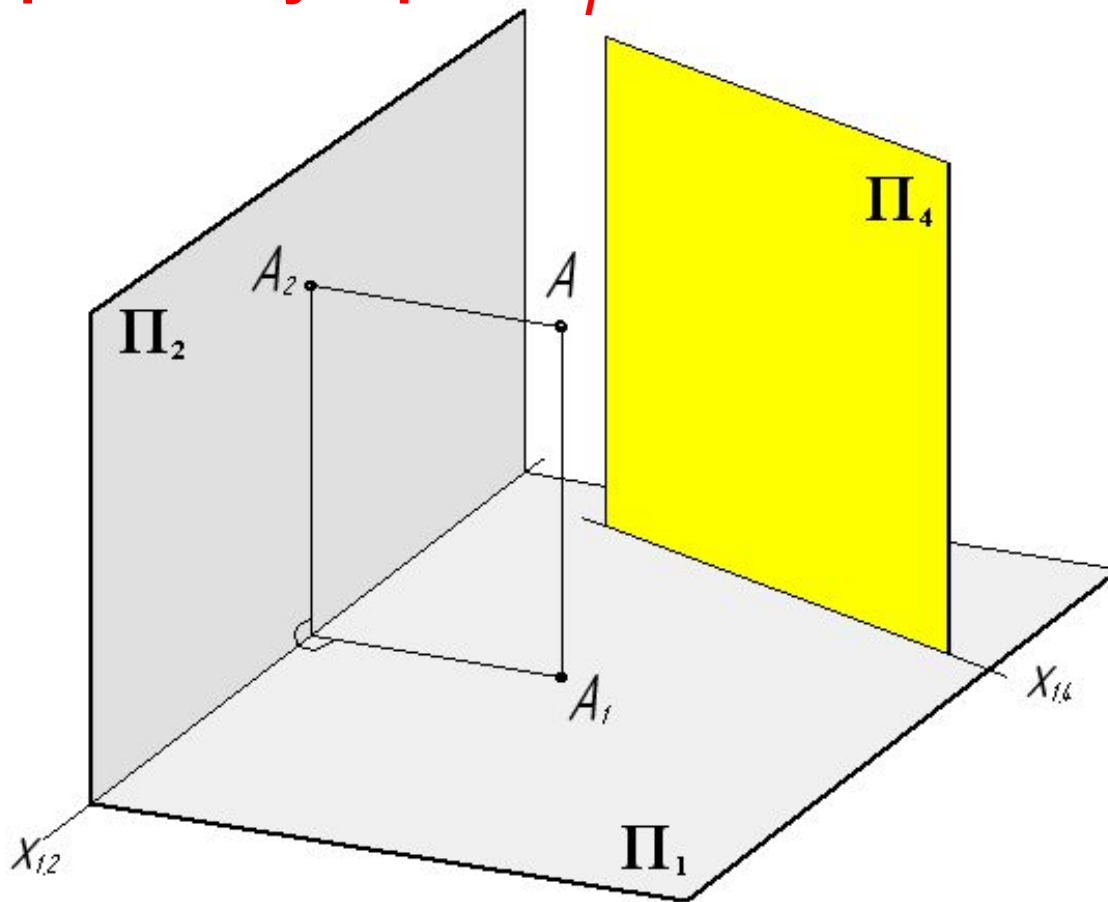
Этот метод опирается на основные положения **ортогонального проецирования**

Новая плоскость проекций должна быть **обязательно перпендикулярна** одной из исходных плоскостей проекций и на нее должно осуществляться **ортогональное** проецирование



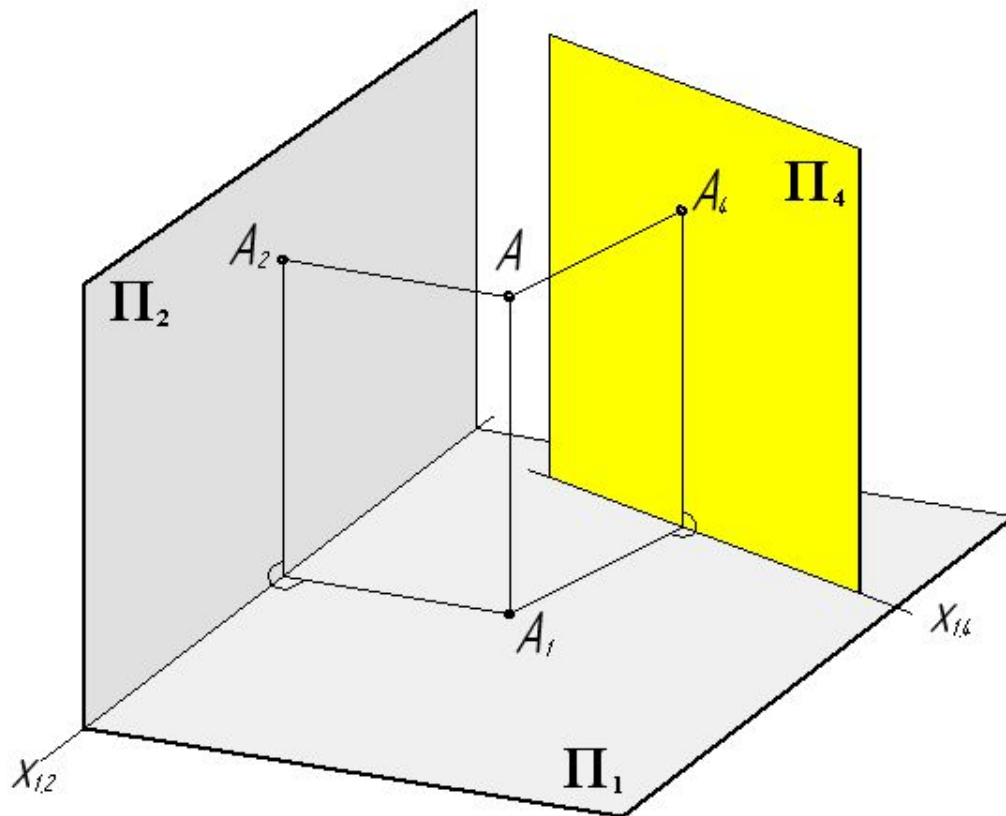
1. Точка A ортогонально проецируется на плоскости $\Pi_1 - \Pi_2$

2. Вместо плоскости Π_2 вводим плоскость Π_4
перпендикулярно Π_1



$$\begin{aligned} \Pi_4 &\perp \Pi_1 \\ \Pi_1 \cap \Pi_4 &= x_{1,4} \end{aligned}$$

3. Плоскости Π_1 и Π_4 образуют новую систему
ортогональных плоскостей,
и ось $x_{1,4}$ является новой осью проекций

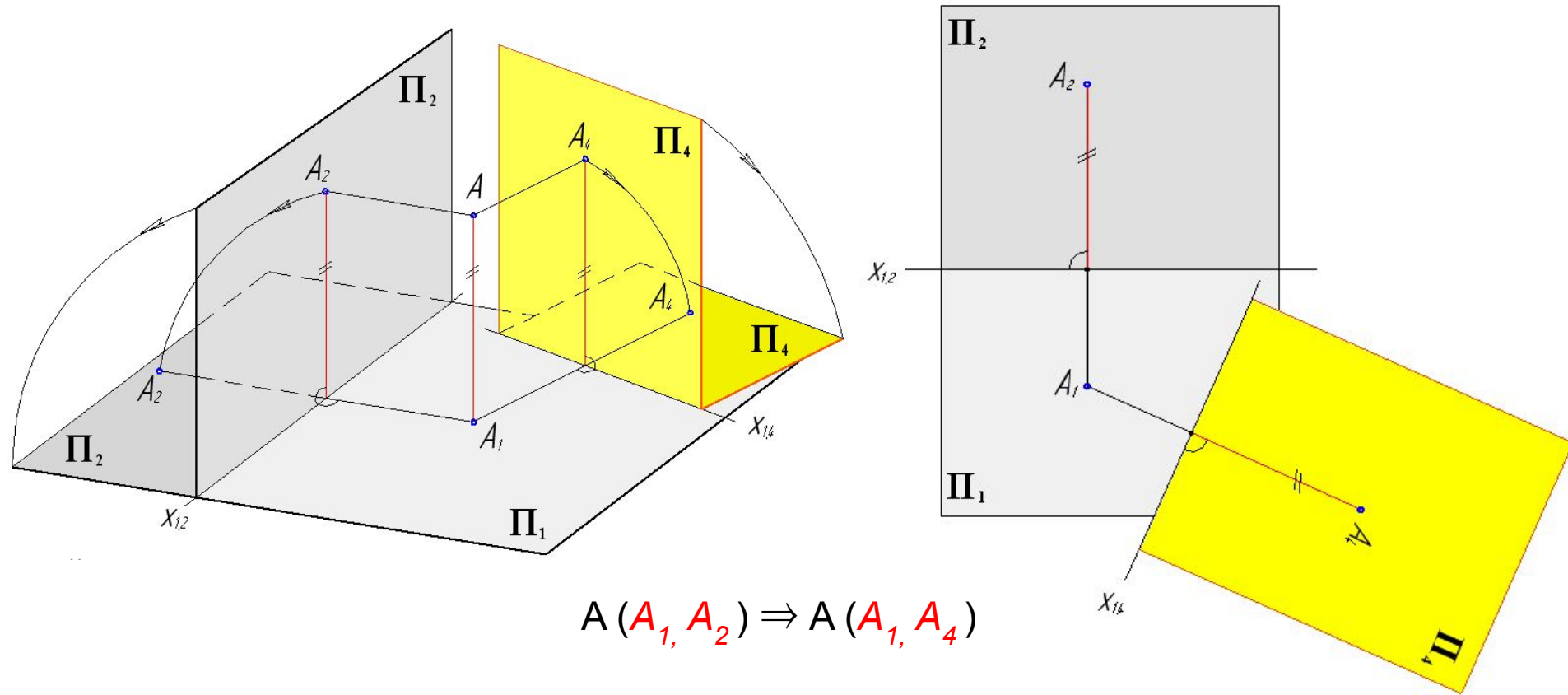


$$(AA_1) = (A_2x_{1,2}) = (A_4x_{1,4})$$

4. Ортогональные проекции точки A в новой системе плоскостей Π_1 - Π_4 :

- горизонтальная **проекция** A_1 в новой системе Π_1 - Π_4 остается прежней горизонтальной проекцией точки A
- для построения **проекции** A_4 точки A на плоскость Π_4 проведем перпендикуляр на эту плоскость из точки A

5. Плоскость Π_4 поворачивается вокруг оси x_{14} до совмещения с плоскостью Π_1



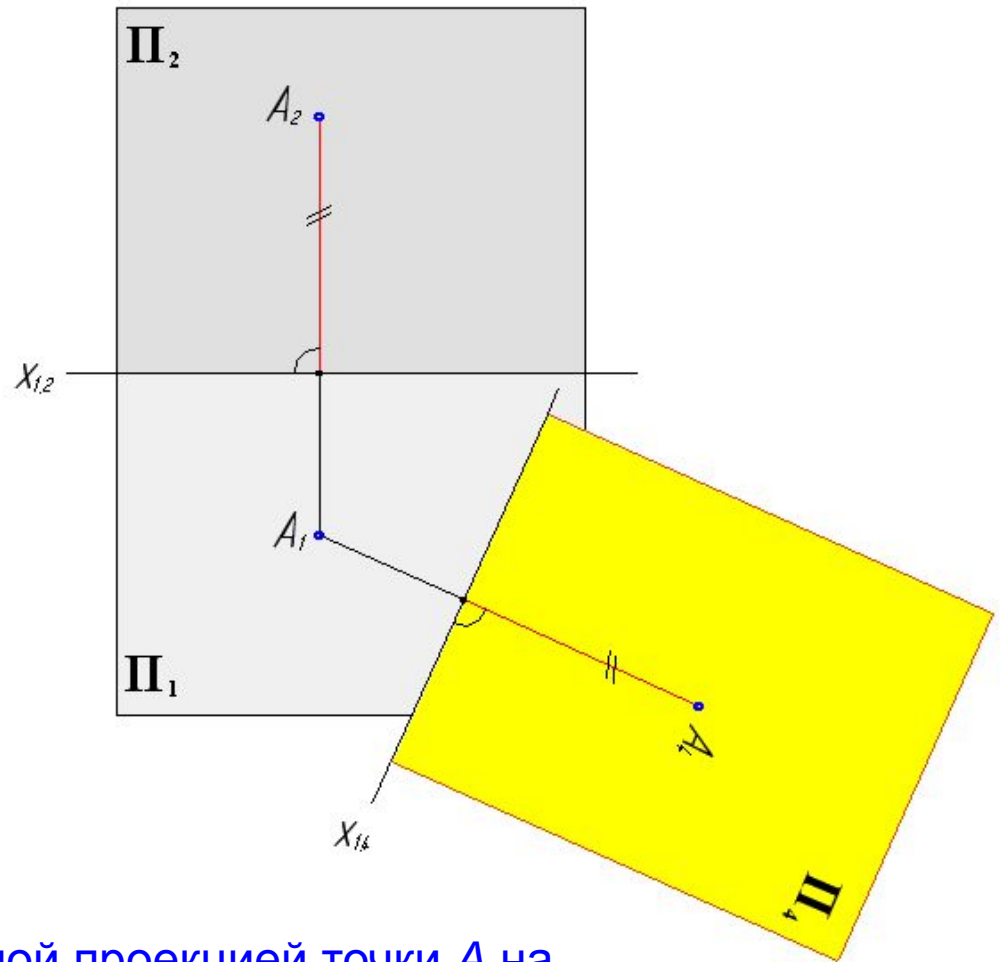
$$A(A_1, A_2) \Rightarrow A(A_1, A_4)$$

Так как точка A не меняет своего положения относительно плоскостей Π_1 и Π_2 , расстояние от точки A до плоскости Π_1 в системе $\Pi_1 - \Pi_2$ такое же, как в системе $\Pi_1 - \Pi_4$

$$(A, A_1) = (A_2, x_{1,2}) = (A_4, x_{1,4}).$$

Для построения проекции A_4 точки A выполним :

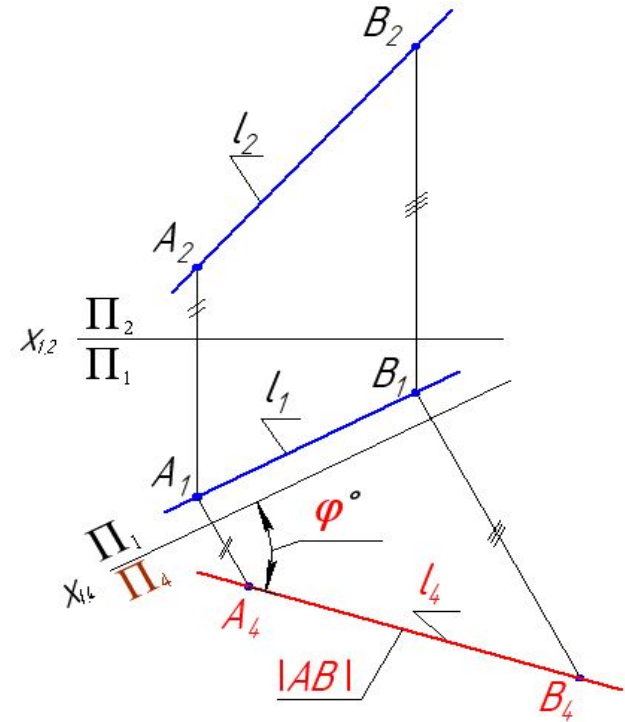
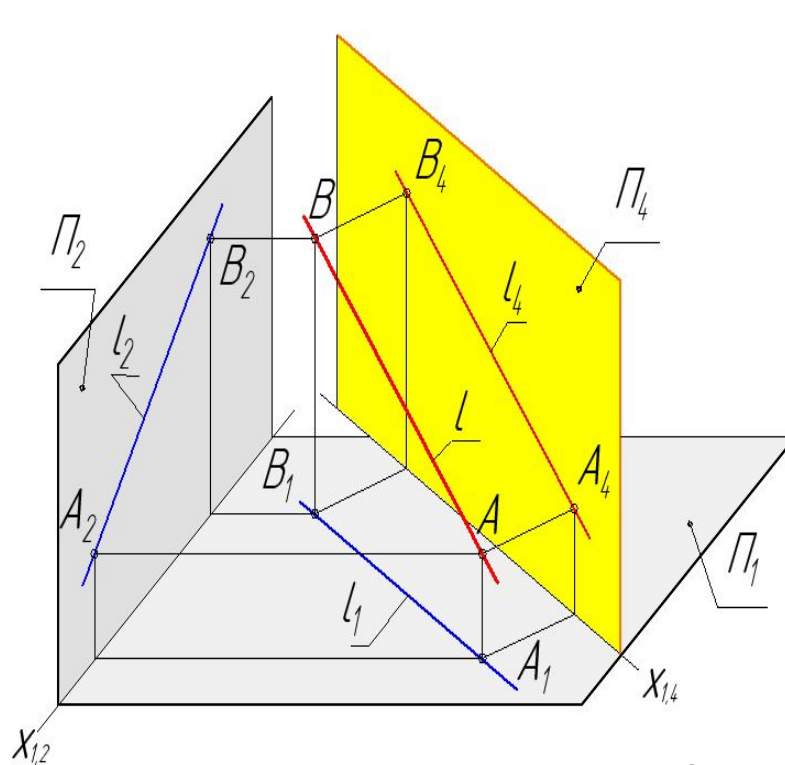
1. Проводим ось x_{14} ,
обозначая новую систему
плоскостей Π_1 - Π_4 ;
2. Из точки A_1 проводим
линию связи
перпендикулярно оси x_{14} ;
3. На линии связи от оси x_{14}
откладываем расстояние
 A_4x_{14}
равное расстоянию A_2x_{12} .



Проекция A_4 является ортогональной проекцией точки A на
плоскость Π_4

Дополнительная проекции прямой на плоскость ей параллельную

$$(\Pi_4 \parallel l) \wedge (\Pi_4 \perp \Pi_1) \Rightarrow X_{14} \parallel A_1B_1$$



Новая проекция A_4B_4 отрезка AB изображает его в натуральную величину

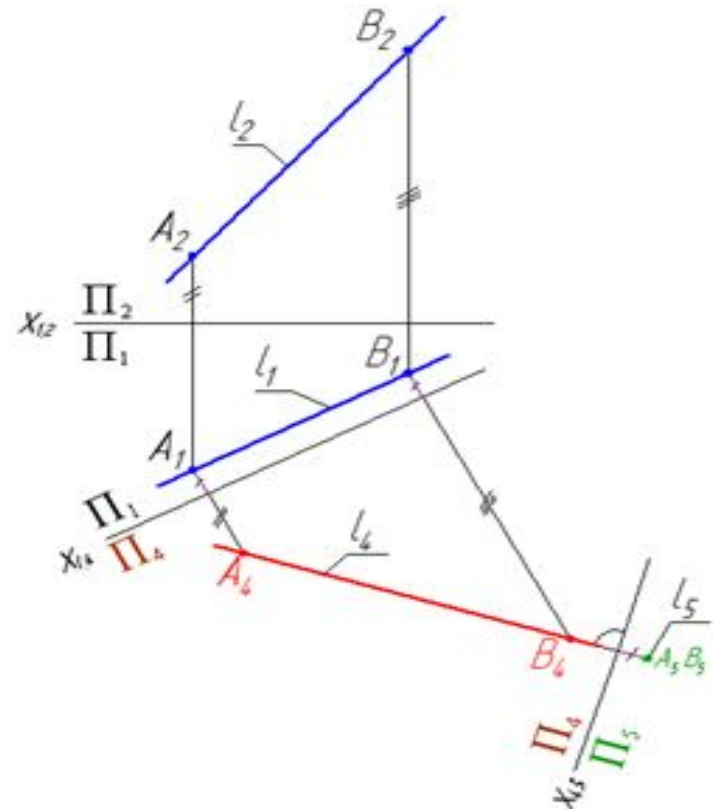
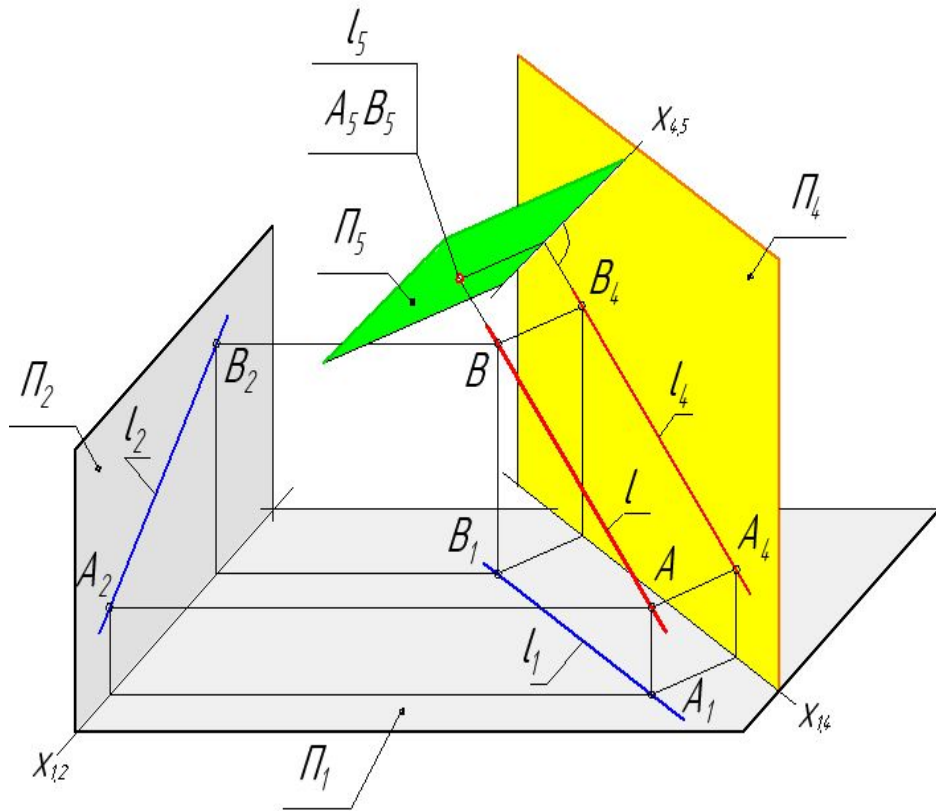
Прямая AB является **линией уровня** в системе плоскостей $\Pi_1-\Pi_4$

Угол φ это **угол** наклона прямой AB к плоскости проекций Π_1

Проекция прямой на плоскость ей перпендикулярную

$$1. (\Pi_4 \parallel l) \wedge (\Pi_4 \perp \Pi_1) \Rightarrow X_{14} \parallel A_1B_1$$

$$2. (\Pi_5 \perp l) \wedge (\Pi_5 \perp \Pi_4) \Rightarrow X_{45} \perp A_4B_4$$

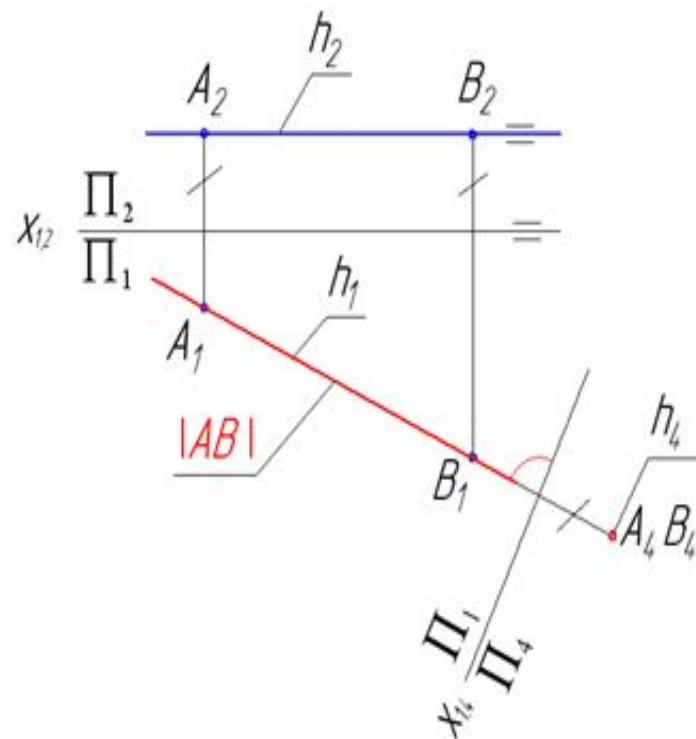
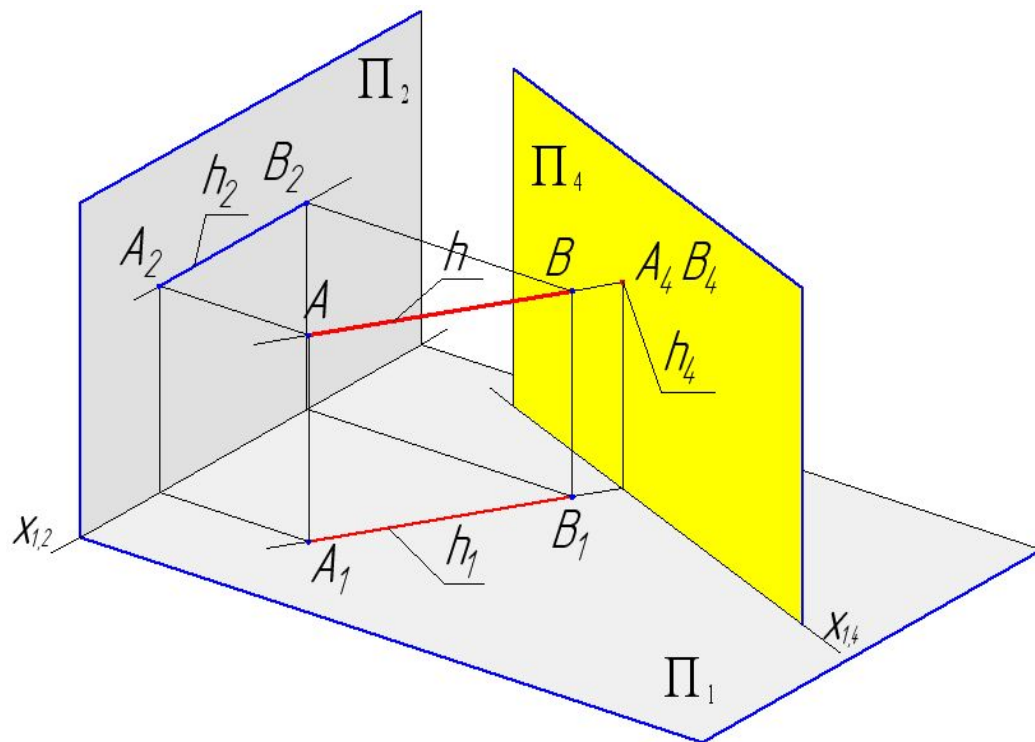


Прямая проецируется в точку на плоскость ей **перпендикулярную**

Выполняем:

1. - проводим ось x_{14} , обозначая новую систему плоскостей $\Pi_1-\Pi_4$;
2. – строим проекцию A_4B_4 – проекцию отрезка AB на плоскость Π_4 ;
3. – проводим ось x_{45} , задавая следующую систему плоскостей проекций $\Pi_4-\Pi_5$ перпендикулярно проекции A_4B_4 ;
4. – от оси x_{45} откладываем расстояние равное расстоянию от точек A_1 и B_1 до оси x_{14} ;
5. - отмечаем $A_5=B_5$, что является проекцией AB на плоскость Π_5 .

Преобразование линии уровня h в проецирующую прямую



Новая плоскость Π_4 перпендикулярна прямой AB и плоскости Π_1

Метрические задачи

1. Определение расстояния от точки до прямой

Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.

Необходимо выполнить два действия:

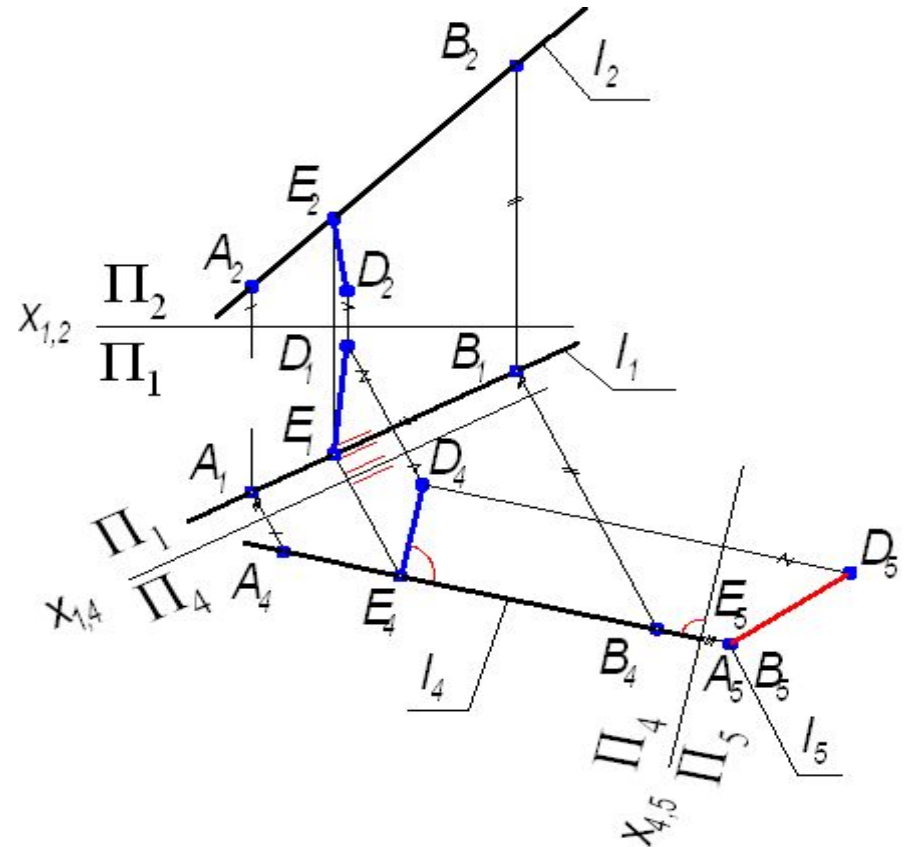
1. $\Pi_4 \parallel l(AB): x_{14} \parallel (A_1B_1).$

Прямая (AB) проецируется на эту плоскость в натуральную величину ($A_4B_4 = AB$), а точка D в точку D_4 .
 $D_4E_4 \perp A_4B_4$.

2. $\Pi_5 \perp \Pi_4; \Pi_5 \perp AB: x_{45} \perp A_4B_4$.

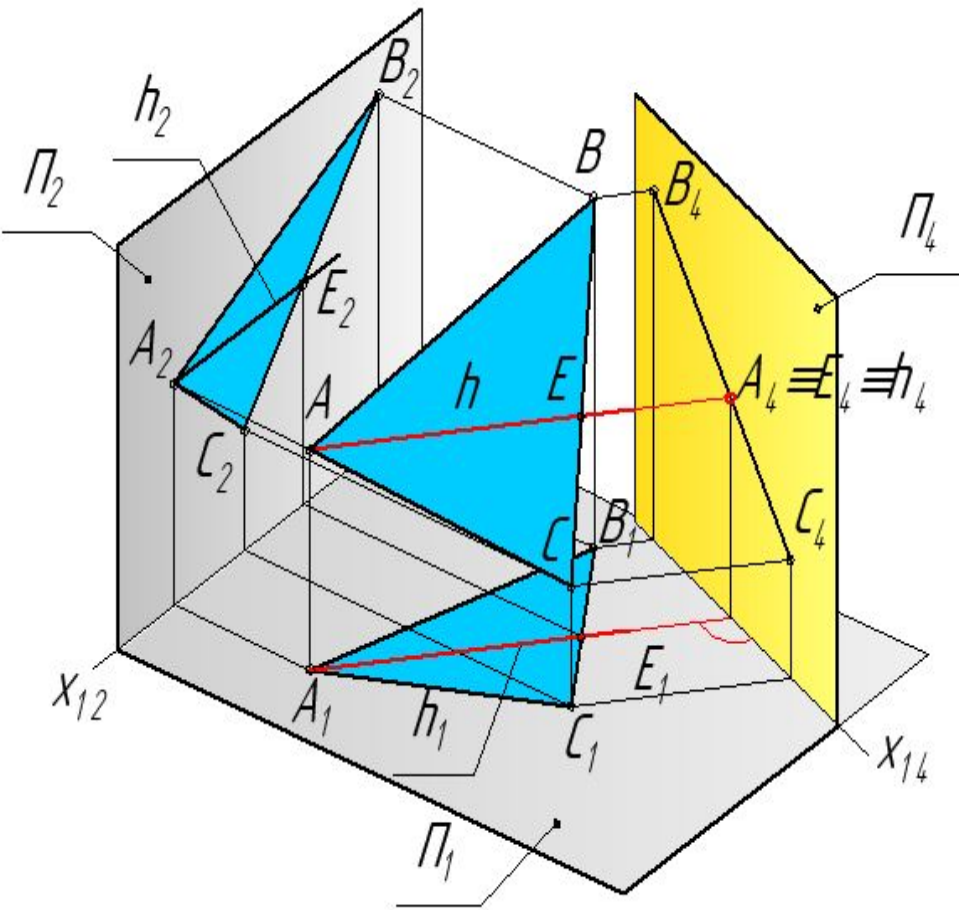
Прямая проецируется на Π_5 в точку $A_5=B_5=E_5$, а точка D в точку D_5 .

Длина отрезка D_5E_5 является расстоянием от точки D и прямой AB .
 $[D_5E_5] = |DE|$

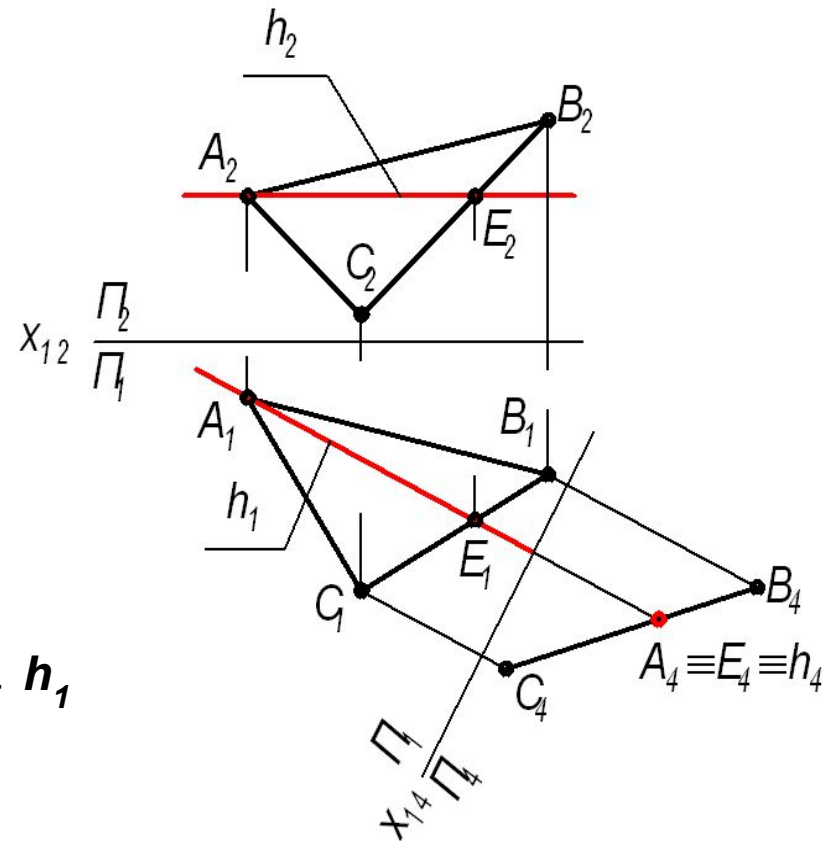


Проекция плоскости на плоскость ей перпендикулярную

1. В плоскости ABC проведем горизонталь h (AE) и зададим новую плоскость Π_4 перпендикулярно h .
2. Ось x_{14} проводим перпендикулярно проекции h_1 (A_1E_1)
Треугольник изобразится на плоскости Π_4 как прямая $A_4B_4C_4$.



$$\Pi_4 \perp (\Delta ABC), \Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp h \Rightarrow x_{1,4} \perp h_1$$

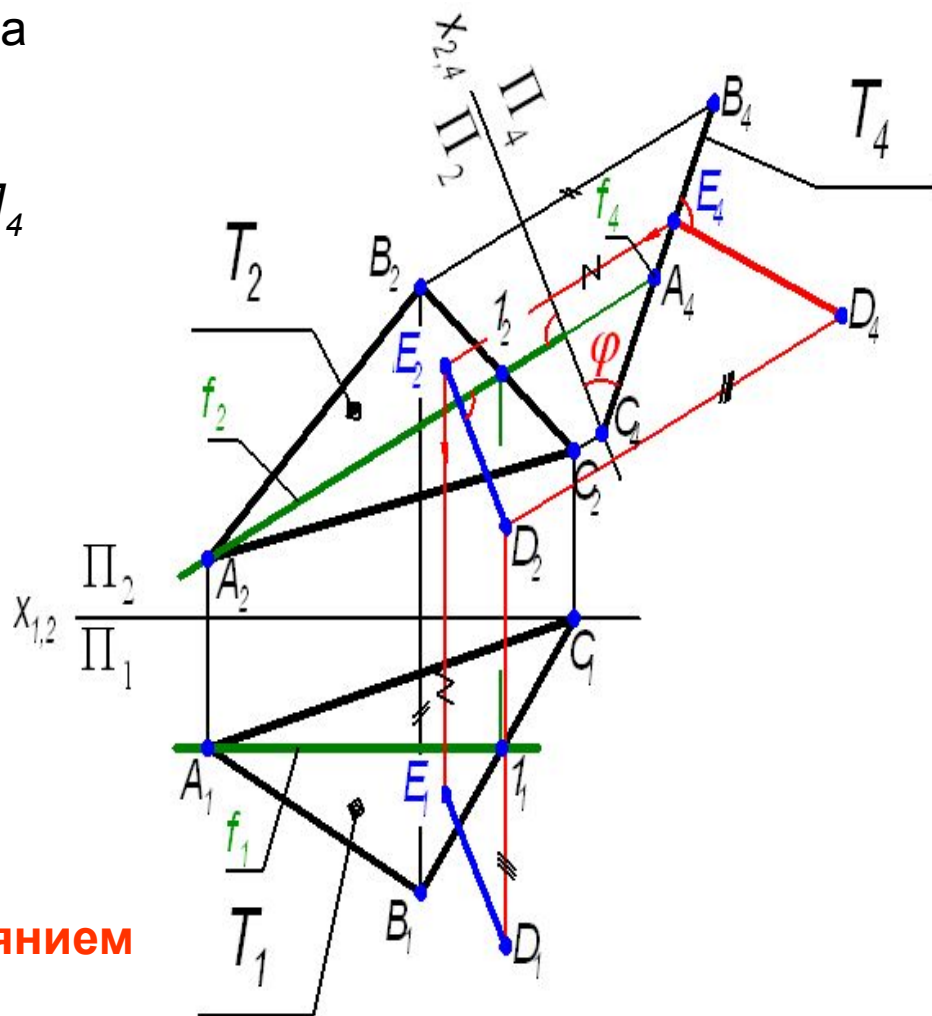


Метрические задачи

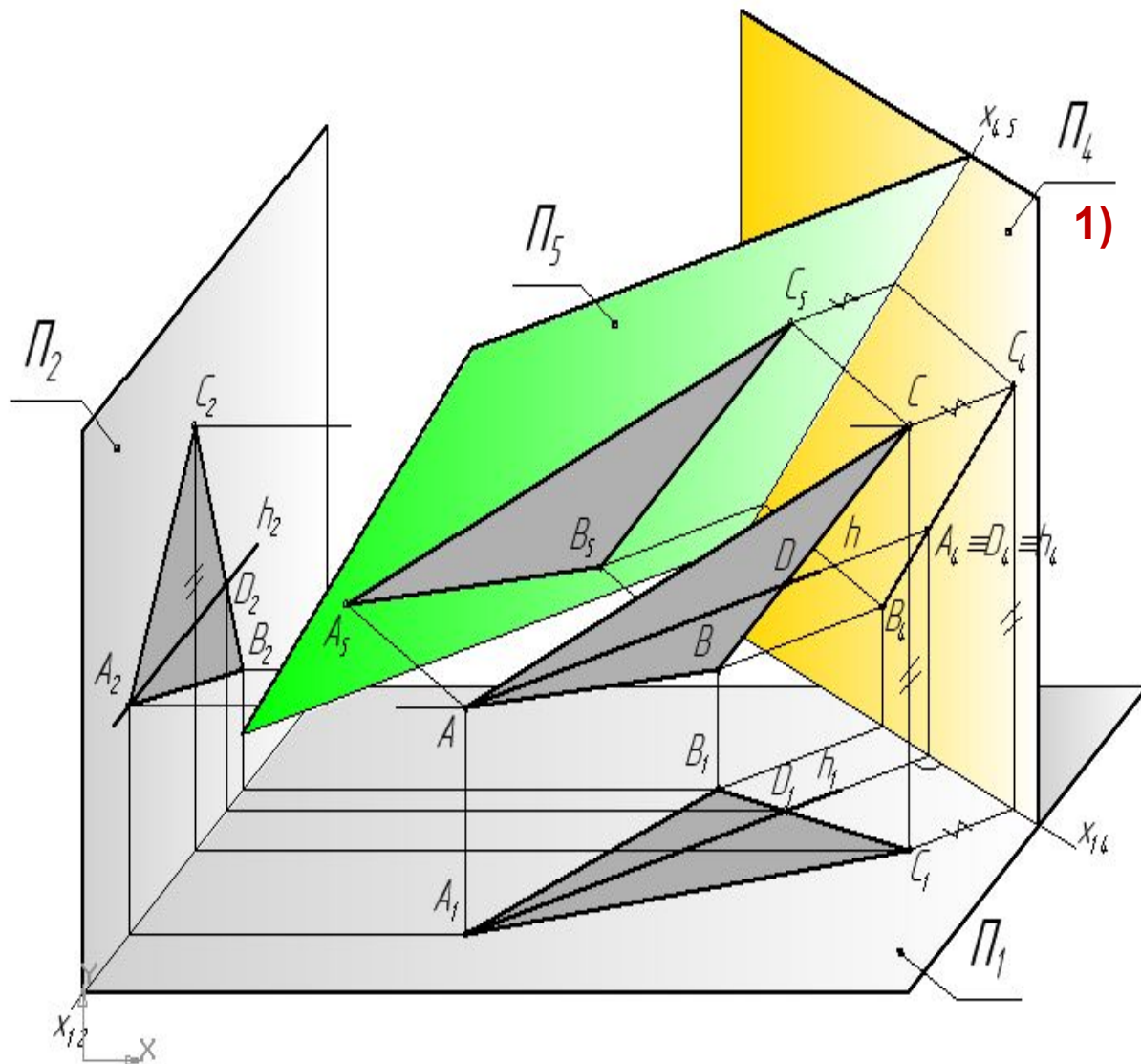
2. Определение расстояния от точки до плоскости

1. Строим проекцию плоскости (ABC) на плоскость ей перпендикулярную
2. Проведем в плоскости (ABC) фронталь f ($A1$) и зададим плоскость Π_4 перпендикулярно ей: $x_{24} \perp f_2$
3. Треугольник проецируется на Π_4 как прямая $A_4B_4C_4$.
4. Строим проекцию D_4 точки D на плоскость Π_4 .
5. Из точки D_4 опустим перпендикуляр на прямую $A_4B_4C_4$ и найдем точку E_4 .

Длина отрезка D_4E_4 является расстоянием от D до плоскости ABC

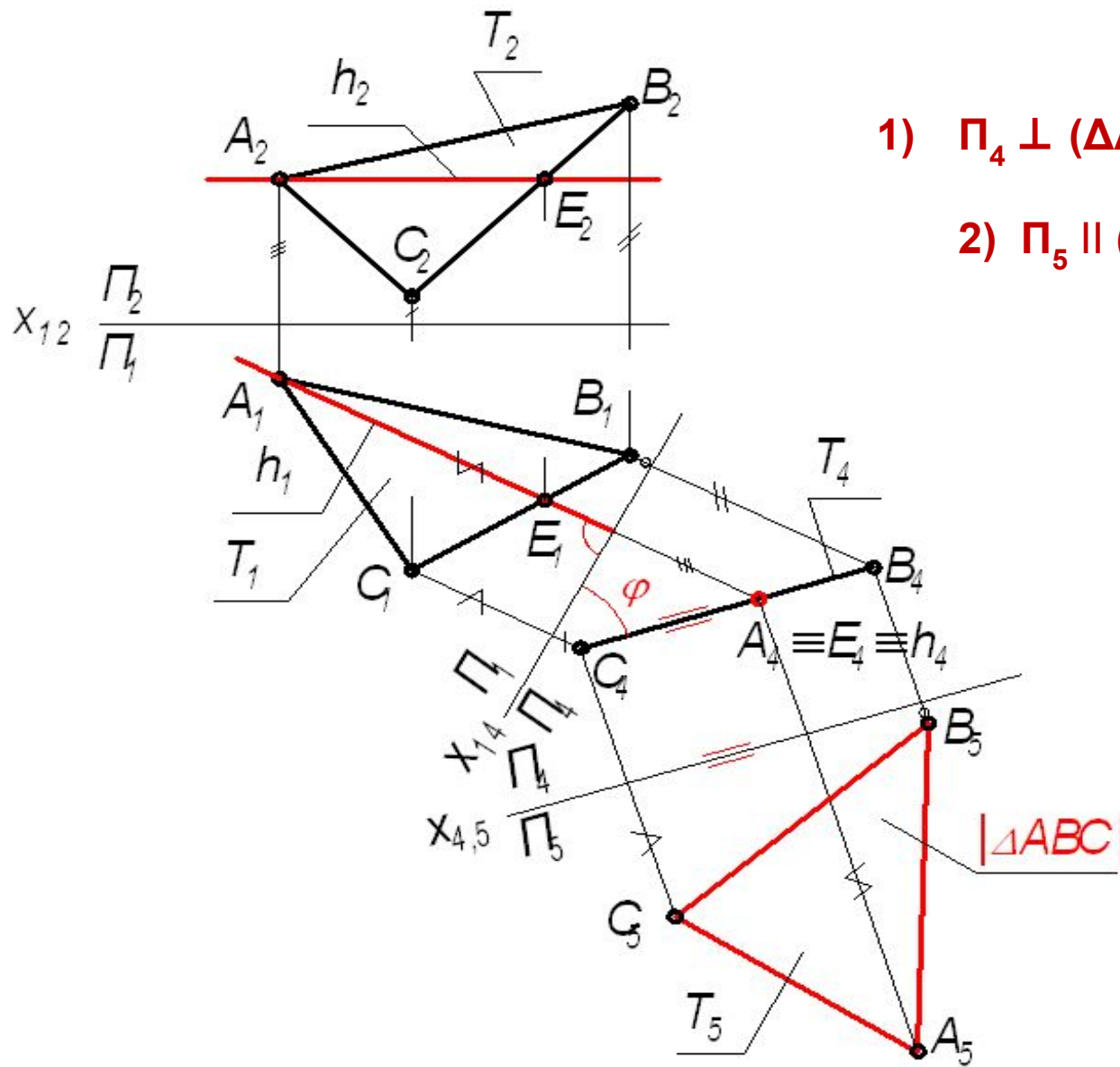


Проекция плоскости на плоскость ей параллельную



1) $\Pi_4 \perp (\Delta ABC)$,
 $\Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp h$

2) $\Pi_5 \parallel (\Delta ABC)$, $\Pi_5 \perp \Pi_4$



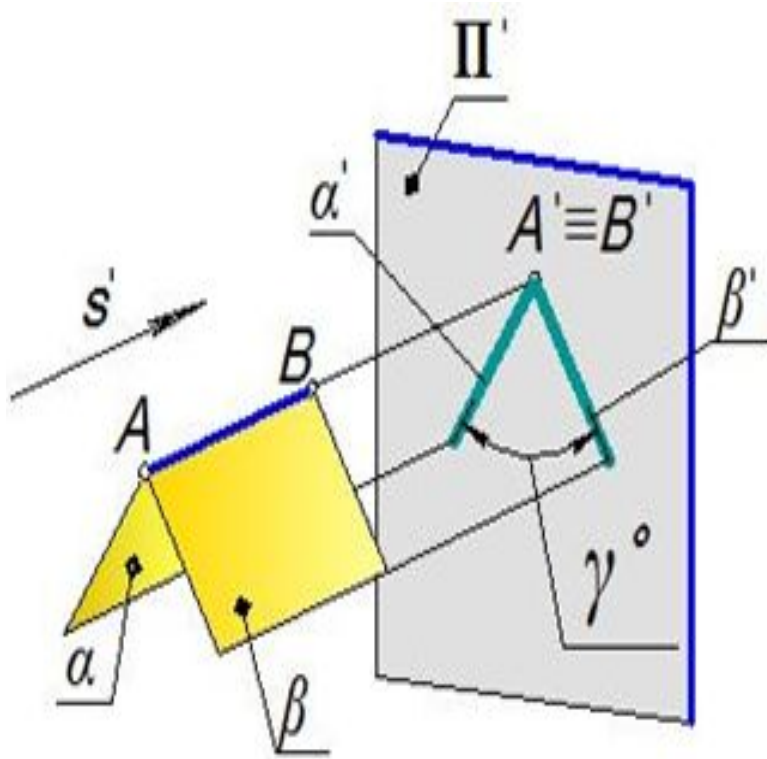
1) $\Pi_4 \perp (\triangle ABC), \Pi_4 \perp \Pi_1 \Rightarrow \Pi_4 \perp h$

2) $\Pi_5 \parallel (\triangle ABC), \Pi_5 \perp \Pi_4$

Проекция треугольника $A_5B_5C_5$ соответствует натуральной величине треугольника ABC 17

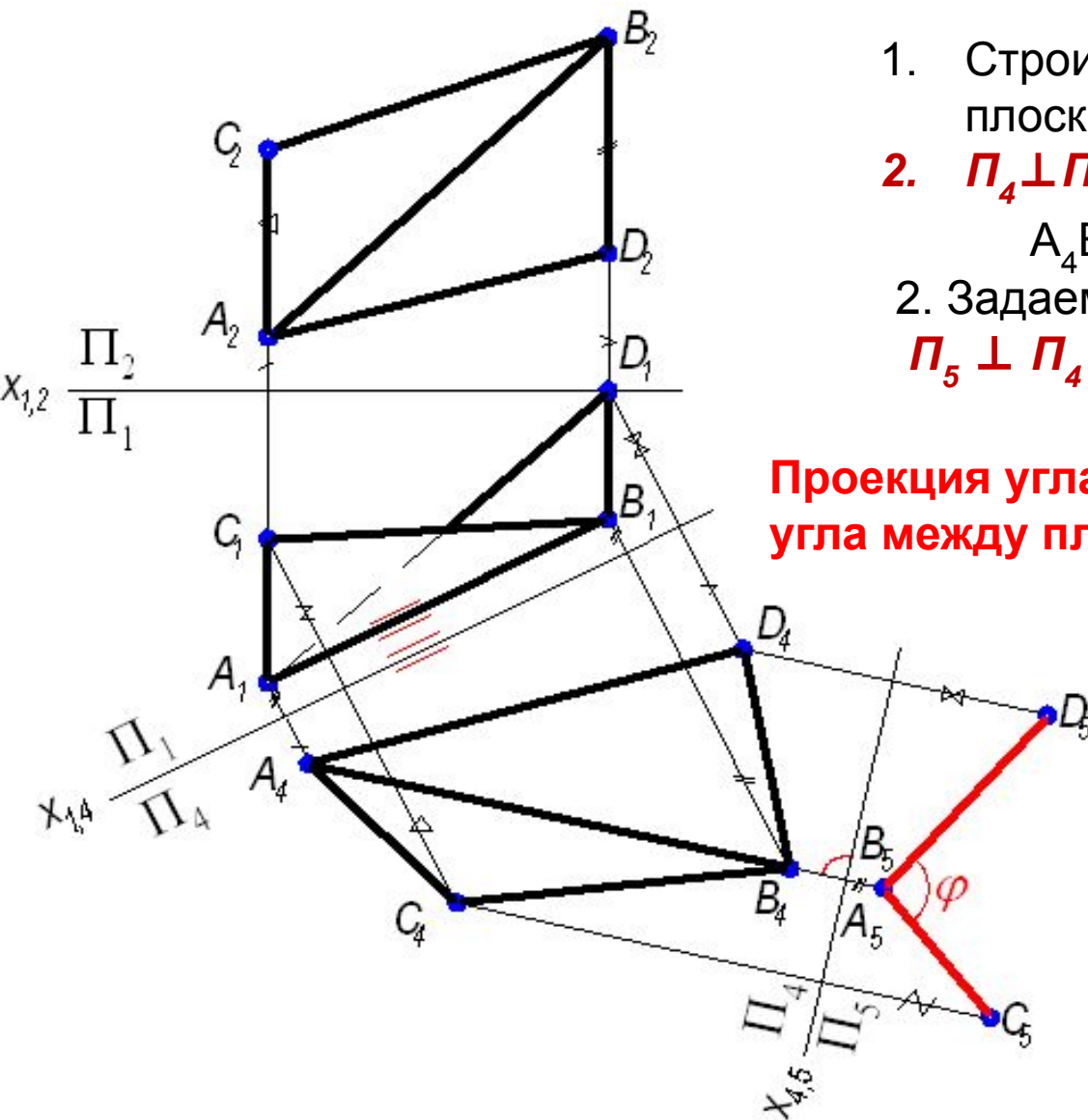
Метрические задачи

3. Определение натуральной величины угла между плоскостями ABC and ABD



Величина двугранного угла между плоскостями соответствует **линейному углу**, находящемуся в плоскости перпендикулярной этим плоскостям и их линии пересечения.

Необходимо построить ортогональную проекцию двугранного угла на плоскость перпендикулярную линии их пересечения



1. Строим проекцию треугольников на плоскость Π_4

2. $\Pi_4 \perp \Pi_1$; $\Pi_4 \parallel (AB)$: $x_{14} \parallel (A_1 B_1)$

$$A_4 B_4 = AB$$

2. Задаем новую плоскость проекций Π_5

$\Pi_5 \perp \Pi_4$; $\Pi_5 \perp (AB)$: $x_{45} \perp (A_4 B_4)$

Проекция угла $D_5 A_5 C_5$ соответствует величине угла между плоскостями ABC и ABD