

ДИНАМИКА

11. ВВЕДЕНИЕ В ДИНАМИКУ

11.1. Основные понятия и определения

Динамикой называется раздел теоретической механики, в котором рассматривается движение материальных тел, как результат воздействия на них сил

Материальной точкой называется тело, угловыми перемещениями которого можно пренебречь в сравнении с его поступательным движением

Сила – величина переменная и зависит от:

- а) времени -
- б) положения точки приложения силы -
- в) скорости перемещения точки приложения силы -

$$\bar{F} = f(t),$$

$$\bar{F} = f(\bar{r}),$$

$$\bar{F} = f(\bar{V}).$$

Материальная точка может быть свободной, если на ее перемещение не наложены ограничения. В противном случае, материальная точка называется несвободной

Инертность - это свойство материального тела быстрее или медленнее изменять скорость своего движения под действием приложенных к нему сил

11.2. Законы механики

В основе классической механики лежат законы, впервые изложенные И. Ньютоном в работе «Математические начала натуральной философии» (1687г.).

Закон инерции: *изолированная от внешних воздействий материальная точка сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока приложенные силы не заставят ее изменить это состояние*

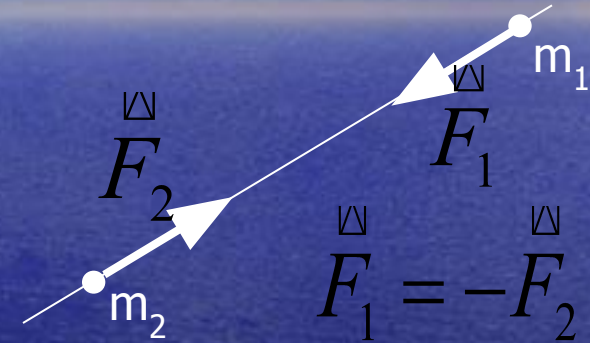
Инерциальными системами отсчета являются такие системы, где выполняется закон инерции; в противном случае, системы отсчета являются неинерциальными

2. Основной закон динамики: *произведение массы материальной точки на ее ускорение, которое она получает под действием силы, равно модулю этой силы, и направление ускорения совпадает с направлением вектора силы*

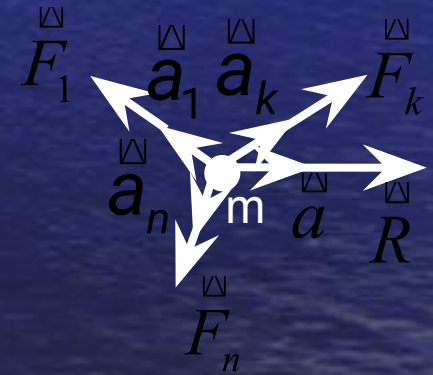
$$m\bar{a} = \bar{F}$$

$$m\bar{a} = \sum_n \bar{F}_k$$

3. Закон равенства действия и противодействия: *две материальные точки взаимодействуют друг с другом с силами, равными по модулю и направленными вдоль одной линии действия, проходящей через эти точки, в противоположные стороны*



4. Закон независимости действия сил: *материальная точка под действием системы сил получает ускорение, равное геометрической сумме ускорений, которые она имела бы при действии каждой силы в отдельности*



$$\bar{a} = \bar{a}_1 + \dots + \bar{a}_k + \dots + \bar{a}_n = \sum_n \bar{a}_k$$

12. ДИНАМИКА ТОЧКИ

12.1. Уравнения движения точки

Координатная форма записи уравнений движения точки

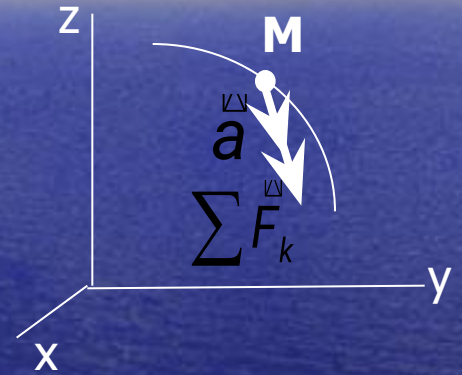
$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_k \Rightarrow ma_x = \sum F_{kx}$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum_n F_{kx}$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = \sum_n F_{ky}$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = \sum_n F_{kz}$$



Естественная форма записи уравнений движения точки

$$a_\tau = dV/dt,$$

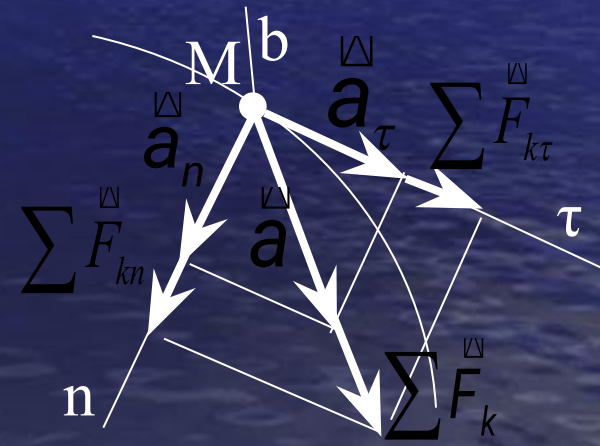
$$a_n = V^2/\rho,$$

$$a_b = 0.$$

$$m \frac{dV}{dt} = \sum_n F_{k\tau}$$

$$m \frac{V^2}{\rho} = \sum_n F_{kn}$$

$$0 = \sum_n F_{kb}$$



12.2. Задачи динамики

В прямых задачах: по известным уравнениям движения точки определяют силы, вызывающие движение

$$\left. \begin{matrix} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} \frac{d^2}{dt^2} \frac{d^2 x}{dt^2} \\ \frac{d^2}{dt^2} \frac{d^2 y}{dt^2} \\ \frac{d^2}{dt^2} \frac{d^2 z}{dt^2} \end{matrix} \right\} \times m \Rightarrow \left. \begin{matrix} \sum_n F_{kx} = R_x \\ \sum_n F_{ky} = R_y \\ \sum_n F_{kz} = R_z \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ \cos \alpha = R_x / R \\ \cos \beta = R_y / R \\ \cos \gamma = R_z / R \end{matrix} \right\}$$

В обратных задачах:

по известным силам, действующим на точку, и начальным условиям движения определяют уравнения ее движения

$$\left. \begin{matrix} m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_n F_{kx} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = \sum_n F_{ky} \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} = \sum_n F_{kz} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} dx/dt = f_1(C_1, \dots, t) \\ x = f_2(C_1, C_2, \dots, t) \\ dy/dt = f_3(C_3, \dots, t) \\ y = f_4(C_3, C_4, \dots, t) \\ dz/dt = f_5(C_5, \dots, t) \\ z = f_6(C_5, C_6, \dots, t) \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\begin{bmatrix} t_0, x_0, y_0, z_0 \\ V_{x0}, V_{y0}, V_{z0} \end{bmatrix}} \left. \begin{matrix} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{matrix} \right\}$$

12.3. Уравнение относительного движения точки

$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c$$

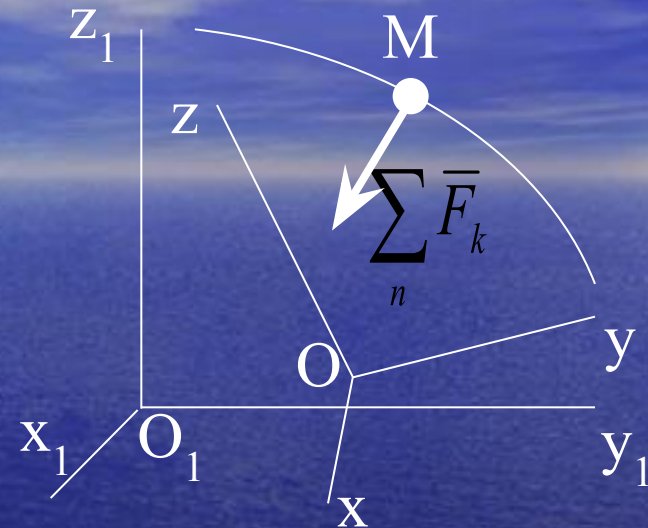
$$m(\bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_c) = \sum_n \bar{F}_k$$

$$m\bar{a}_r = \sum_n \bar{F}_k + (-m\bar{a}_e) + (-m\bar{a}_c)$$

$$m\bar{a}_r = \sum_n \bar{F}_k + \bar{F}_e^u + \bar{F}_c^u$$

$$\bar{F}_e^u = -m\bar{a}_e, \quad \bar{F}_c^u = -m\bar{a}_c$$

$$F_e^u = ma_e, \quad F_c^u = ma_c$$



$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= \sum_n F_{kx} + F_{ex}^u + F_{cx}^u \\ m\ddot{y} &= \sum_n F_{ky} + F_{ey}^u + F_{cy}^u \\ m\ddot{z} &= \sum_n F_{kz} + F_{ez}^u + F_{cz}^u \end{aligned} \right\}$$