

# Подготовка к ЕГЭ В9

# Геометрический смысл производной

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

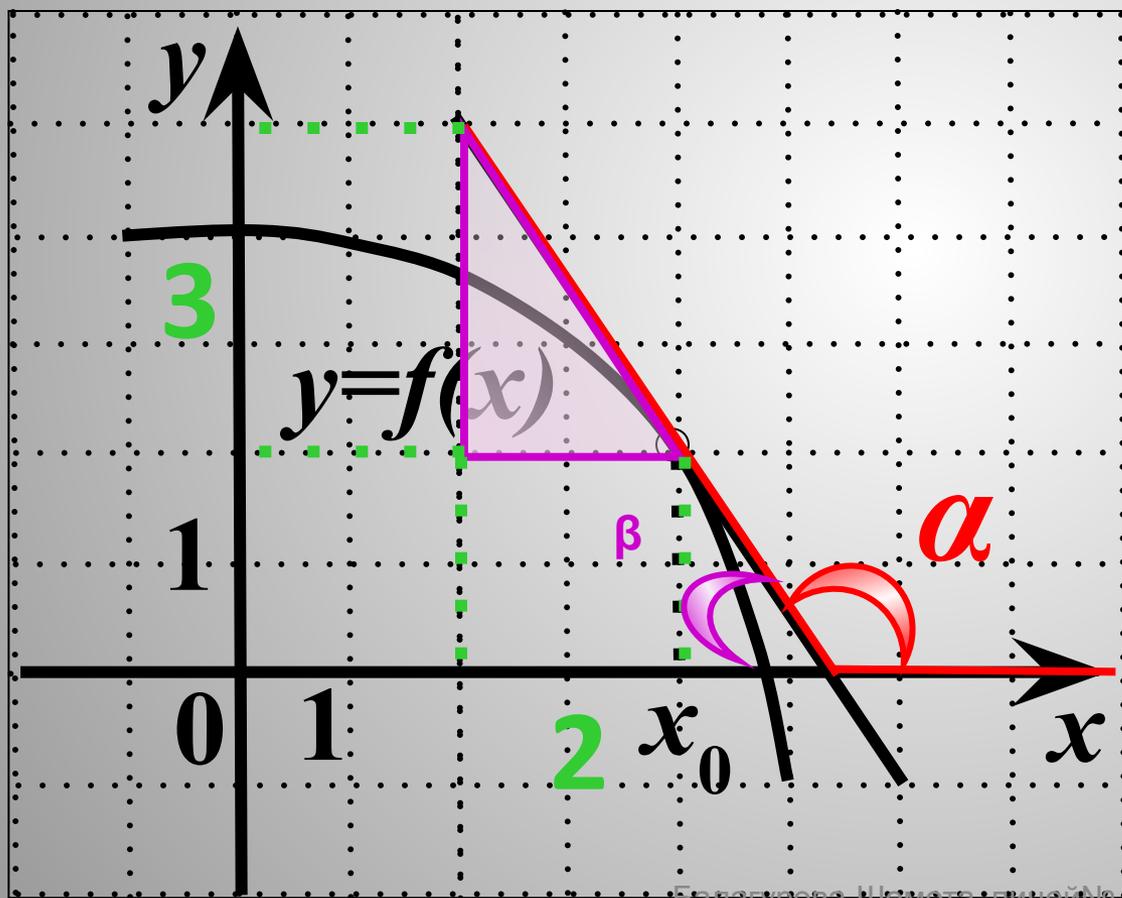


значение  
производной в  
точке  $x_0$

**угловой**  
коэффициент  
касательной

**тангенс** угла наклона  
касательной к  
положительному  
направлению оси  $Ox$

1. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



$\alpha$  — тупой

$$\operatorname{tg} \alpha < 0 \quad f'(x_0) < 0$$

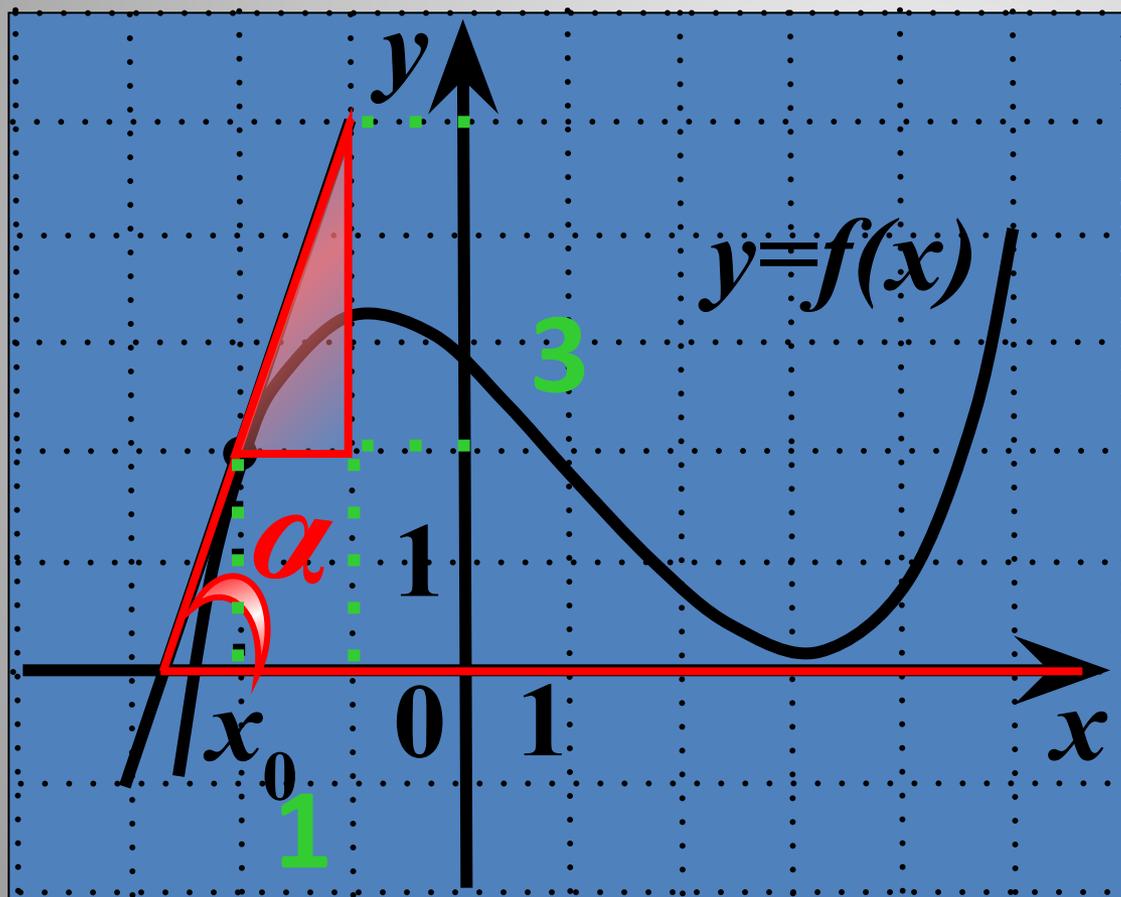
$$\operatorname{tg} \alpha = - \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = - 3/2 =$$

---

$$= - 1,5 = f'(x_0)$$

2. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



$\alpha$  — острый

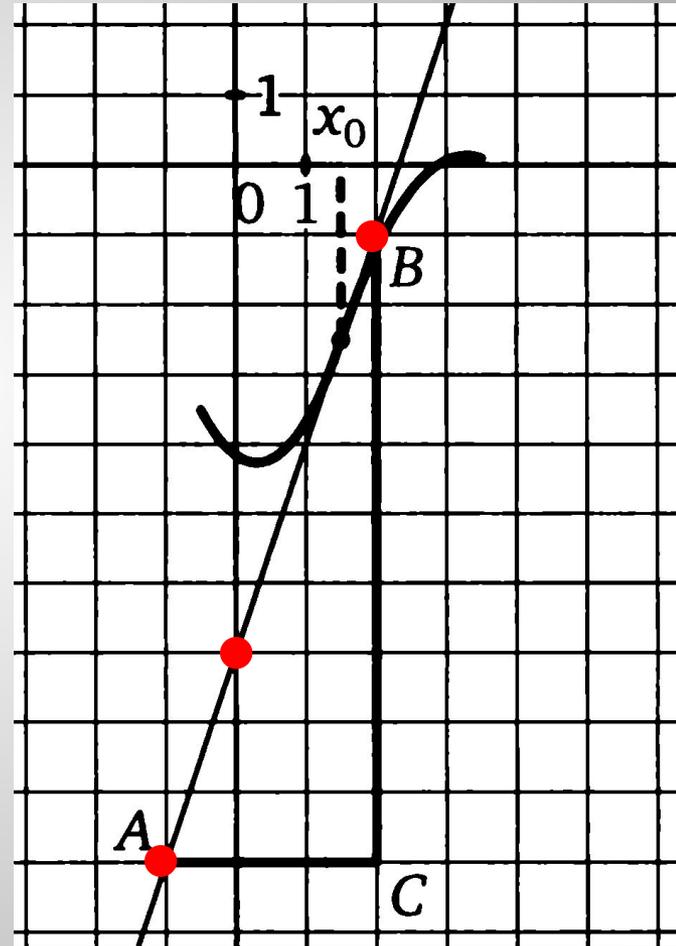
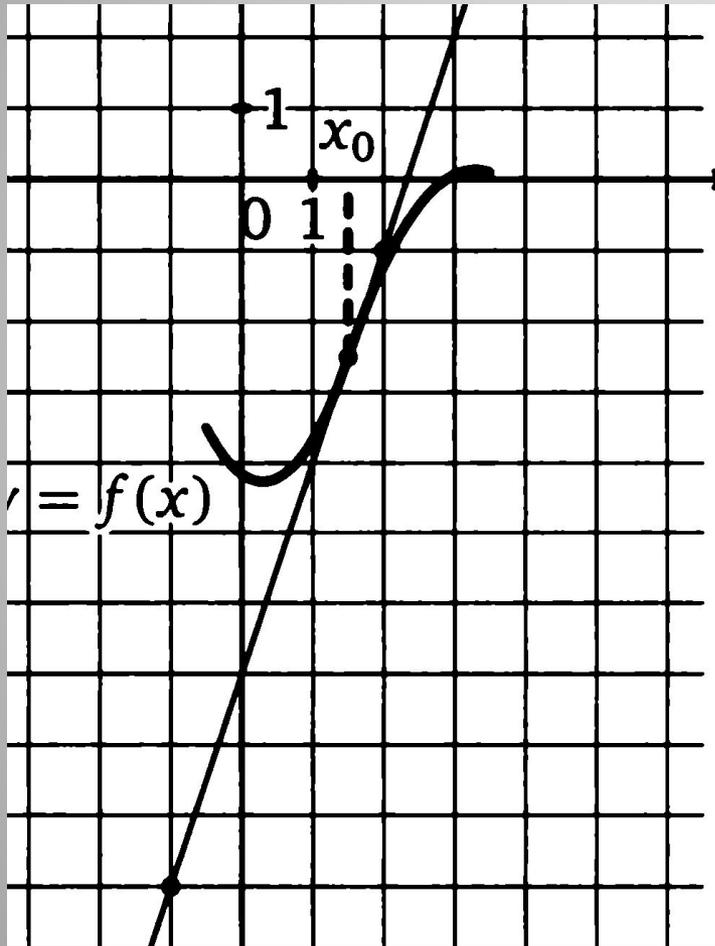
$$\operatorname{tg} \alpha > 0 \quad f'(x_0) > 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 3/1 =$$

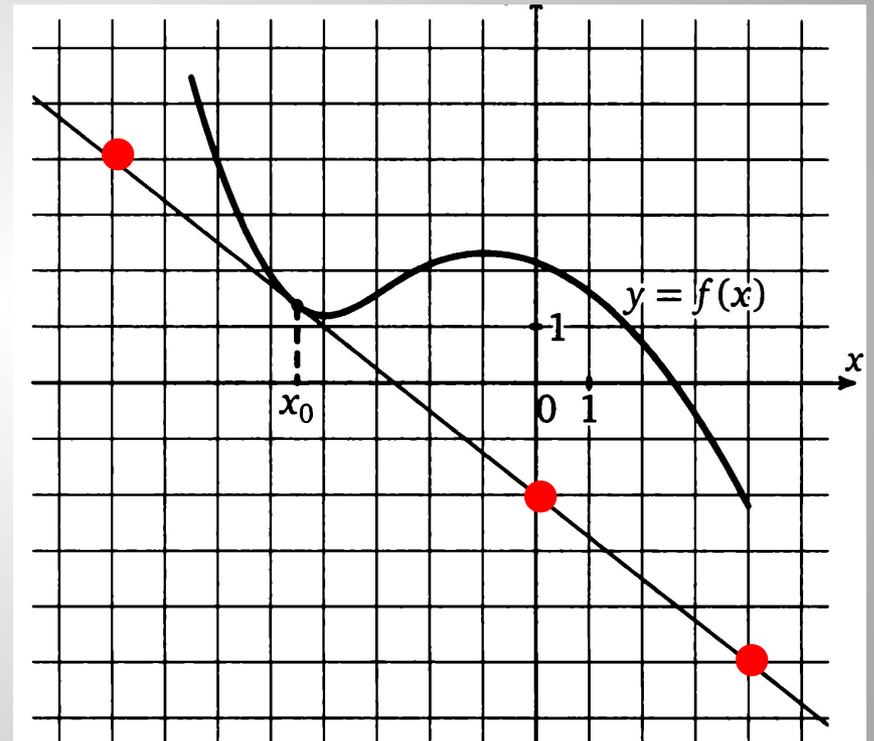
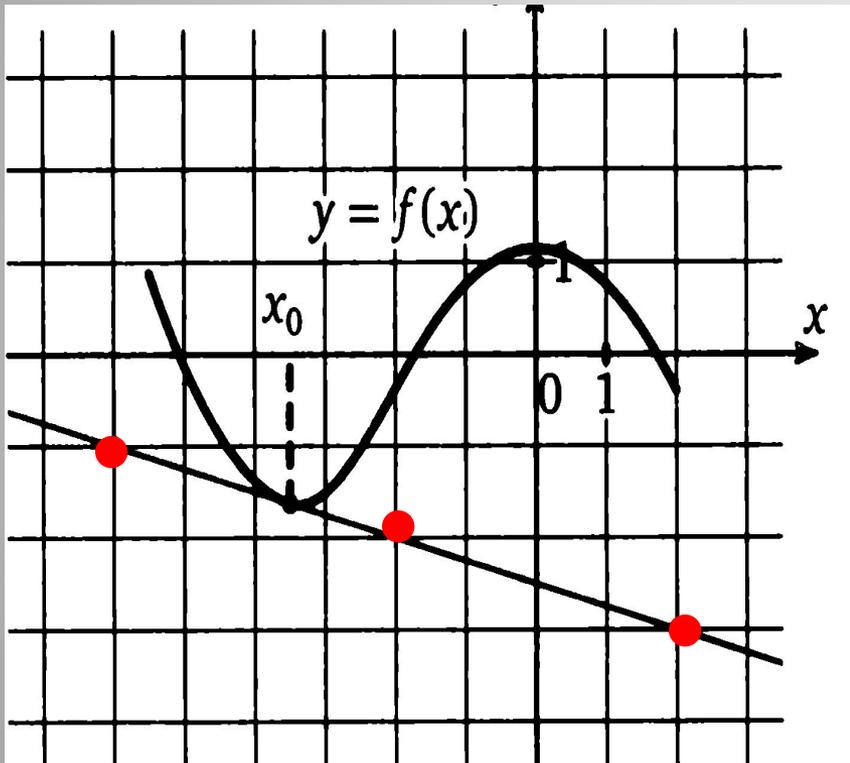
---

$$= 3 = f'(x_0)$$

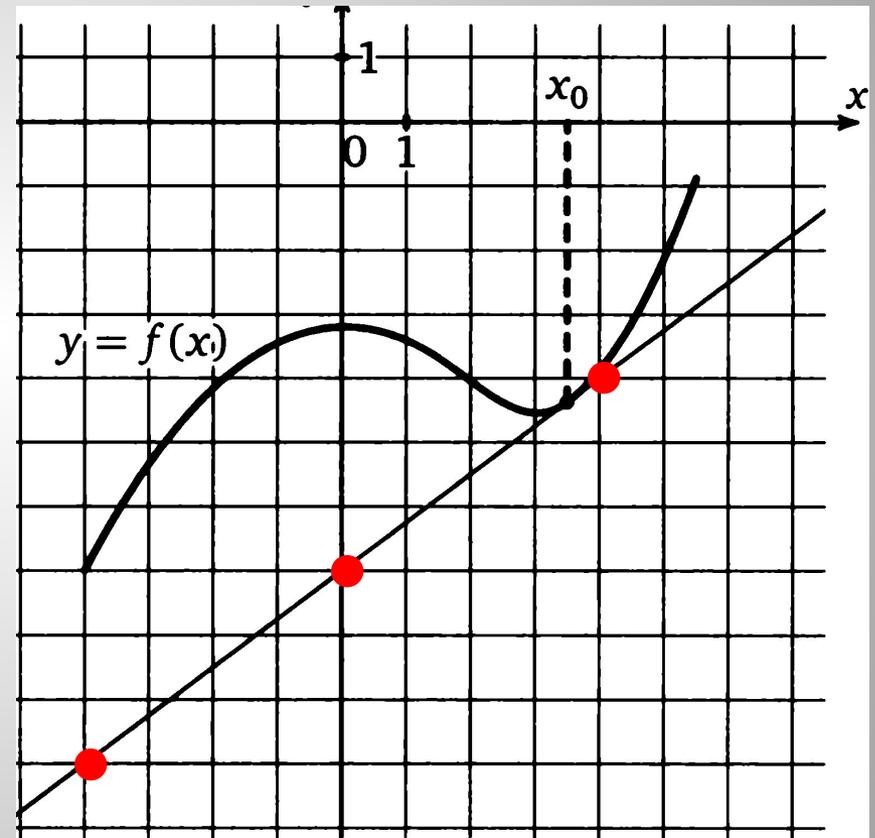
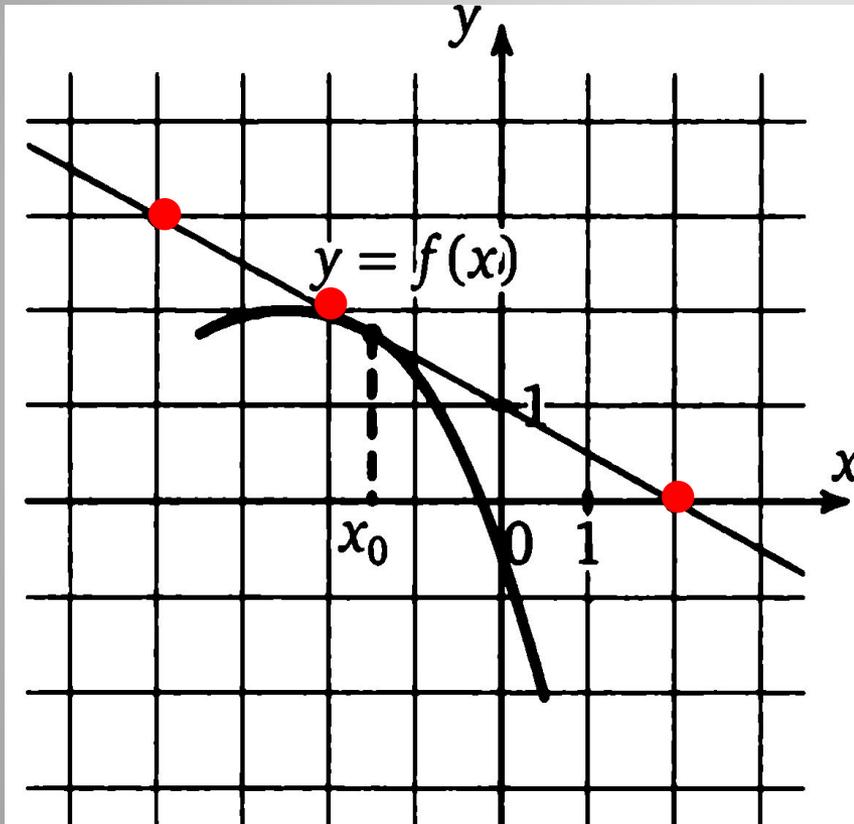
1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



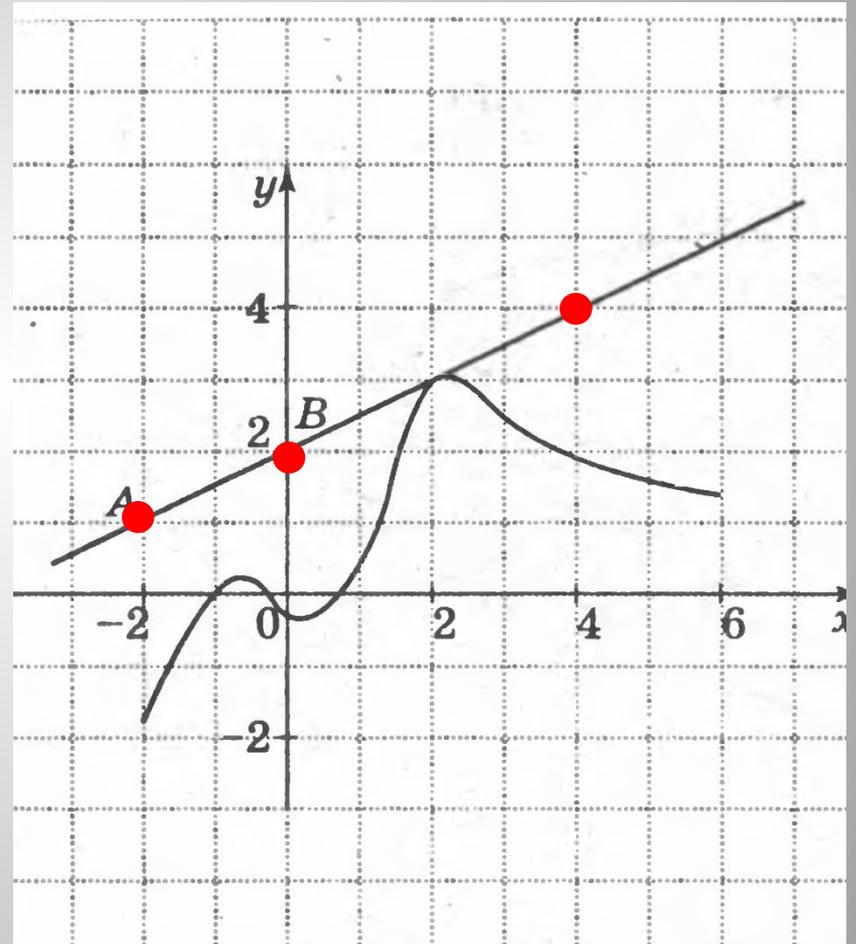
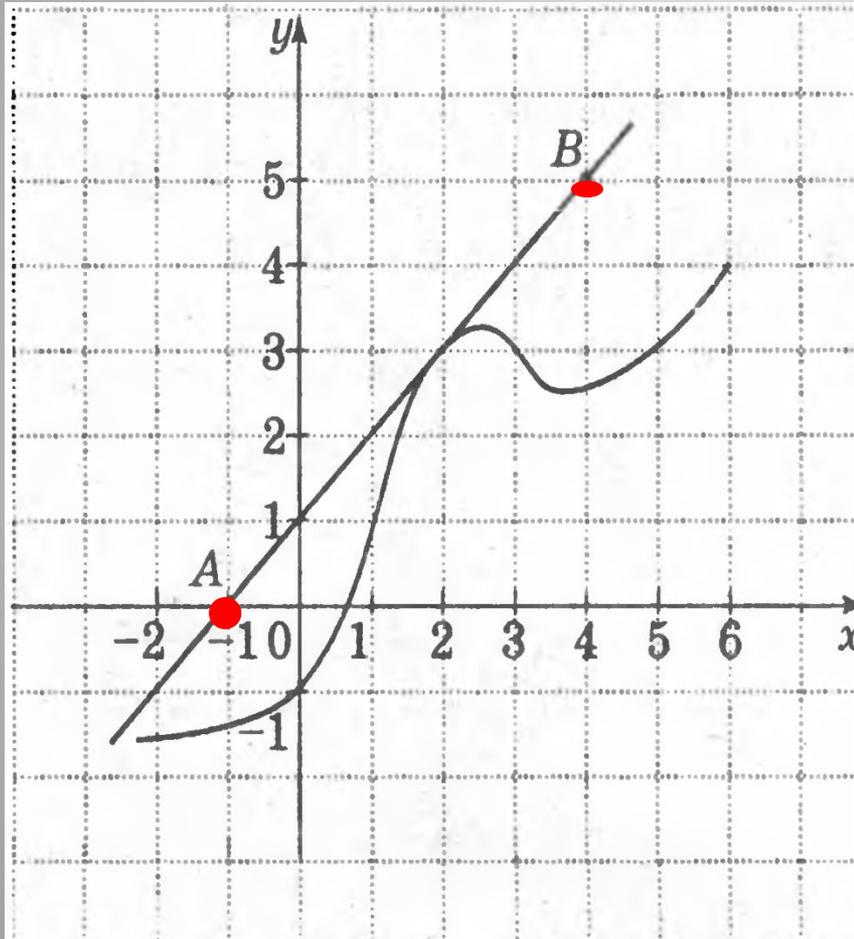
1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



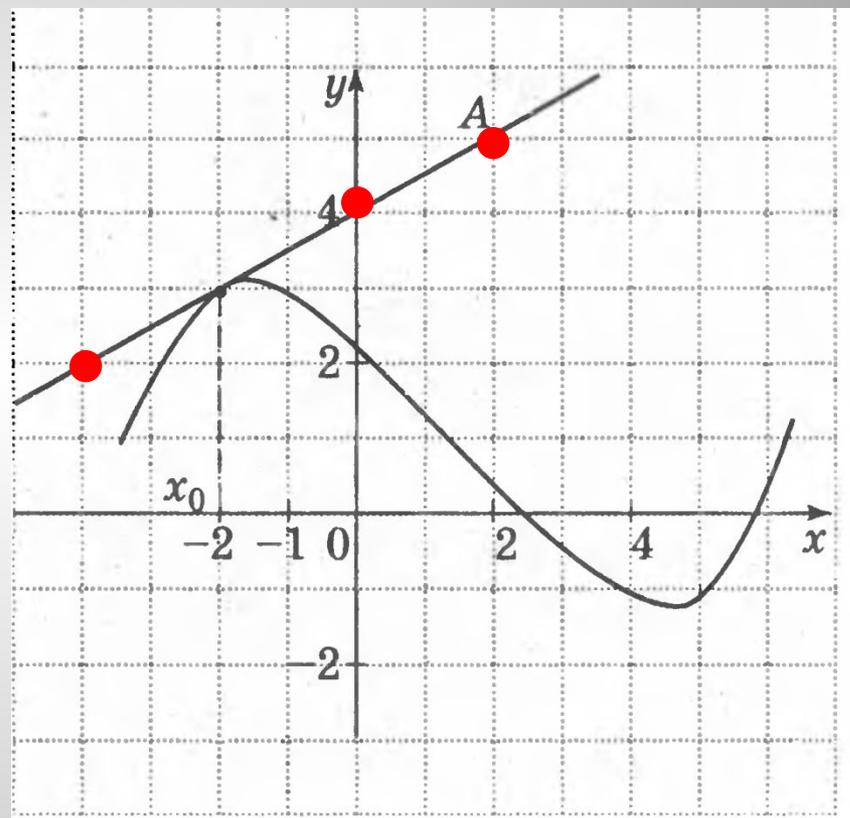
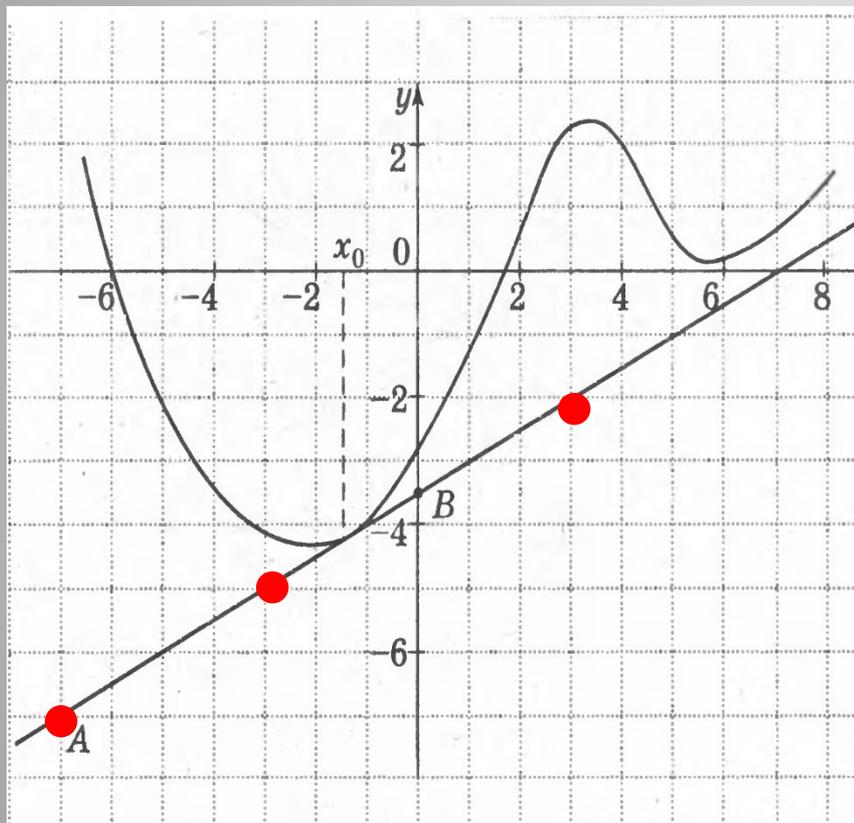
1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



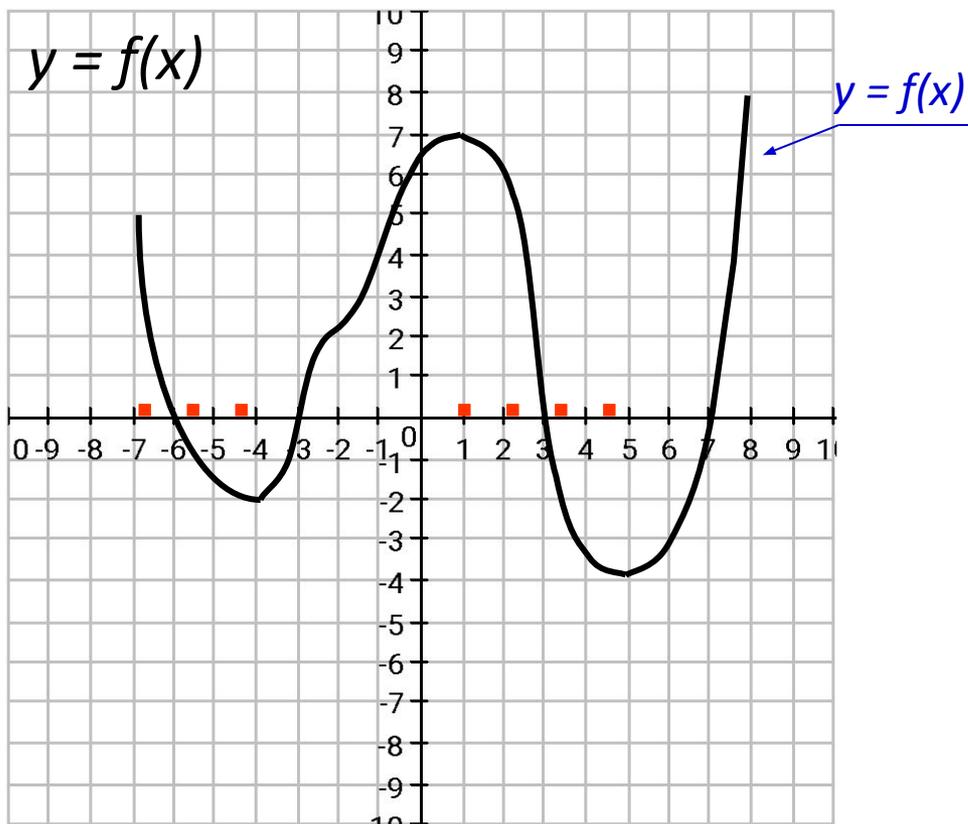
1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



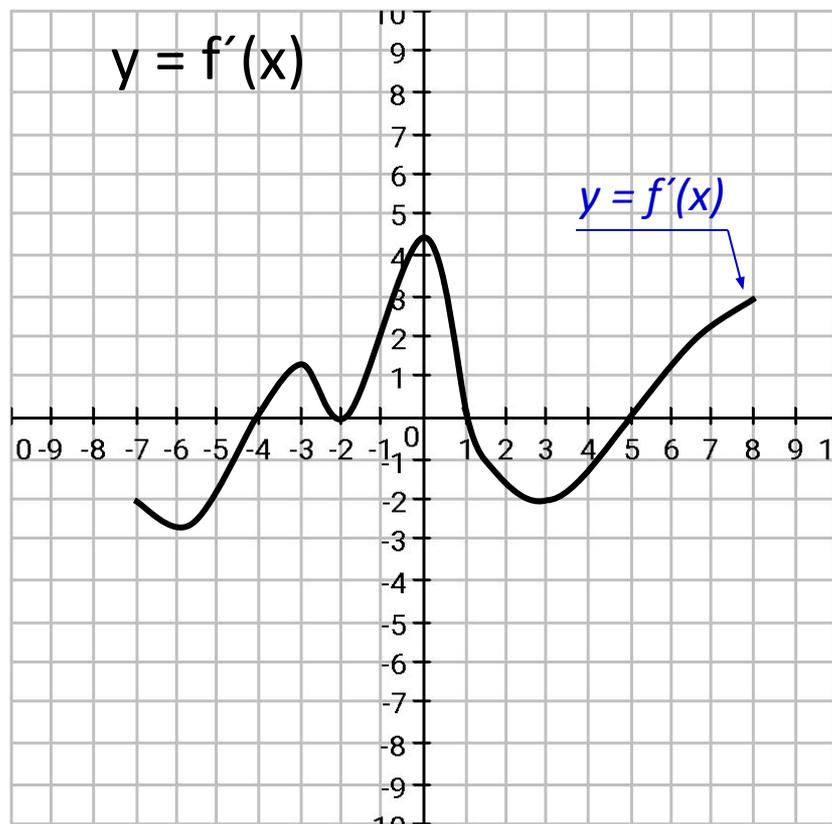
1. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



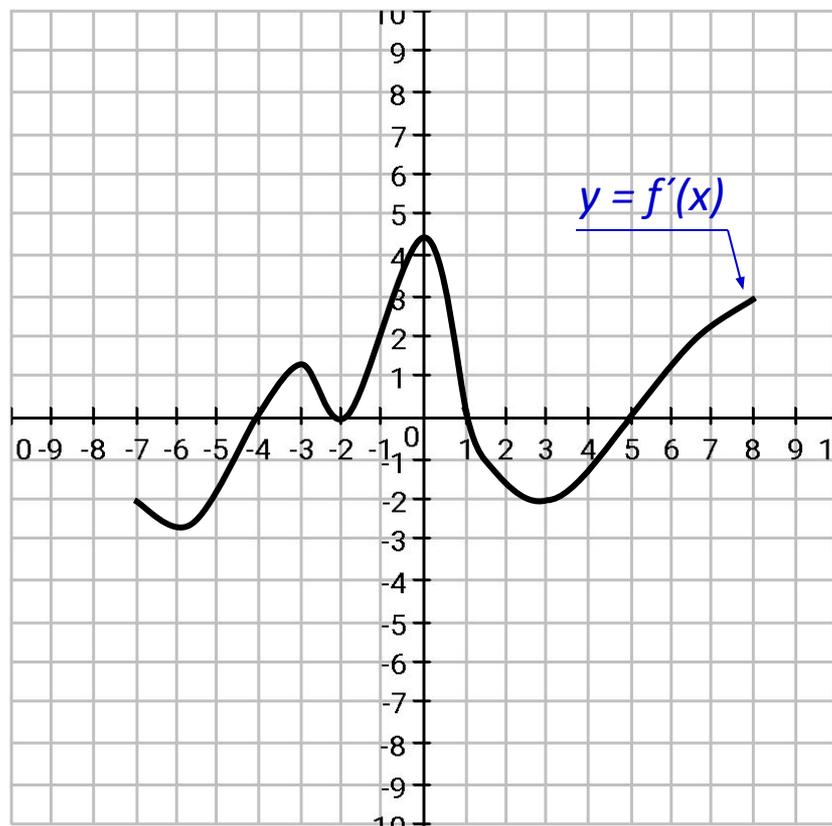
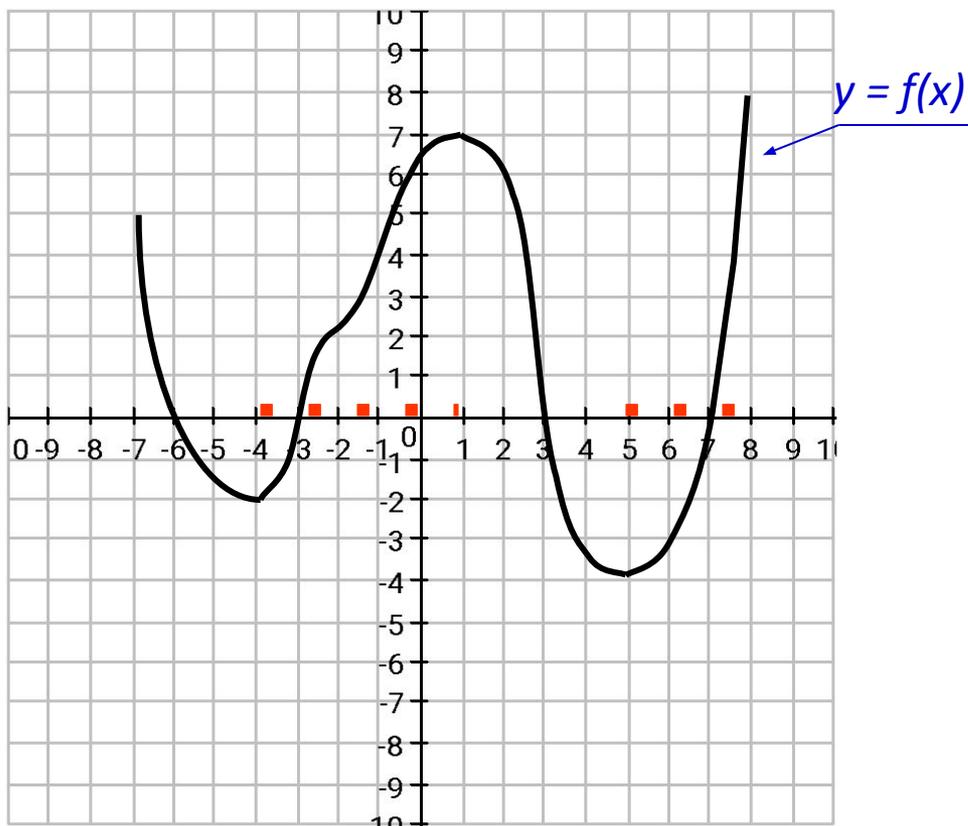
# Промежутки монотонности



Функция  $y = f(x)$  убывает при  $x \in [-7; -4]$   
и при  $x \in [1; 5]$



Производная  $f'(x) < 0$  при  $x \in (-7; -4)$   
и при  $x \in (1; 5)$

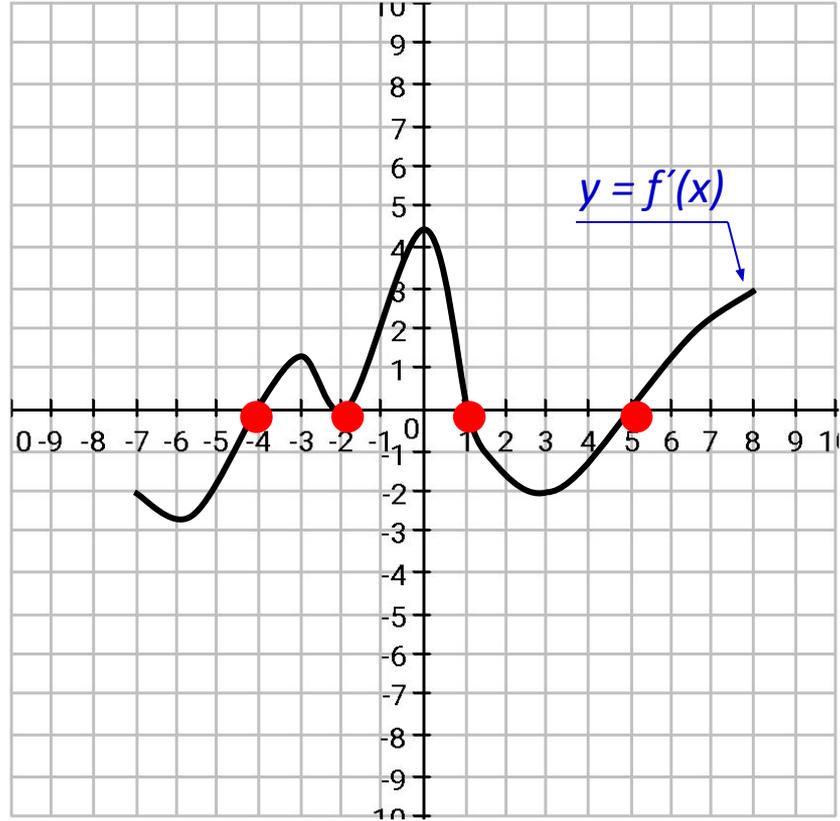
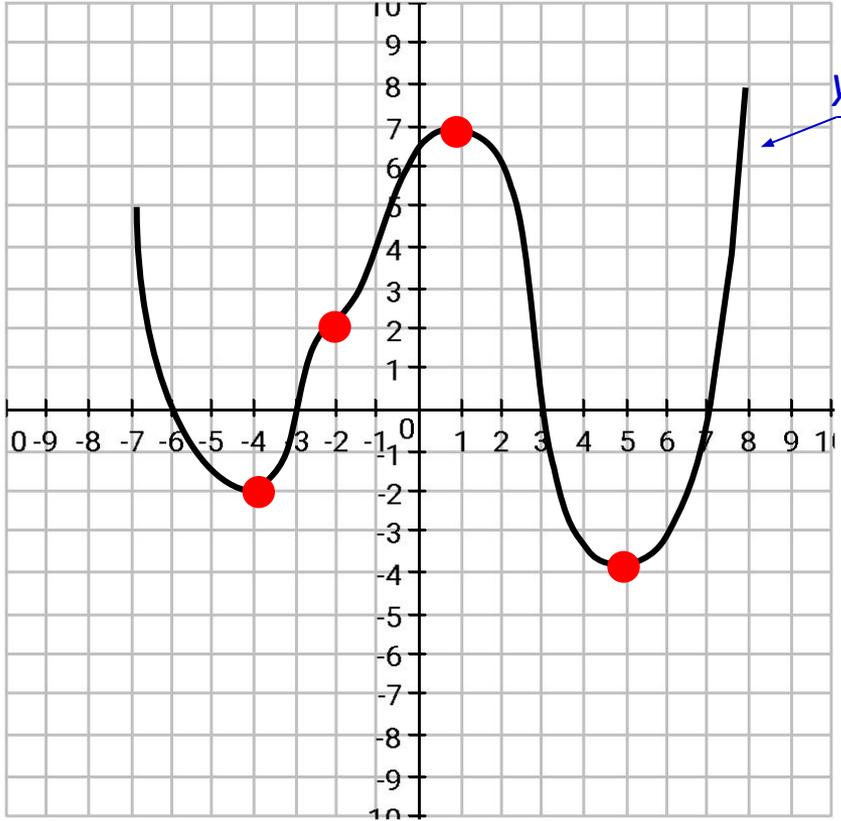


Функция  $y = f(x)$  возрастает при  $x \in [-4$   
 1] и при  $x \in [5; 8]$

Производная  $f'(x) > 0$  при  $x \in (-4; 1)$   
 и при  $x \in (5; 8)$

**Критические точки** – это внутренние точки области определения функции, в которой производная равна 0 или не существует.

**Критические точки на графике производной лежат на оси  $Ox$**

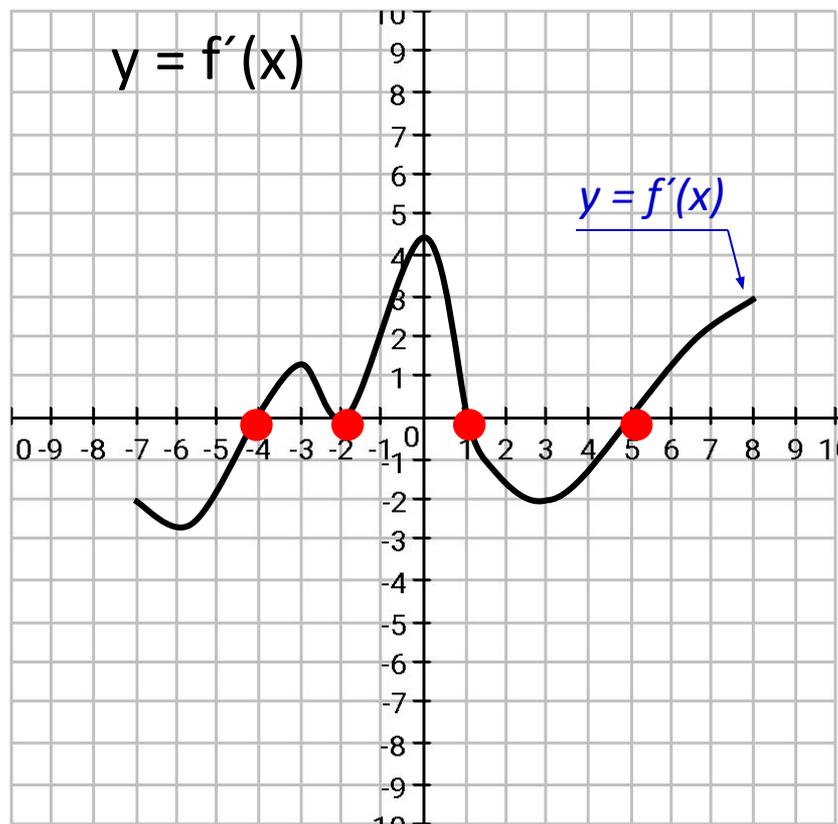
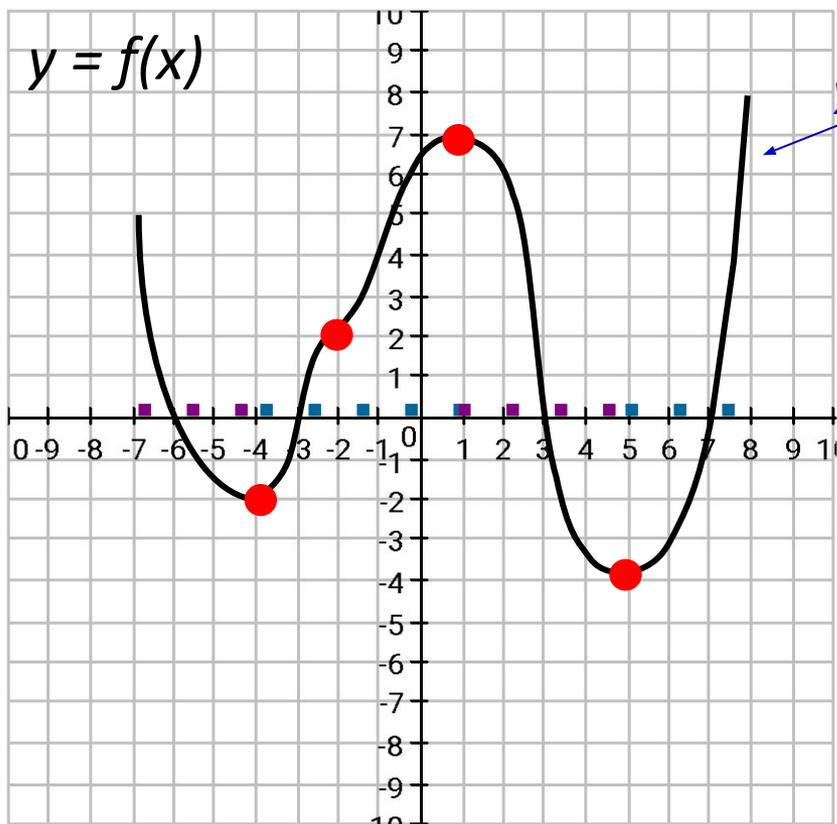


$x = 1$  — точка максимума (критическая точка)

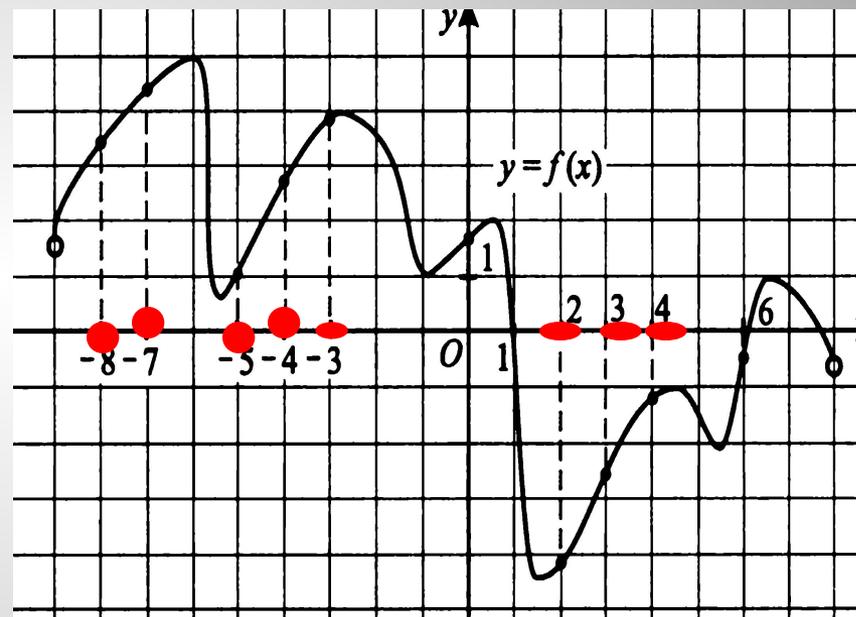
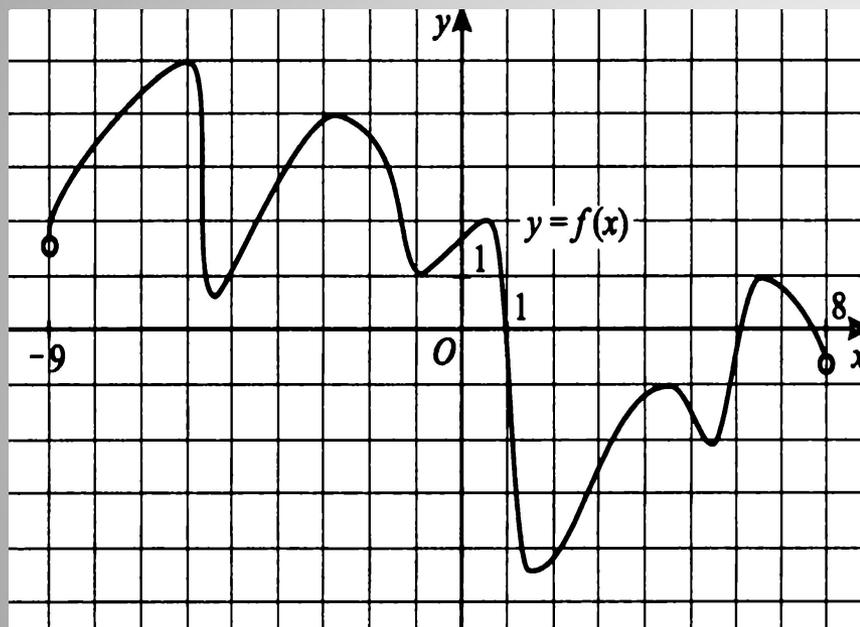
$x = -4$  — точка минимума (критическая точка)

$x = 5$  — точка минимума (критическая точка)

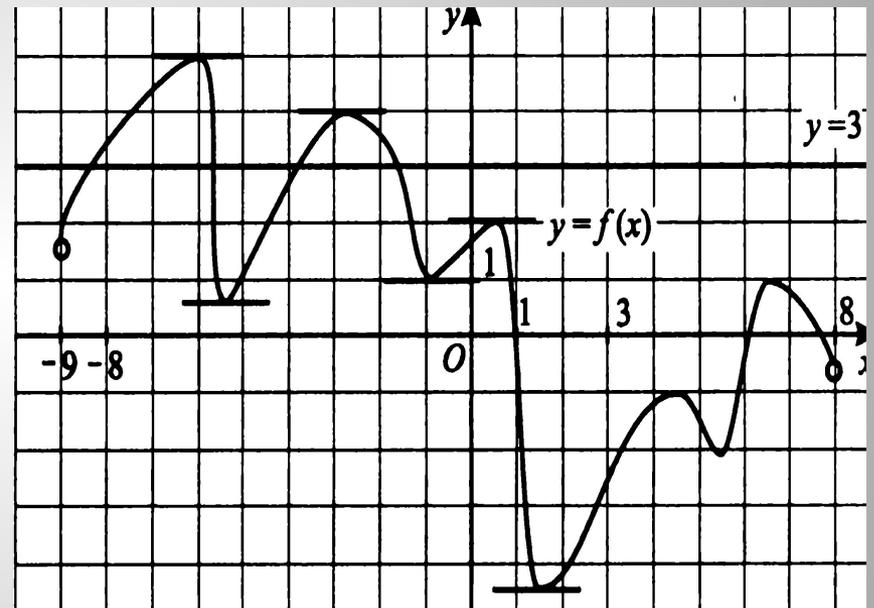
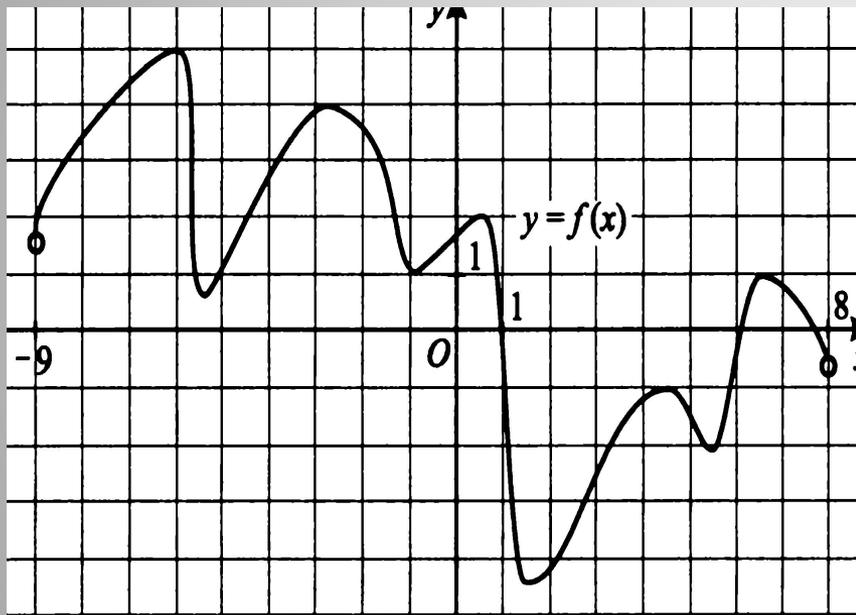
# Зависимость свойств функции и её производной



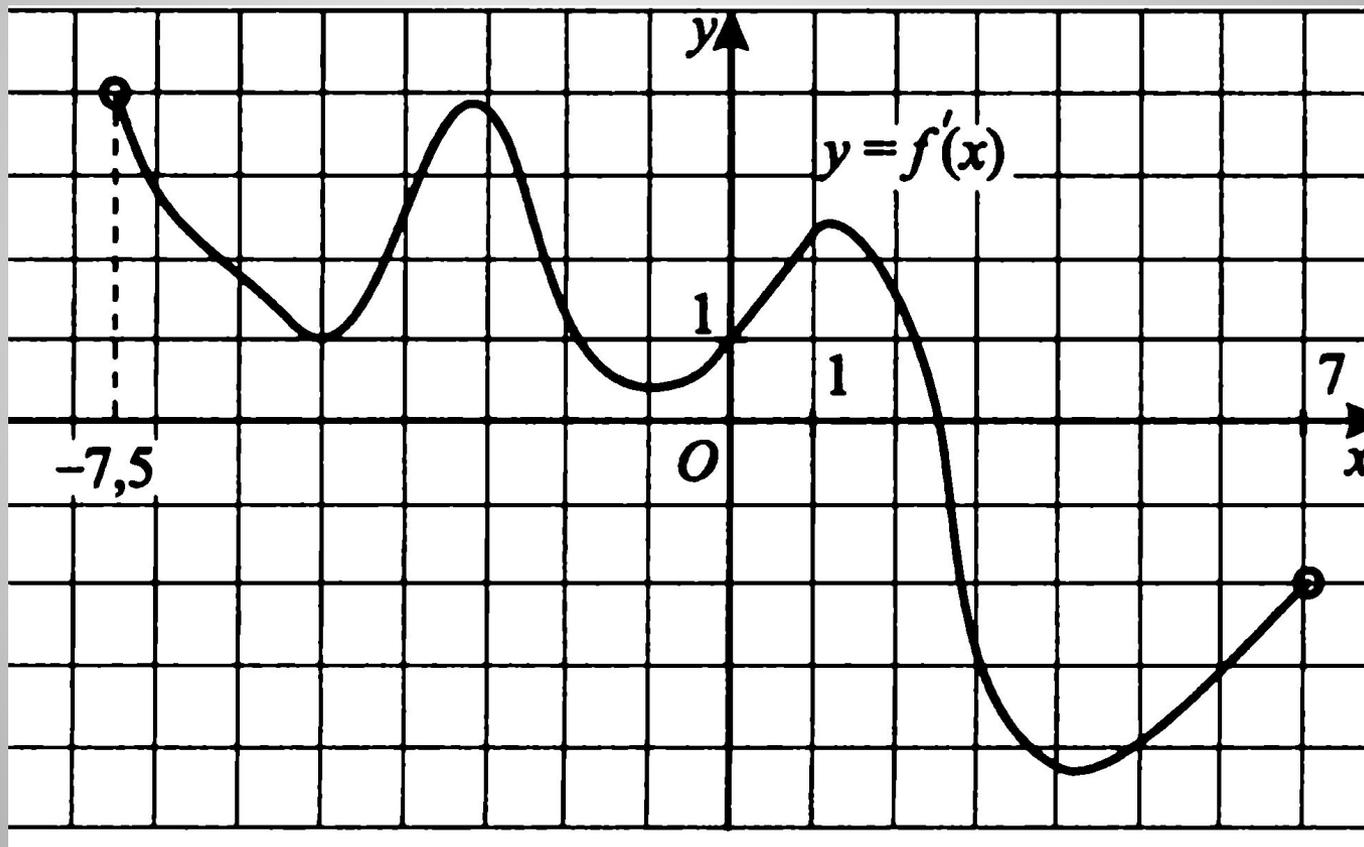
На рисунке изображен график функции.  
Определите количество целых точек, в которых  
производная функции положительна



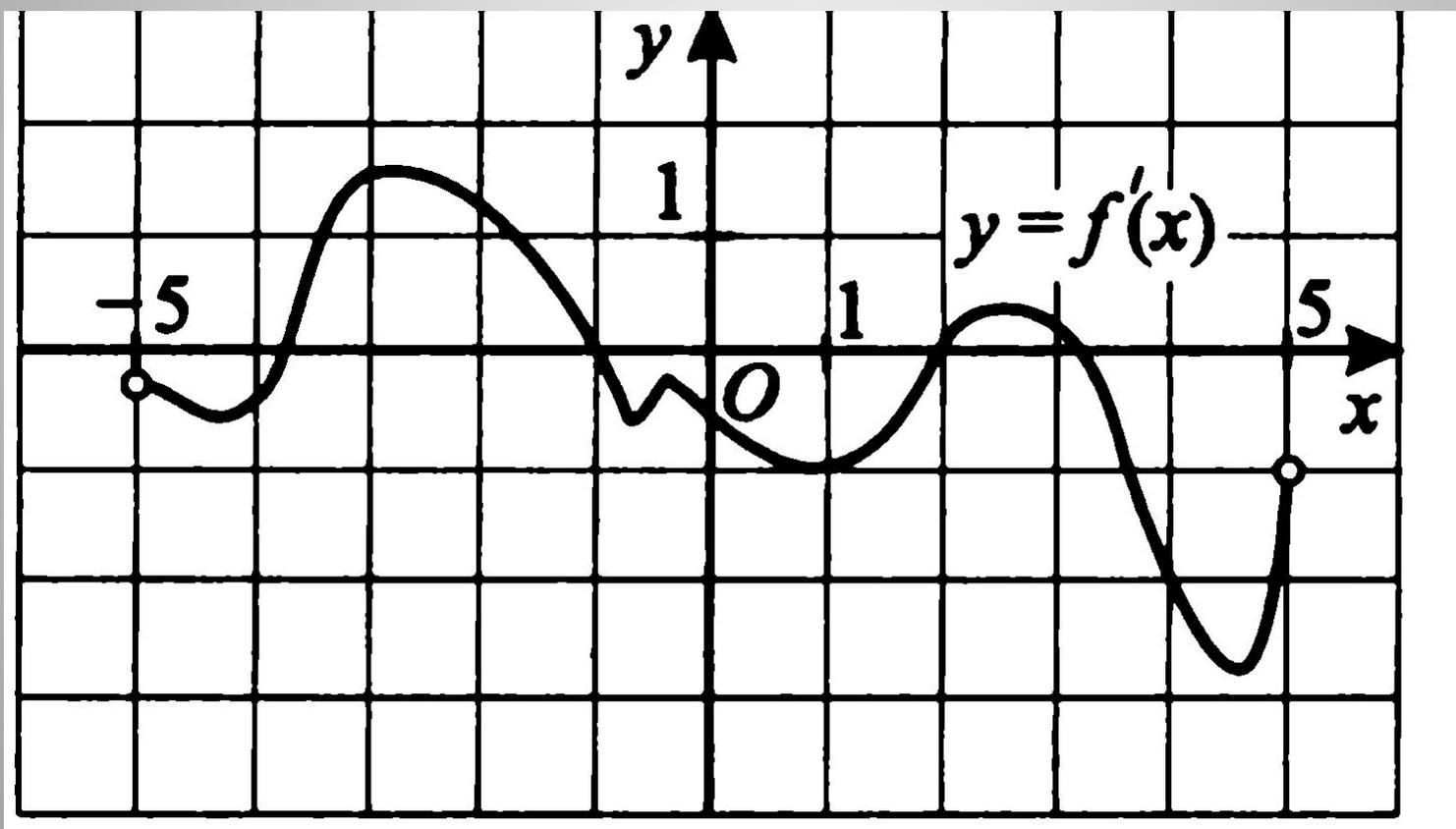
На рисунке изображен график функции. Найти количество точек на отрезке  $(-8;3)$ , в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y=3$

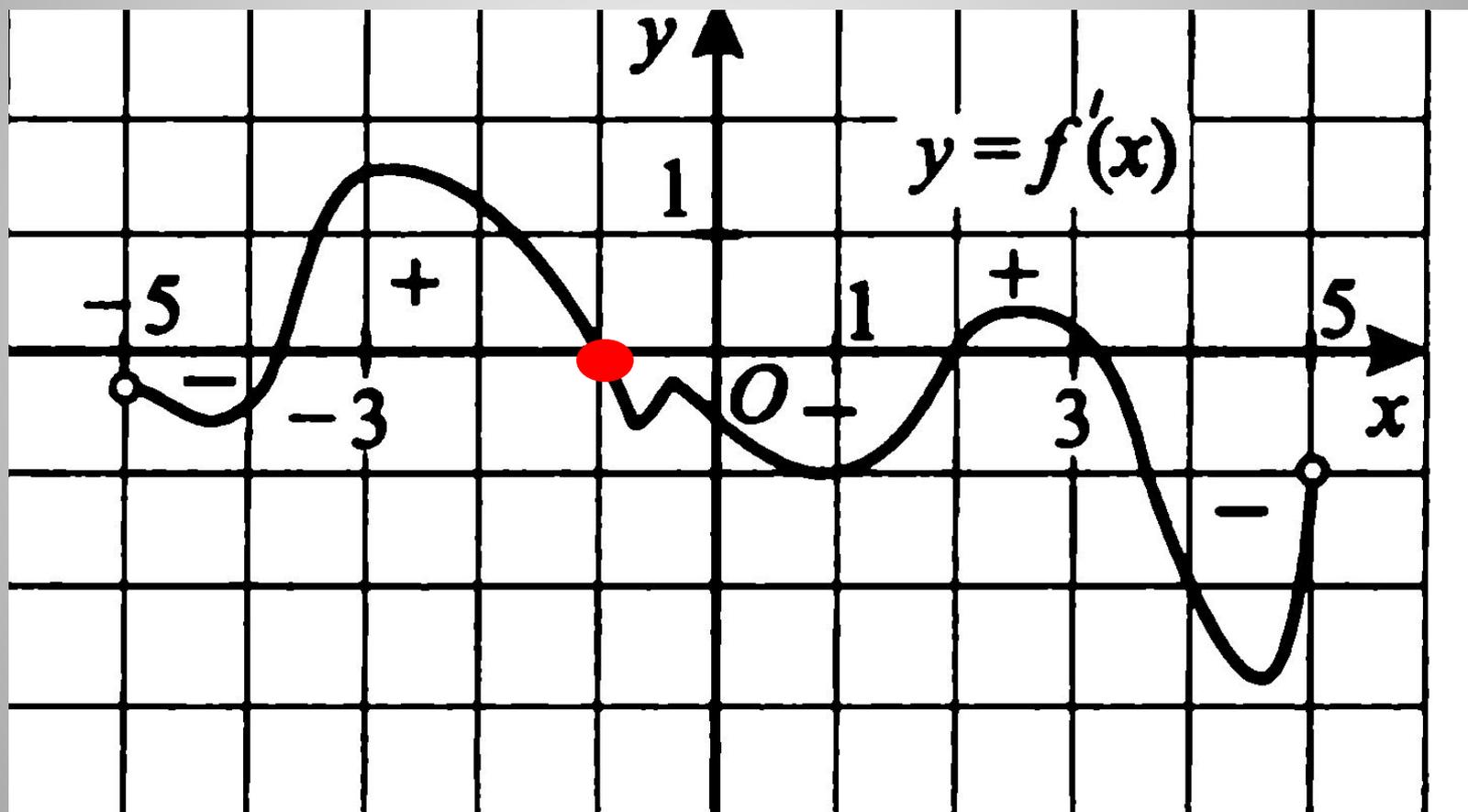


На рисунке изображен график производной функции. Найти промежутки возрастания функции. В ответе запишите количество целых точек, входящих в эти промежутки

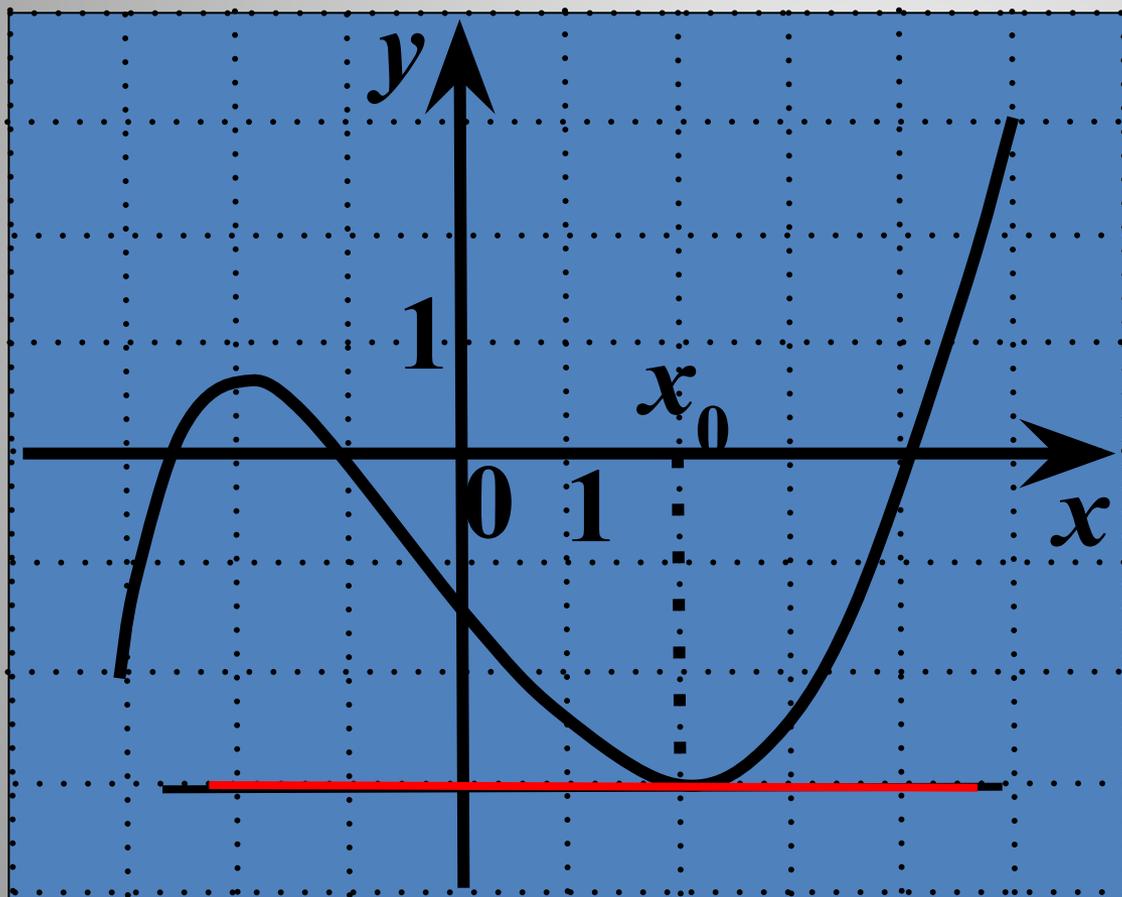


Изображен график производной функции. Найти точку максимума на отрезке  $(-3;3)$





3. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



$$\alpha = 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0$$

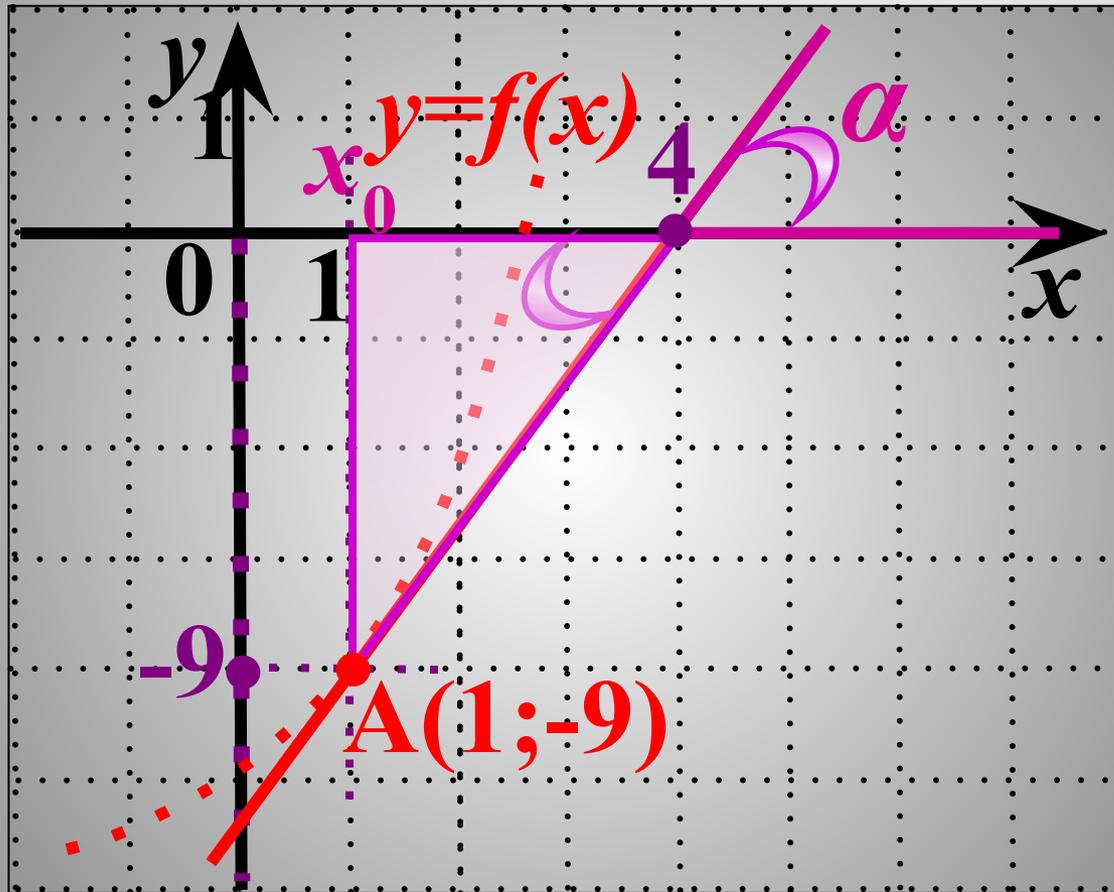
$$\underline{f'(x_0) = 0}$$

Касательная  
параллельна  
оси  $Ox$ .

4. Прямая пересекает ось абсцисс при  $x = 4$ ,  
касается графика функции  $y = f(x)$  в точке

$A(1; -9)$ . Найдите  $y = f'(1)$

*Решение.*



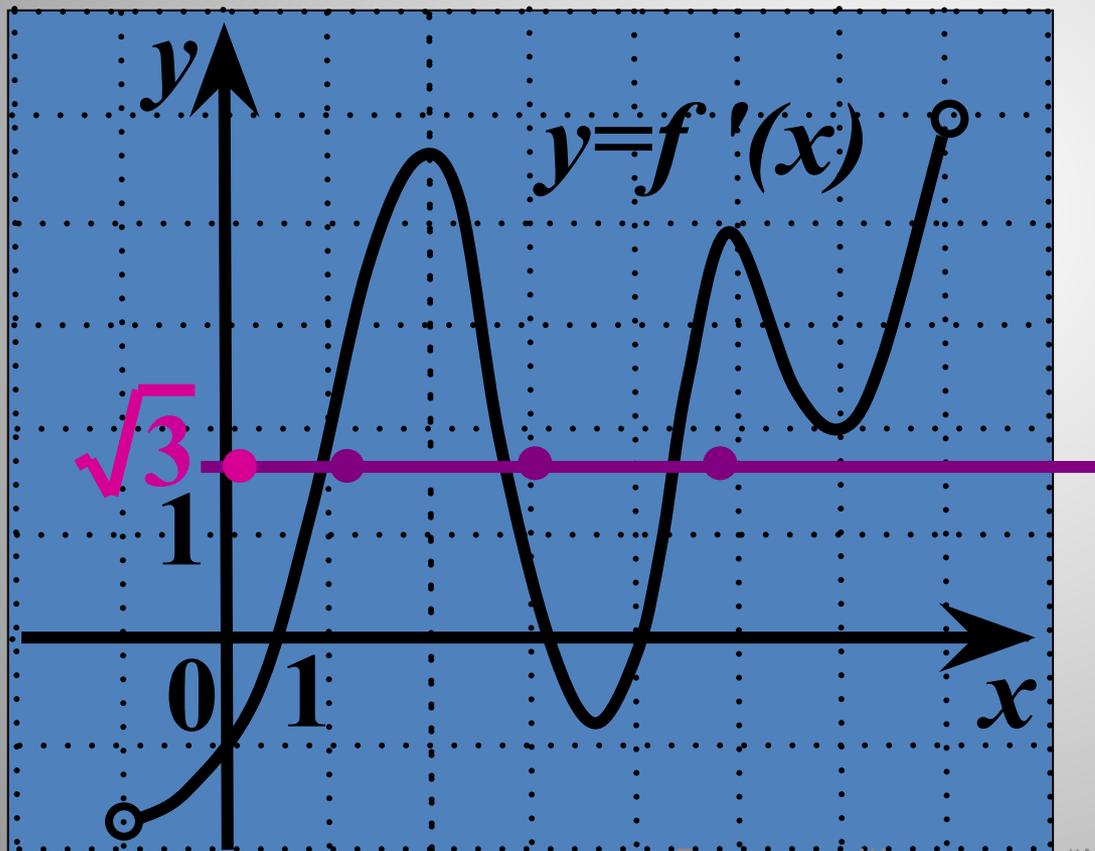
$\alpha$  — острый

$$\operatorname{tg} \alpha > 0 \quad f'(x_0) > 0$$

Противолежащий  
катет равен 9,  
прилежащий катет  
равен 3.

$$\operatorname{tg} \alpha = 9/3 =$$
$$= 3 = \underline{f'(1)}$$

5. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-1; 7)$ . Используя изображенный на рисунке график производной  $y = f'(x)$ , определите количество касательных к графику функции  $y = f(x)$ , которые составляют угол  $60^\circ$  с положительным направлением оси  $Ox$ .



положительным направлением оси  $Ox$ .

*Решение.*

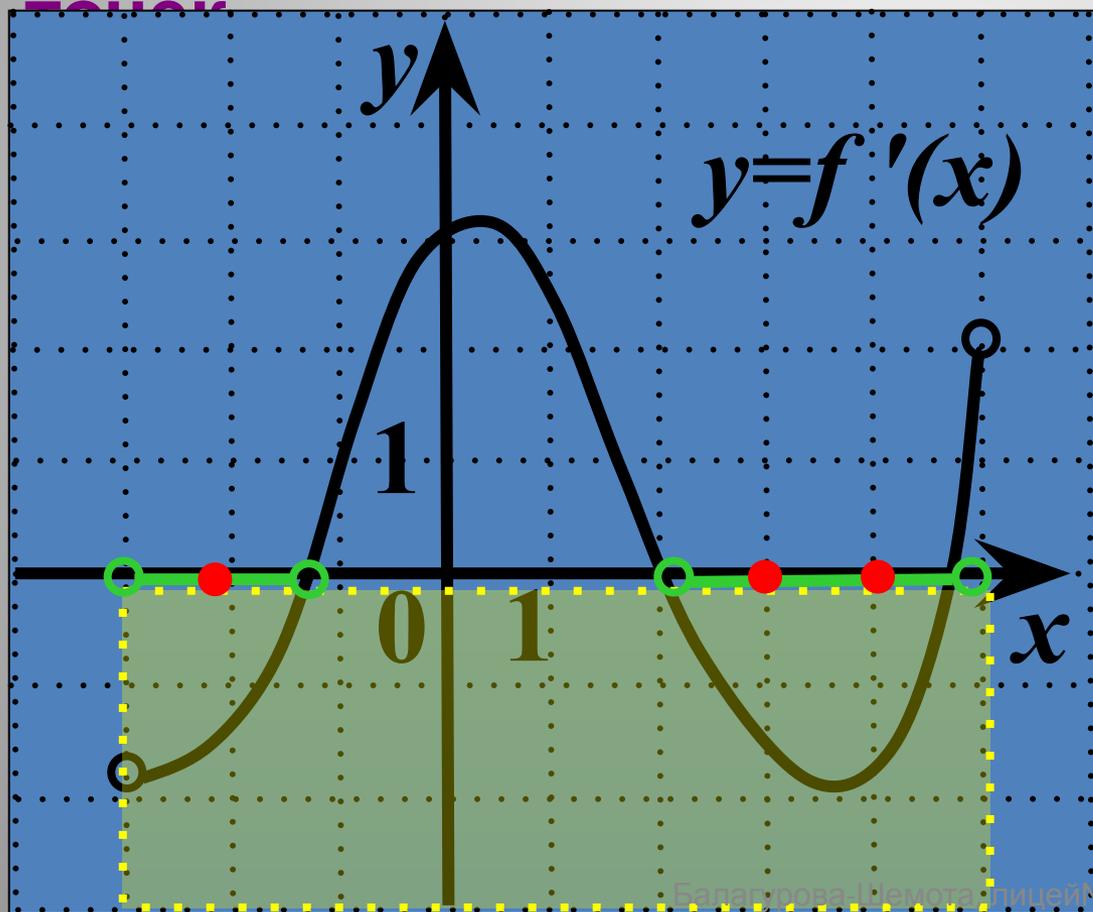
$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 60^\circ =$$

$$= \sqrt{3} = f'(x)$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

**3 ТОЧКИ**

6. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 5)$ . На рисунке изображен график производной этой функции. К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых - **целые числа**. Укажите количество



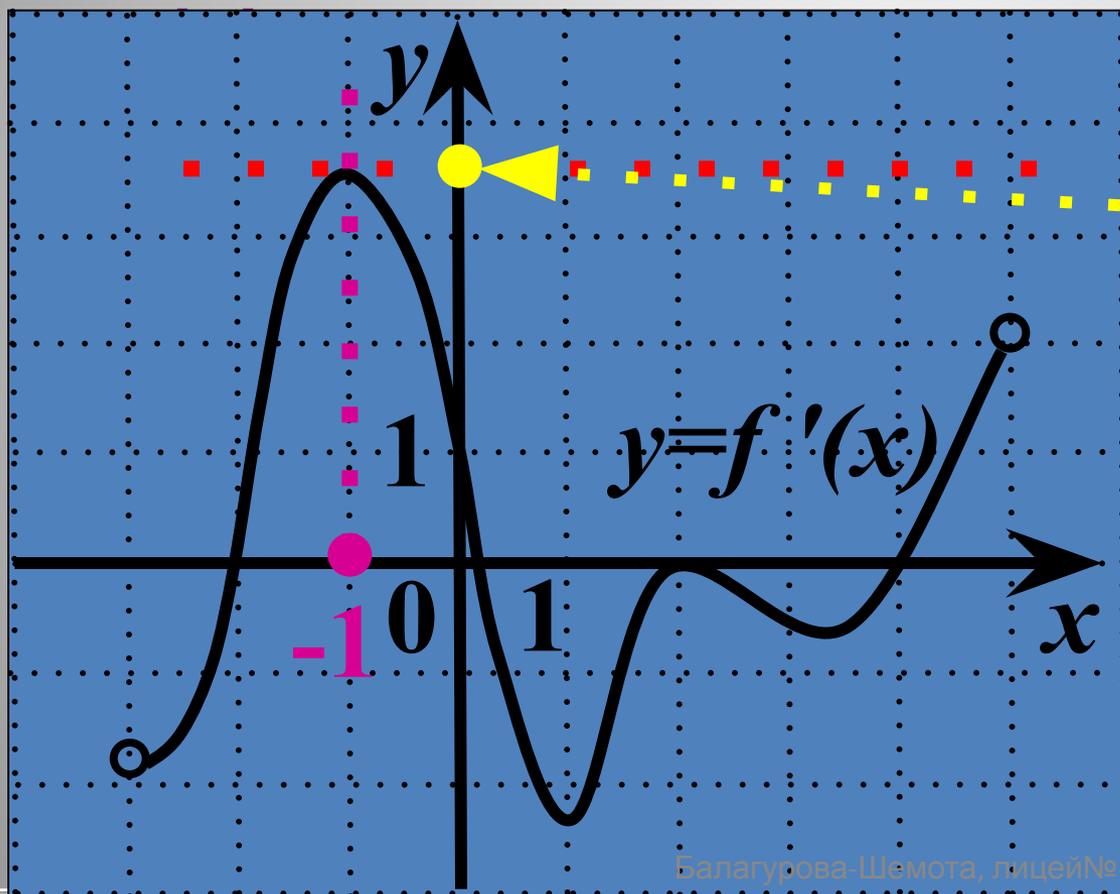
графика функции,  
в которых  
проведенные  
касательные

отрицательный  
угловой  
коэффициент.

$$K < 0 \\ f'(x_0) < 0$$

**3 ТОЧКИ**

7. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 5)$ . На рисунке изображен график производной этой функции. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  имеет наибольший угловой



$$f'(x_0) = K$$

наибольшее  
значение

Абсцисса равна

-1



В9 На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-4, -1, 0, 2$ . В какой из этих точек касательная к графику функции образует острый угол с положительным направлением оси  $x$ ? В ответе укажите абсциссу этой точки.

