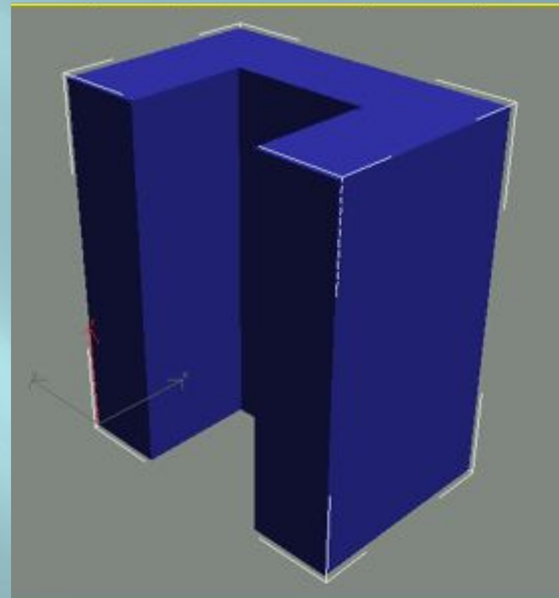
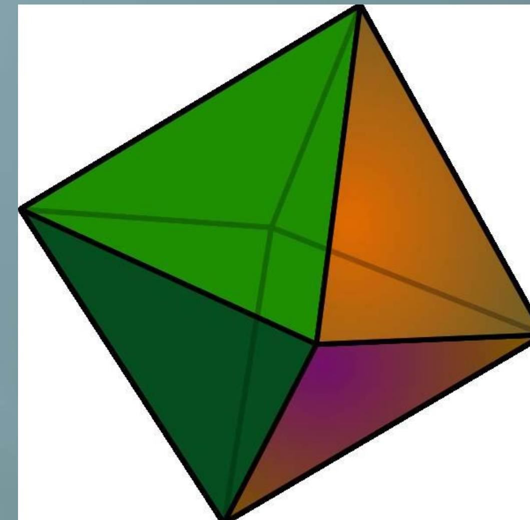
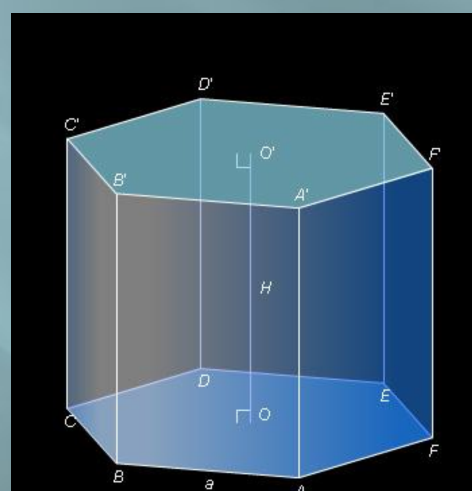
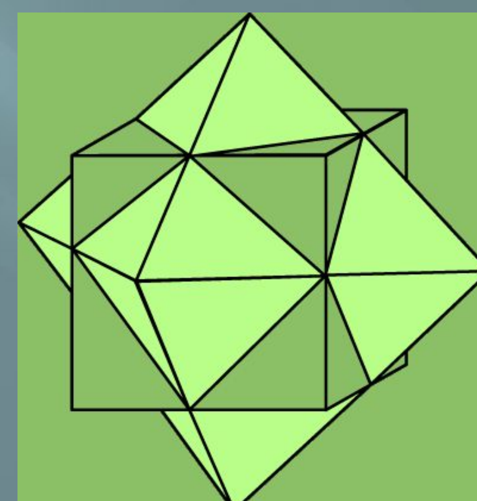




многогранники

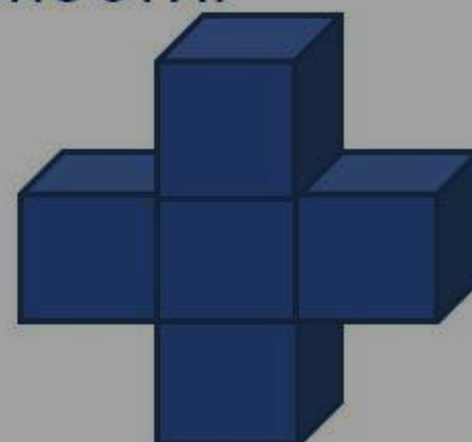


многогранники

Многогранник – это *тело, граница которого состоит из кусков плоскостей* (*многоугольников*). Эти многоугольники называются *гранями*, их стороны – *рёбрами*, их вершины – *вершинами многогранника*. Отрезки, соединяющие две вершины и не лежащие на одной грани, называются *диагоналями многогранника*

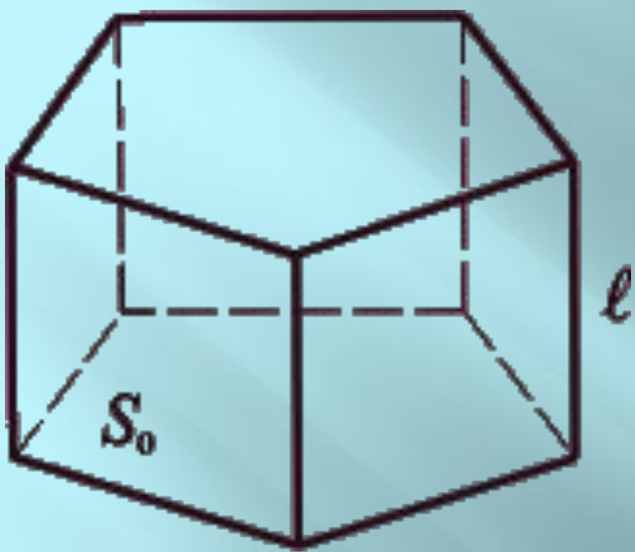
Многогранники бывают ***выпуклыми*** *и* ***невыпуклыми****. Выпуклый многогранник расположен по одну сторону от плоскости каждой своей грани. Невыпуклый многогранник расположен по разные стороны от одной из плоскости.*

Выпуклый многогранник

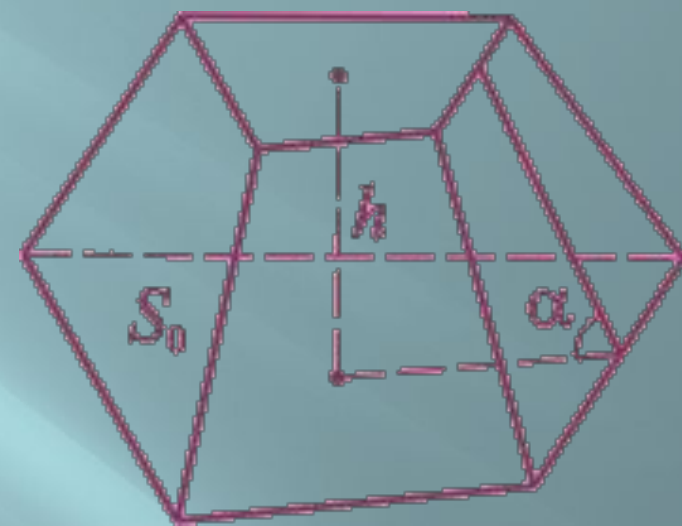


Невыпуклый многогранник

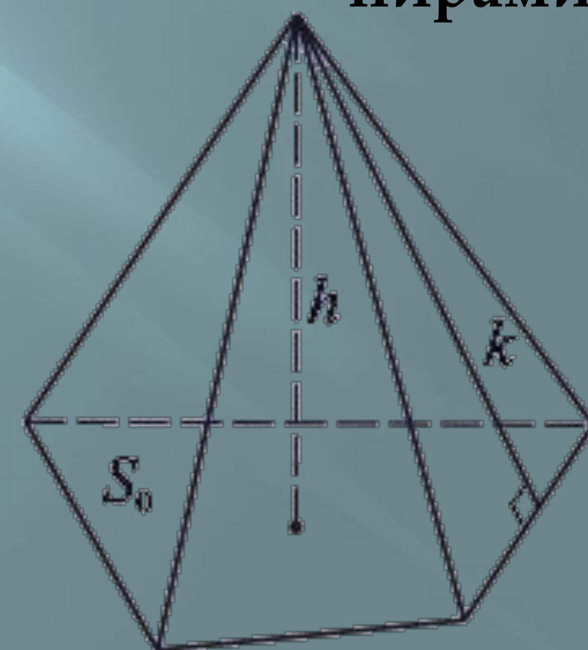
призма



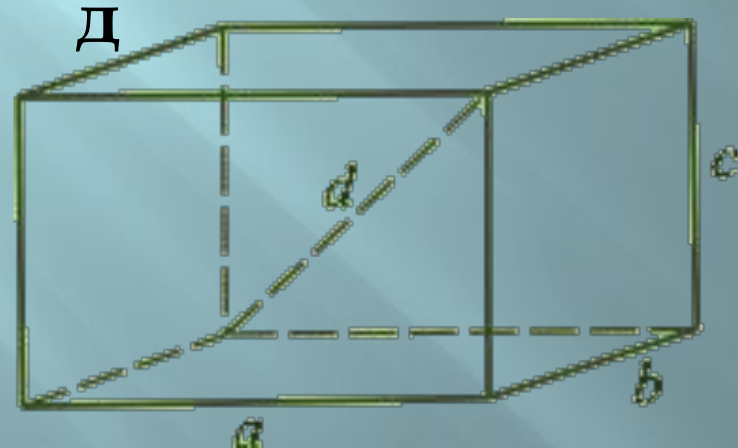
Усечённая пирамида



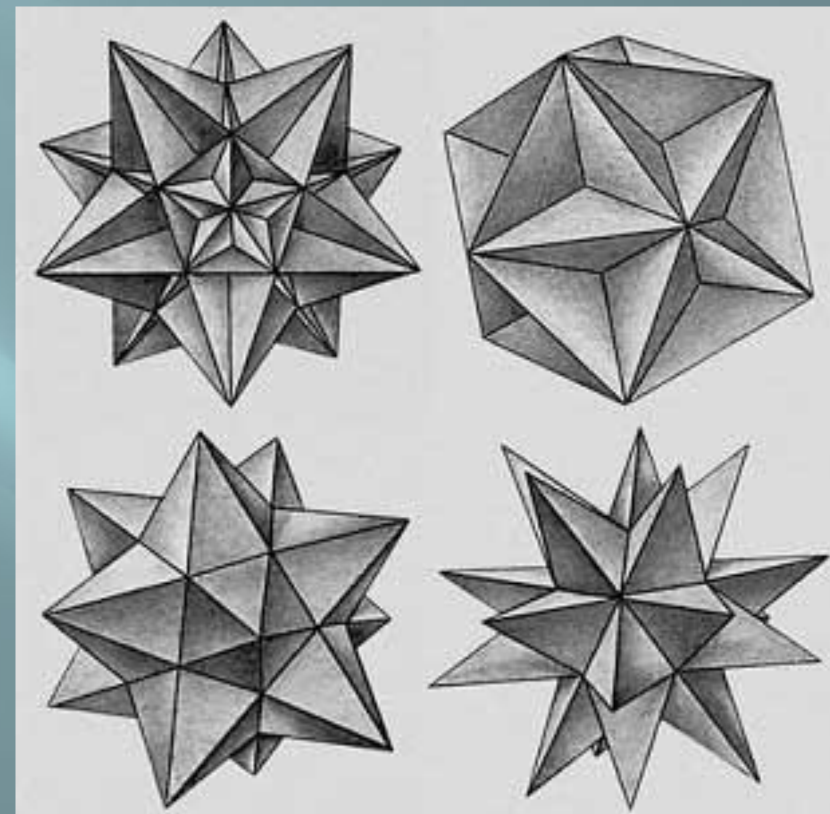
пирамида



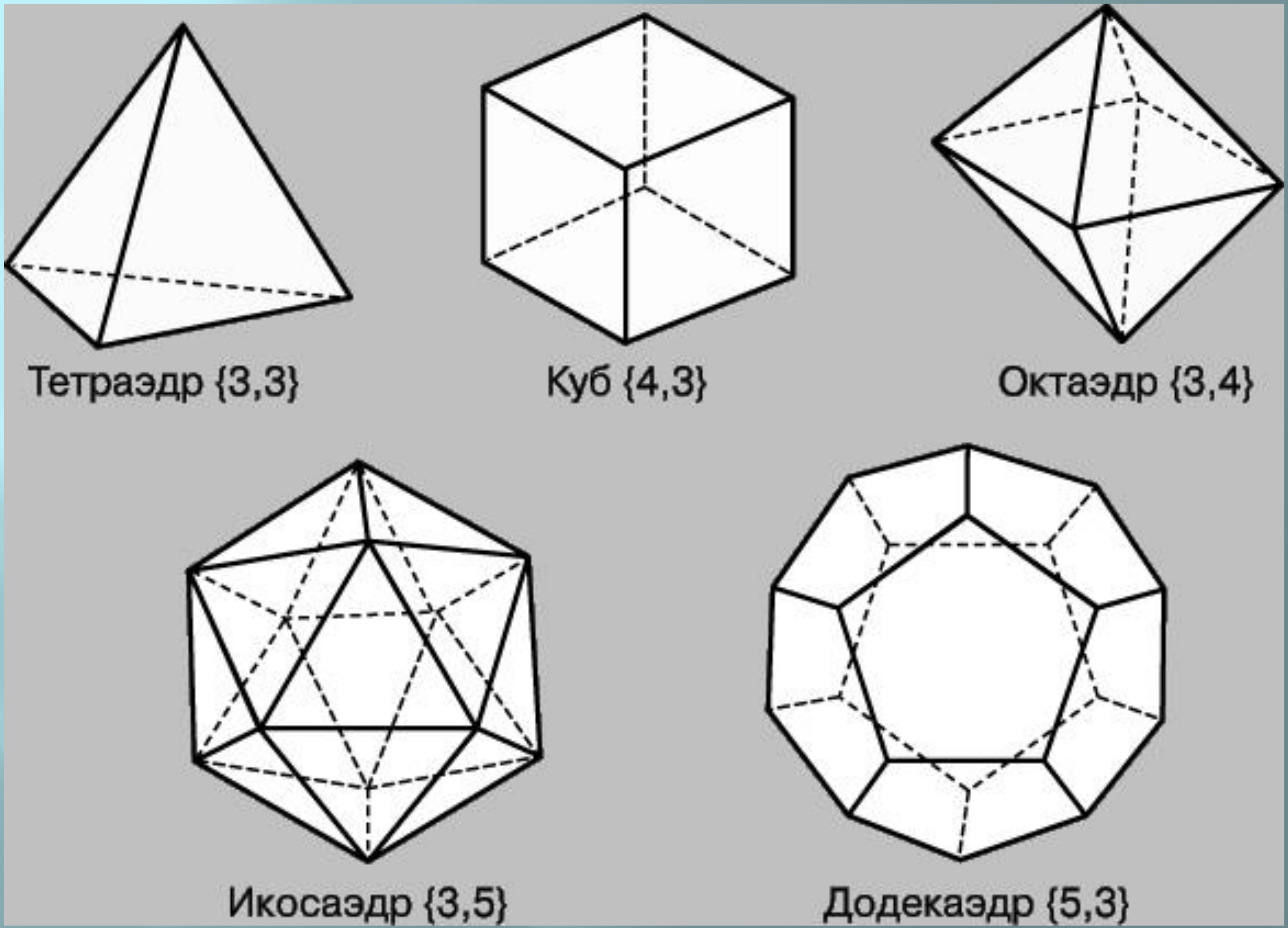
параллелепипе
д



Тела Кеплера-Пуансо



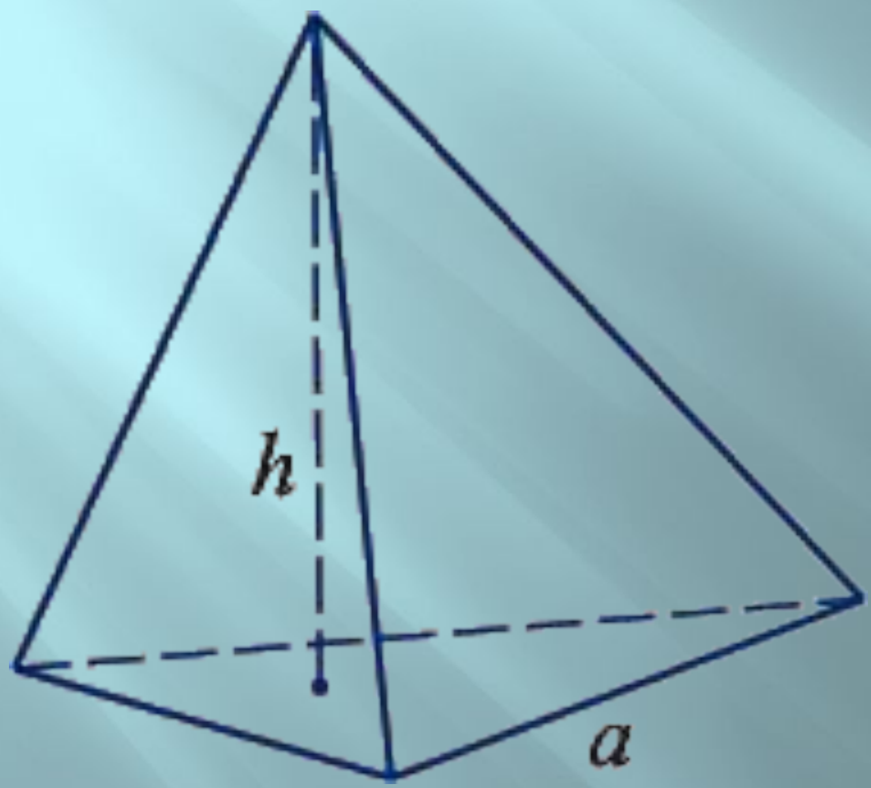
пять удивительных многогранников



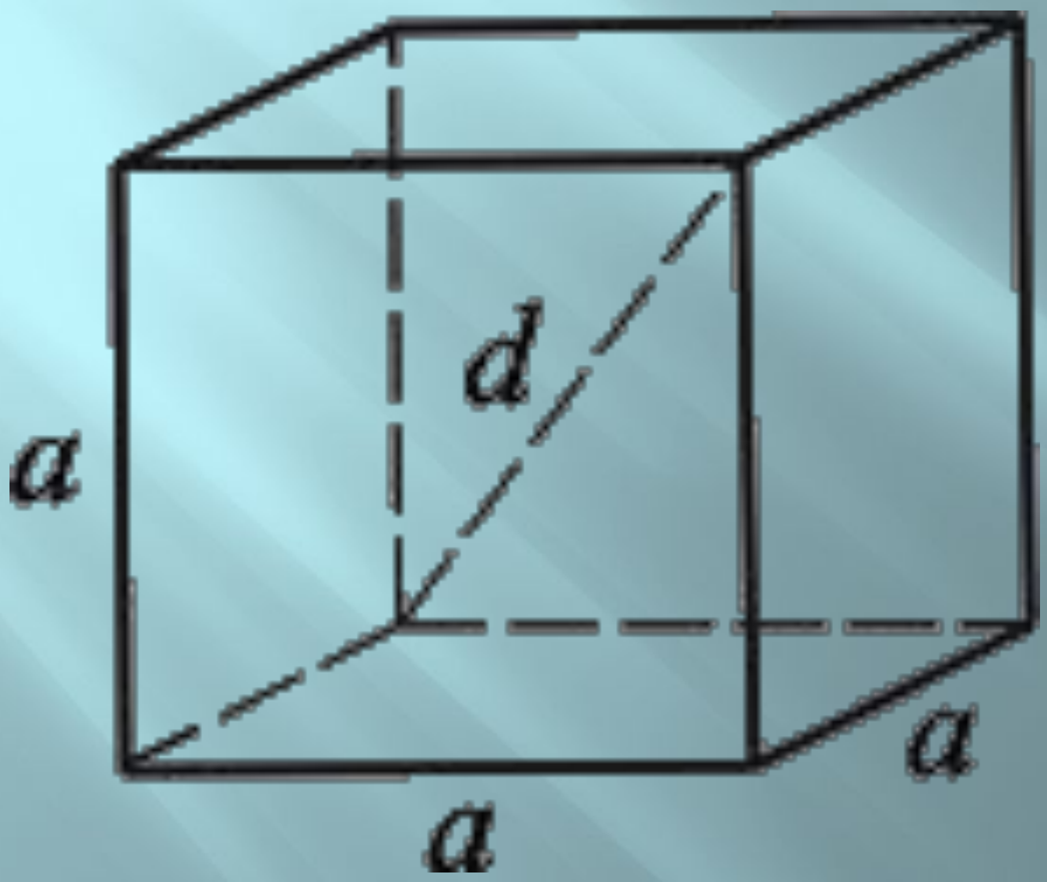
Правильные многогранники

Их изучали ученые, ювелиры, священники, архитекторы. Этим многогранникам даже приписывали магические свойства. Древнегреческий ученый и философ Платон (IV–V в до н. э.) считал, что эти тела олицетворяют сущность природы. В своем диалоге «Тимей» Платон говорит, что атом огня имеет вид тетраэдра, земли – гексаэдра (куба), воздуха – октаэдра, воды – икосаэдра. В этом соответствии не нашлось места только додекаэдру и Платон предположил существование еще одной, пятой сущности – эфира, атомы которого как раз и имеют форму додекаэдра. Ученики Платона продолжили его дело в изучении перечисленных тел. Поэтому эти многогранники называют платоновыми телами.

Тетраэдр

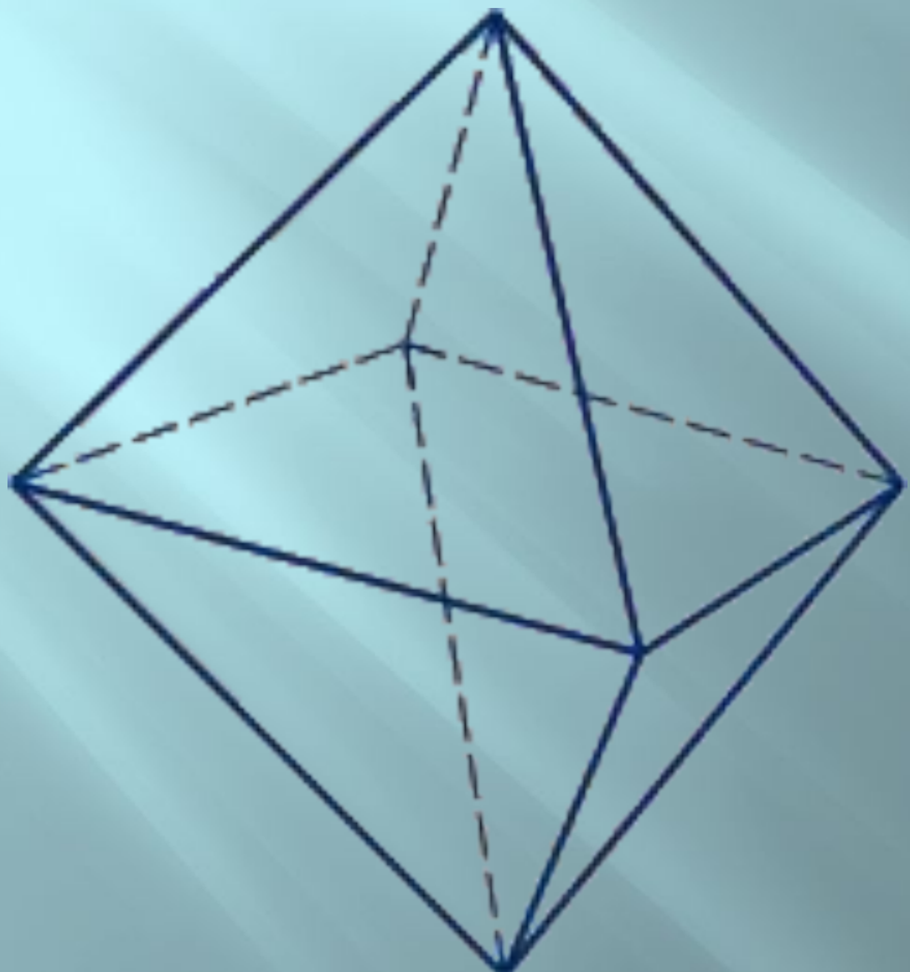


Правильный четырёхгранник у которого грани правильные треугольники, в каждой вершине сходится по 3 ребра и по три грани. У тетраэдра 4 ребра, 4 грани и шесть рёбер.



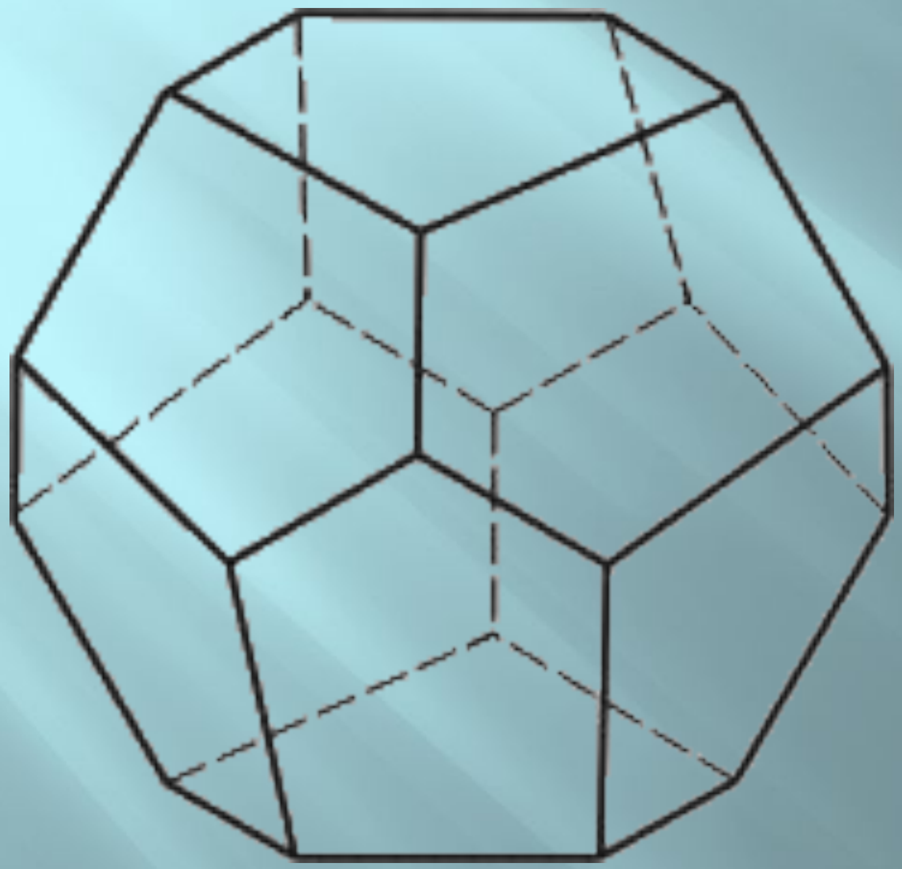
Куб –

шесть граней – равные квадраты. Куб имеет восемь вершин и двенадцать ребер.



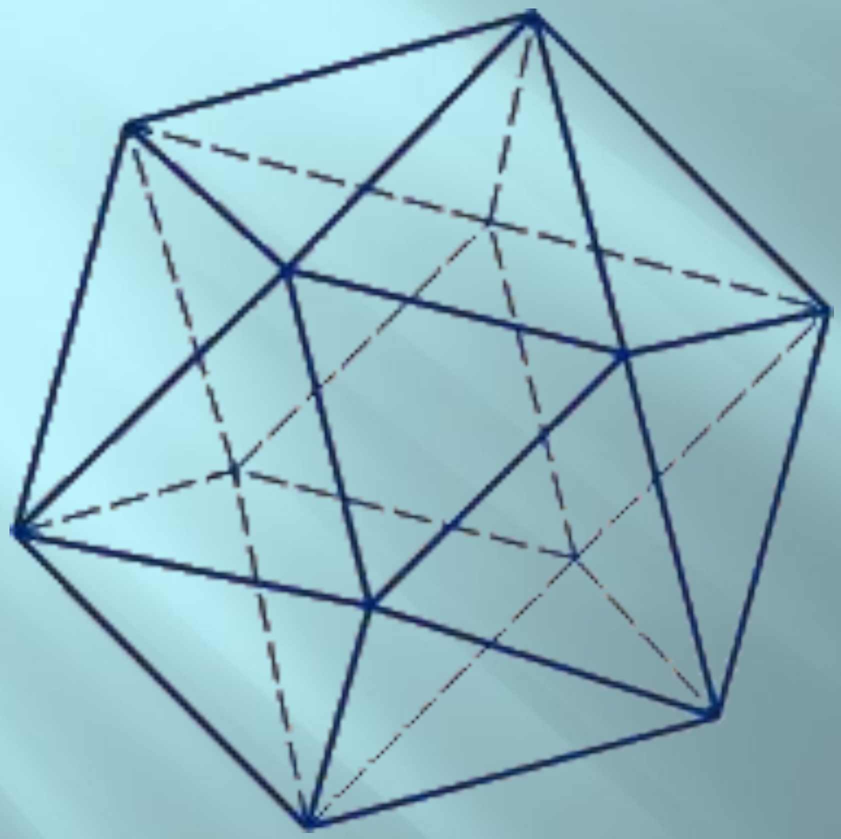
Октаэдр –

восемь граней – равносторонние равные треугольники. Октаэдр имеет шесть вершин и двенадцать ребер



Додекаэдр

– двенадцать граней – правильные равные пятиугольники. Додекаэдр имеет двадцать вершин и тридцать ребер.



Икосаэдр – *двадцать граней* – *равносторонние равные треугольники. Икосаэдр имеет двенадцать вершин и тридцать ребер.*

Сечения многогранников

Правила построения сечений многогранников:

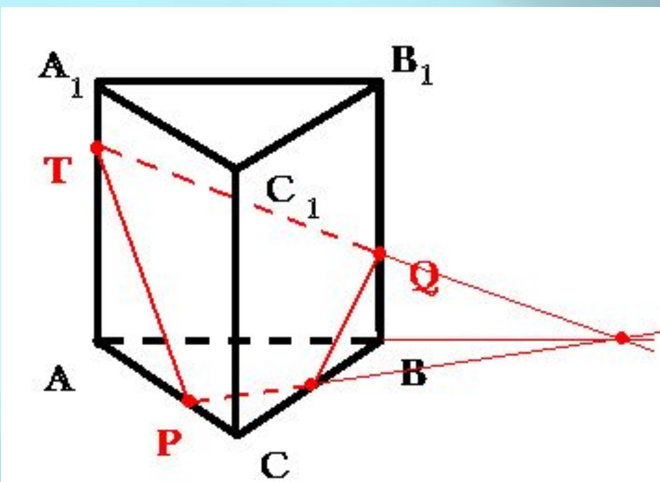
1) проводим прямые через точки, лежащие в одной плоскости;

2) ищем прямые пересечения плоскости сечения с гранями многогранника, для этого

а) ищем точки пересечения прямой принадлежащей плоскости сечения с прямой, принадлежащей одной из граней (лежащие в одной плоскости);

б) параллельные грани плоскость сечения пересекает по параллельным прямым.

сечения



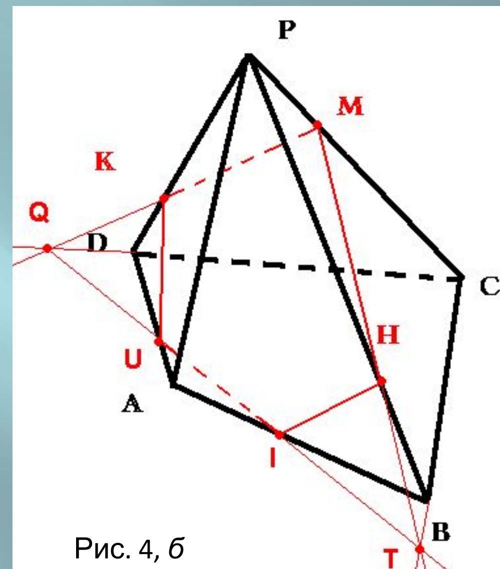
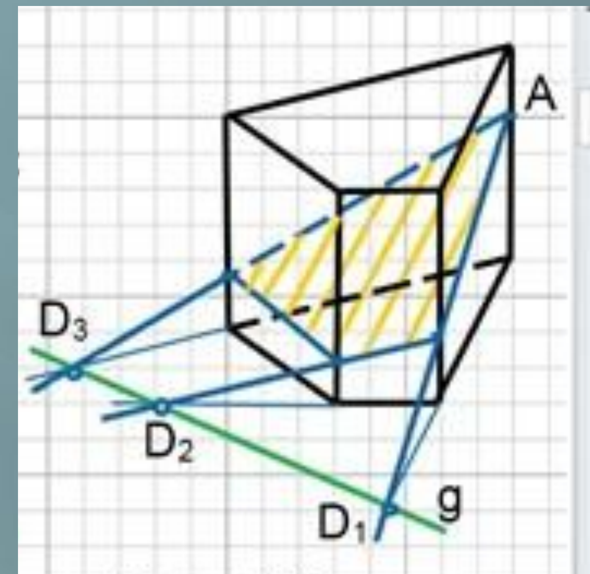
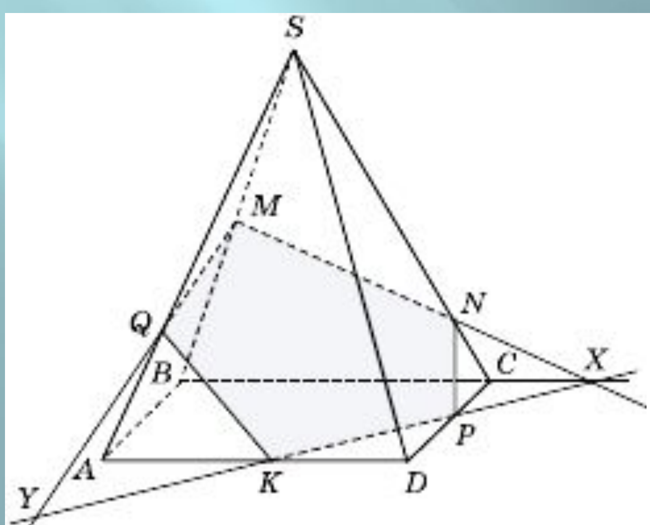
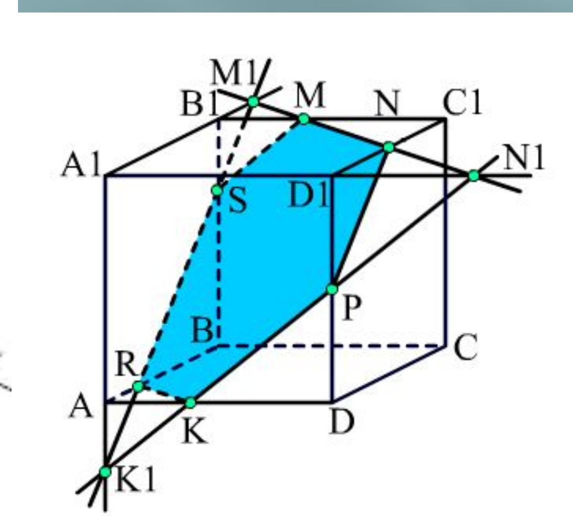
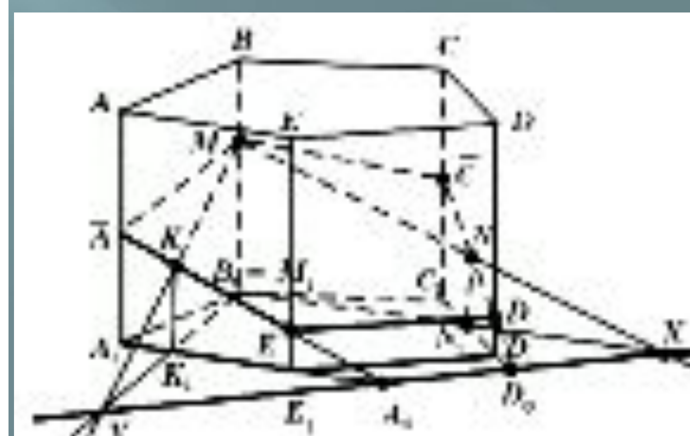


Рис. 4, *б*







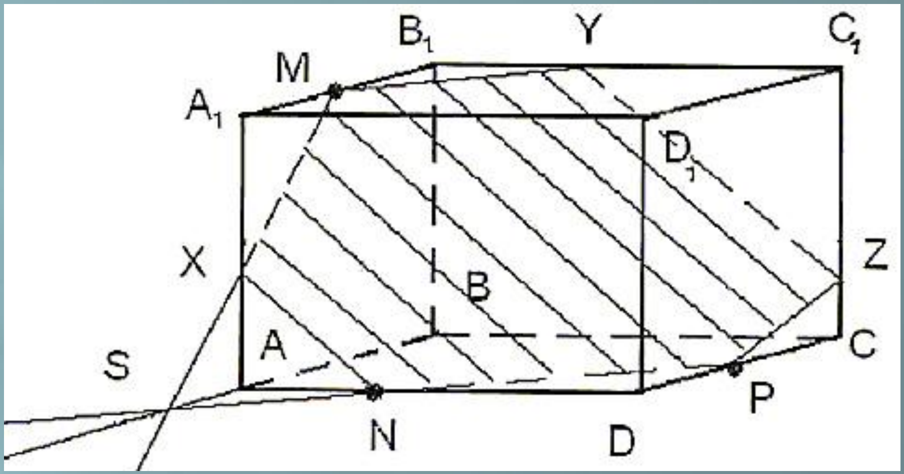


ВАЖНО!

- *Для построения сечений ищем отрезки, по которым секущая плоскость пересекает каждую грань.*
- *Можно соединять только точки, которые лежат в одной плоскости.*
- *Если секущая плоскость пересекает противоположные грани, то она пересекает их по параллельным отрезкам.*

Задача 1

Построить сечение призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки P, Q, R (точки указаны на чертеже).



Решение.

1. Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань AA_1B_1B. В этой грани лежат точки сечения P и Q. Проведем прямую PQ.

2. Продолжим прямую PQ, которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой AB. Получим точку S_1, принадлежащую следу.

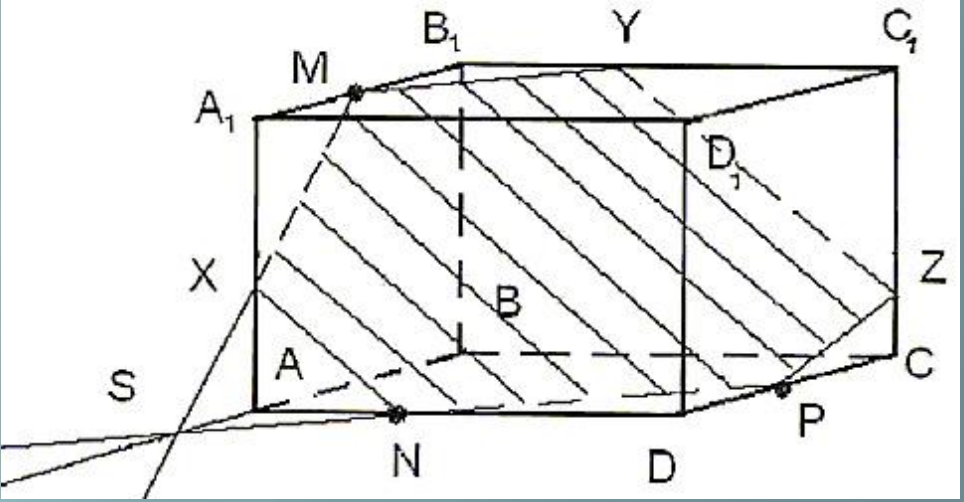
3. Аналогично получаем точку S_2 пересечением прямых QR и BC.

4. Прямая S_1S_2 - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.

5. Прямая S_1S_2 пересекает сторону AD в точке U, сторону CD в точке T. Соединим точки P и U, так как они лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D. Аналогично получаем TU и RT.

6. PQRTU – искомое сечение.

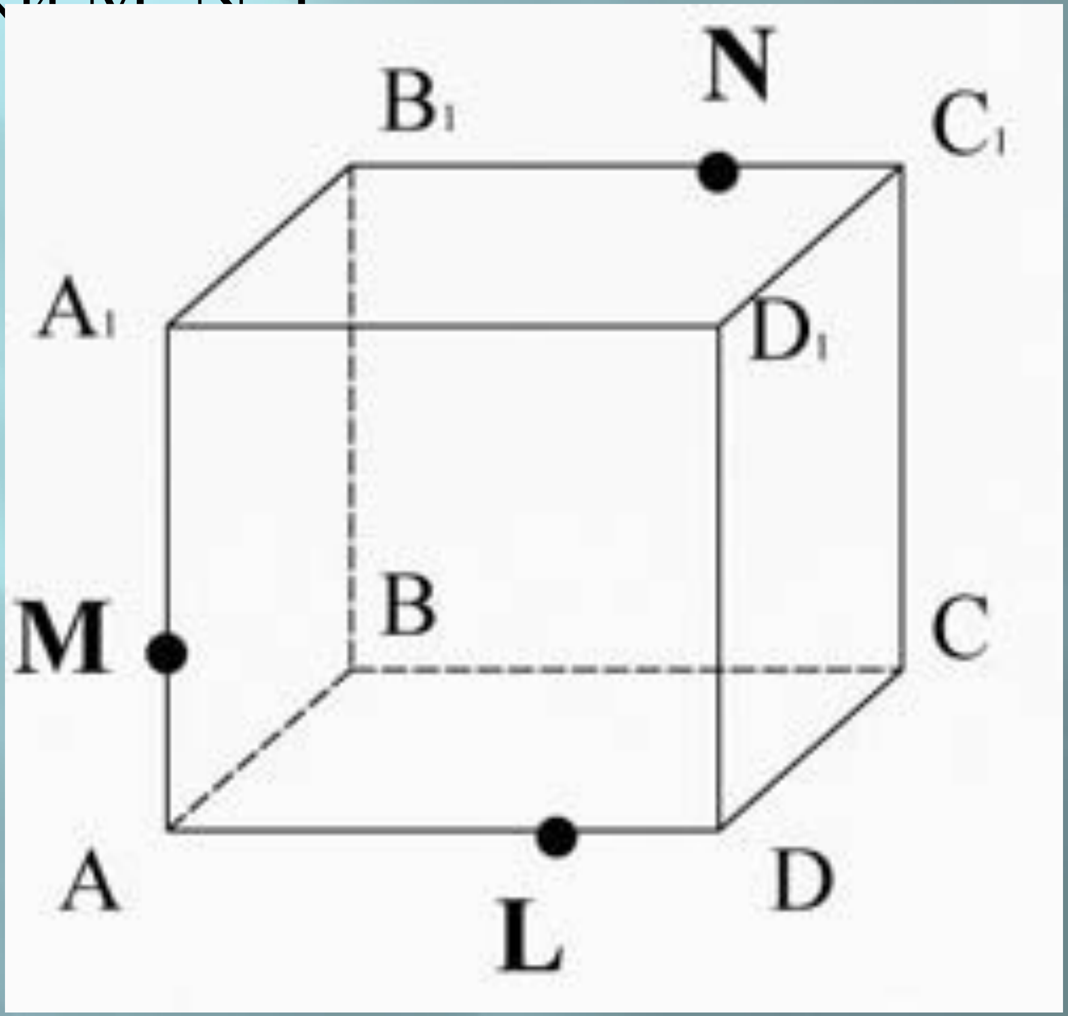
Задача 2.
Построить сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N, P (точки указаны на чертеже)



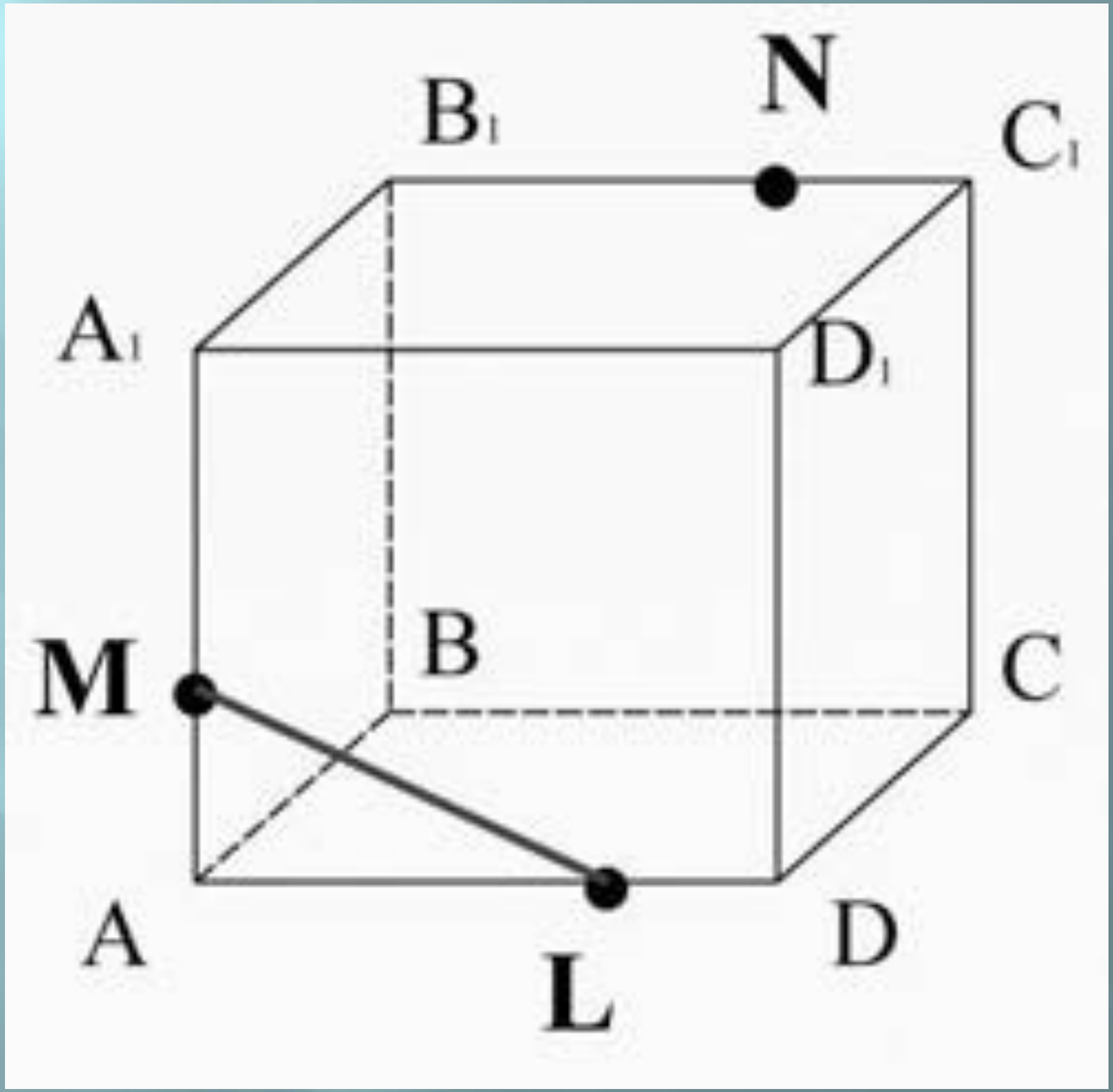
Решение.

1. Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проходящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.
2. Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S. Эта точка принадлежит плоскости сечения.
3. Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X.
4. Точки X и N лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D, соединим их и получим прямую XN.
5. Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани $A_1B_1C_1D_1$, параллельную прямой NP. Эта прямая пересечет сторону B_1C_1 в точке Y.
 Аналогично проводим прямую YZ, параллельно прямой XN.
6. Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – MYZPNX.

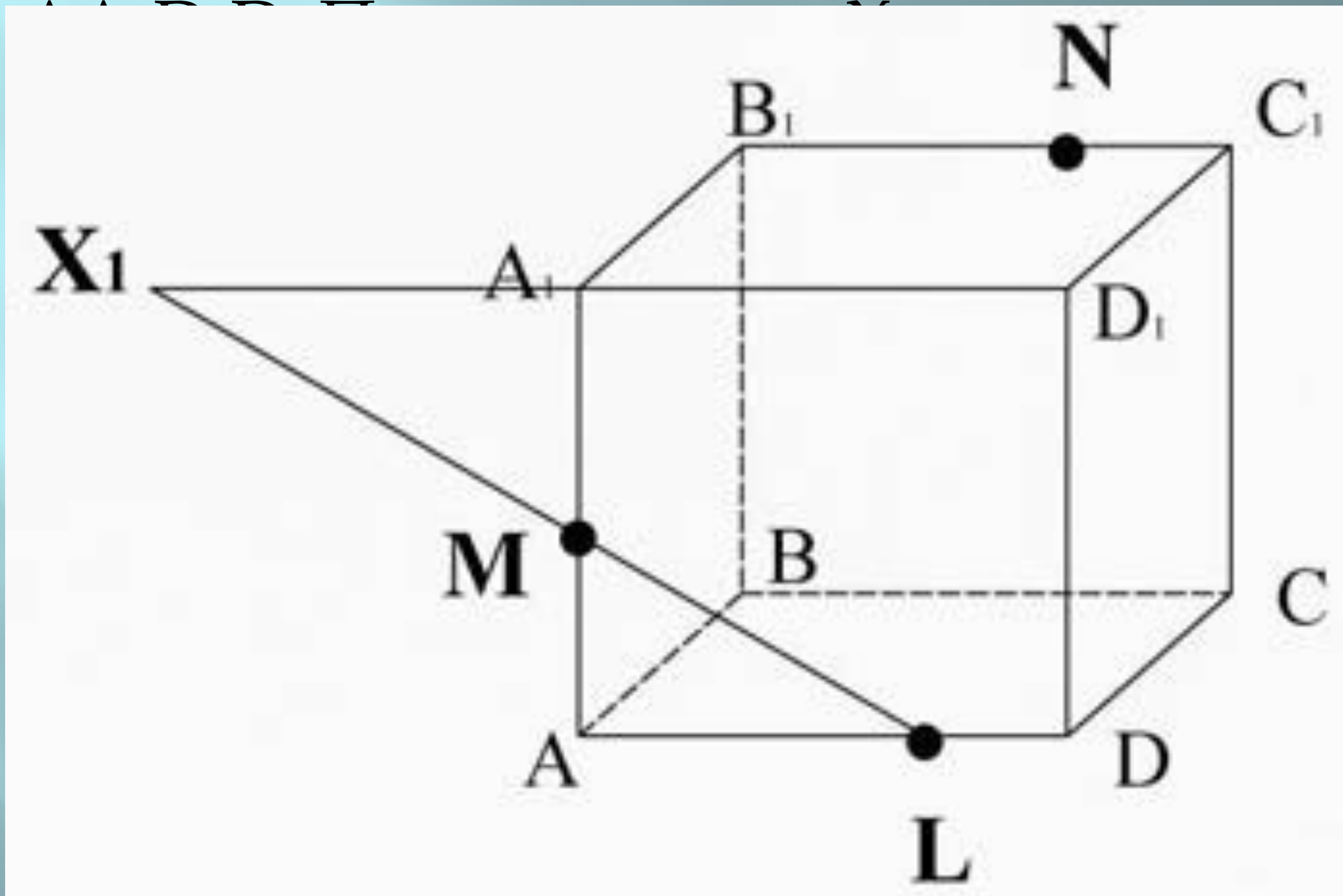
Рассмотрим прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Построим сечение, проходящее через точки M, N, L.



Соединим точки M и L, лежащие в плоскости AA_1D_1D.

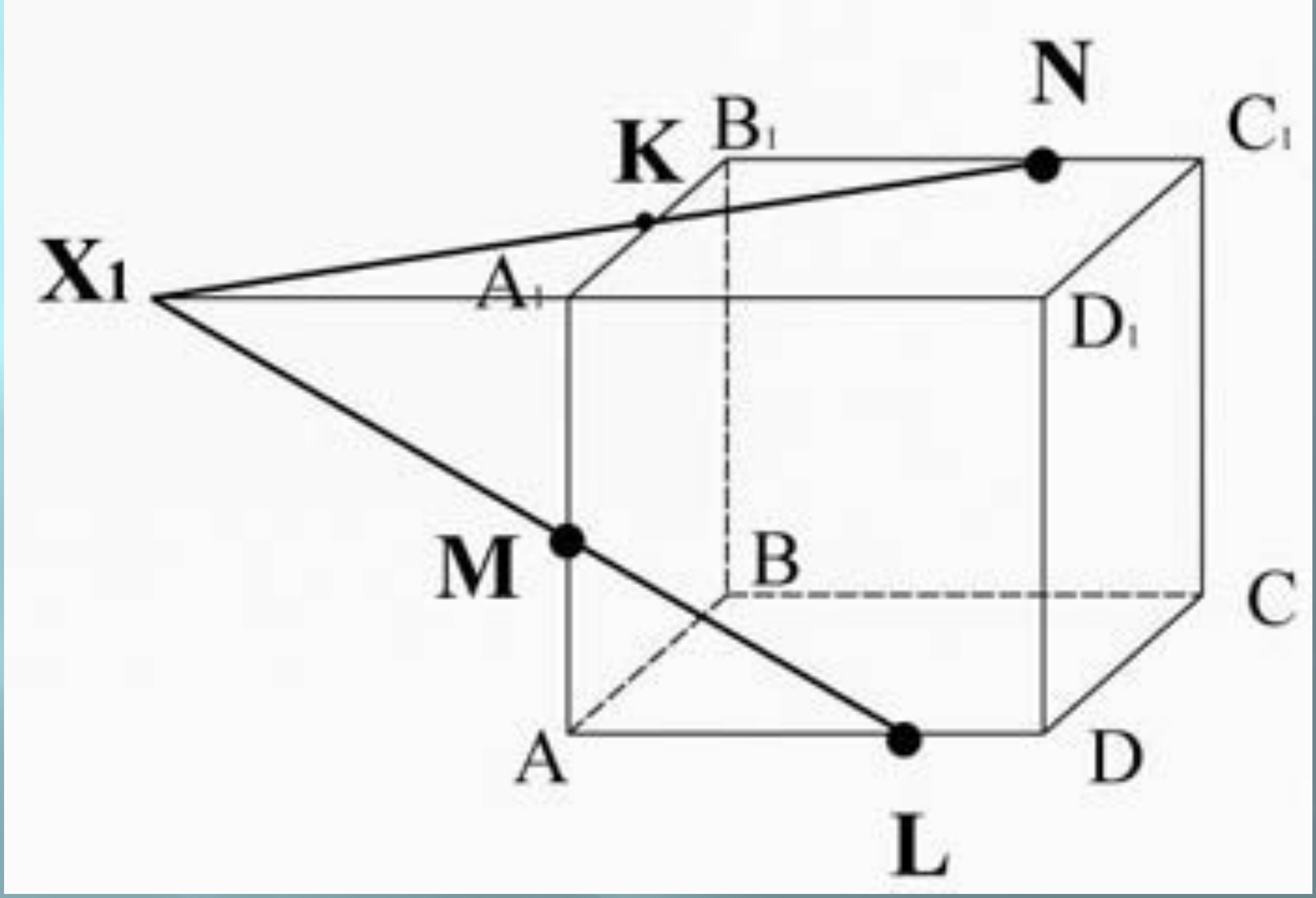


Пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром A_1D_1, они лежат в одной плоскости

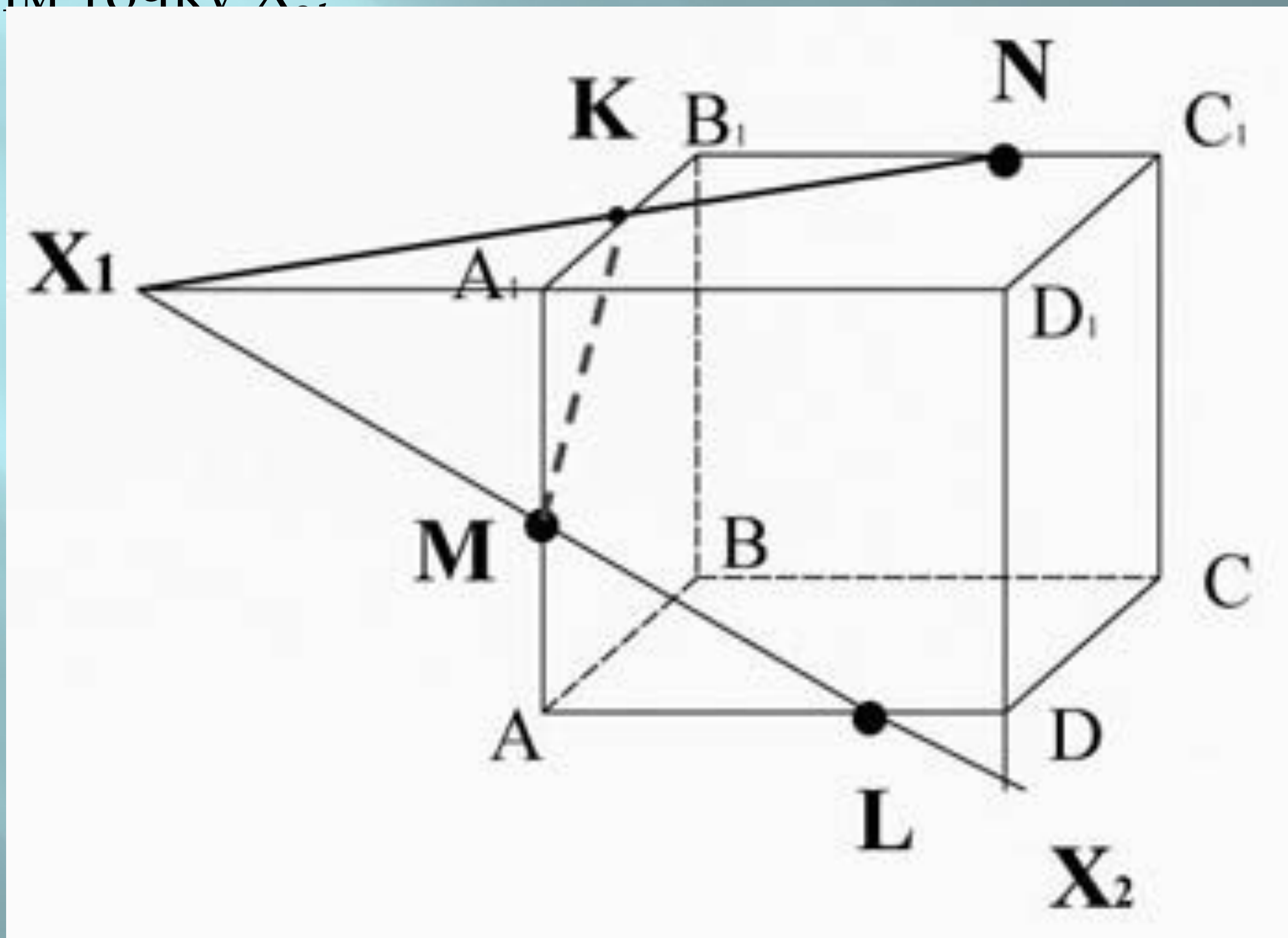


Точка X_1 лежит на ребре A_1D_1, а значит и плоскости $A_1B_1C_1D_1$, соединим ее сточкой N, лежащей в этой же плоскости.

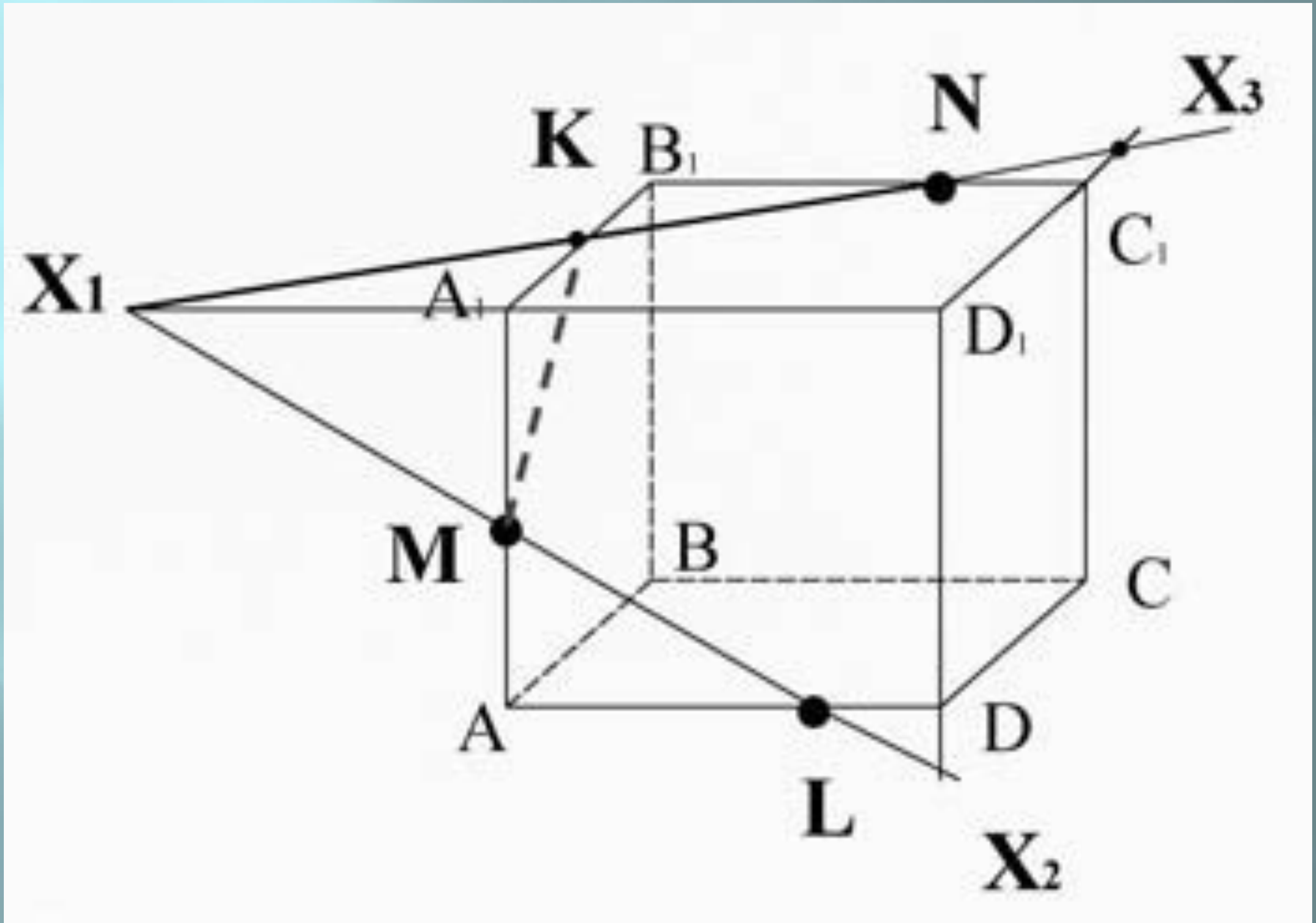
X_1 N пересекается с ребром A_1B_1 в точке K.



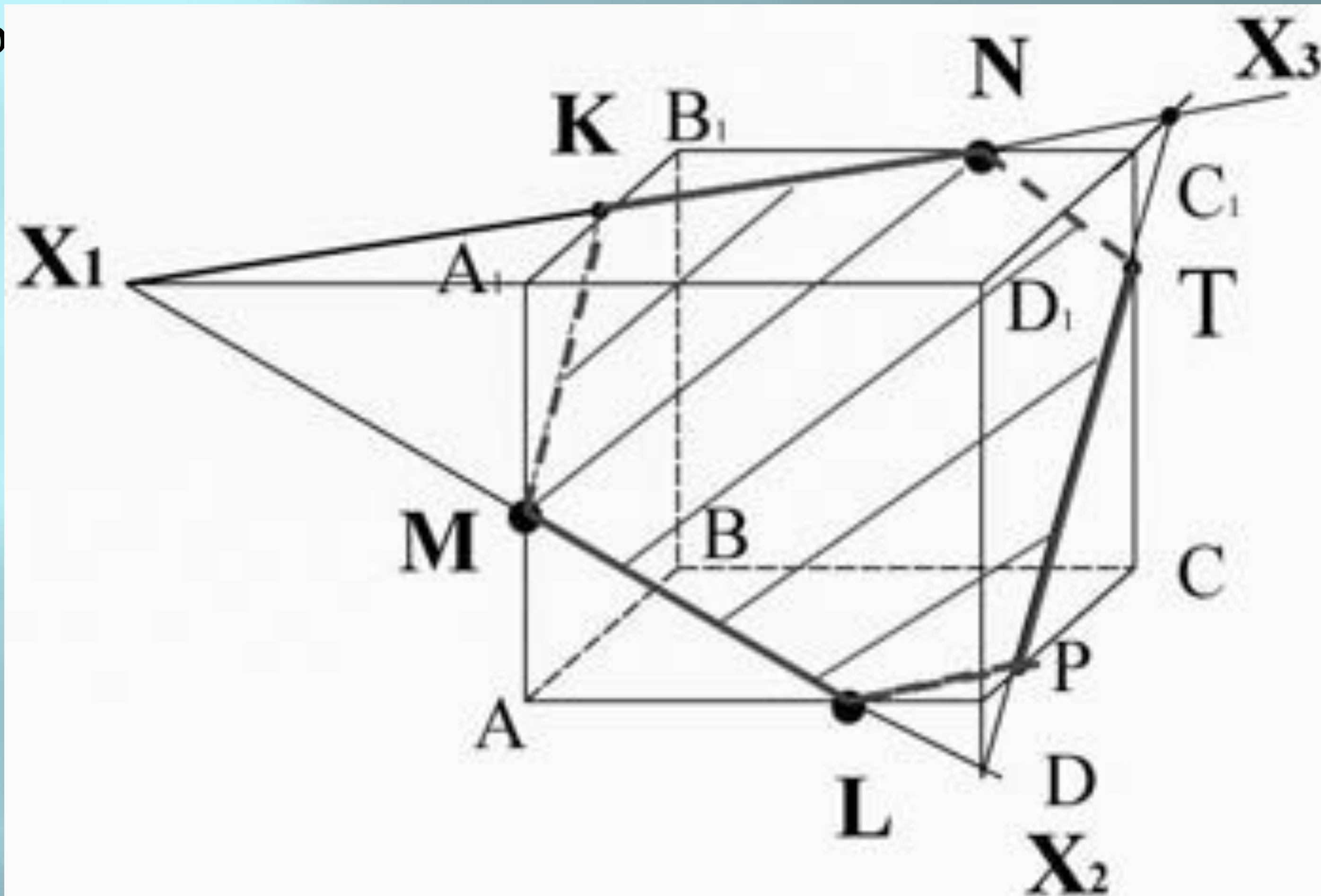
Найдем прямую пересечения плоскости сечения с плоскостью DD_1C_1C:
пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром DD_1, они лежат в одной плоскости AA_1D_1D, получим точку X_2:



пересечем прямую KN (принадлежащую сечению) с ребром D_1C_1, они лежат в одной плоскости $A_1B_1C_1D_1$, получим точку X_3;



Точки X_2 и X_3 лежат в плоскости DD_1C_1C. Проведем прямую X_2 X_3 , которая пересечет ребро C_1C в точке T, а ребро DC в точке P. И соединим точки L и P, лежащие в пло



MKNTPL - искомое сечение.