Казанский государственный
энергетический университет

Лекция 5
Многогранники и их виды. Графические модели многогранников. Задание, представление и изображение граней, ребер и вершин многогранника на комплексном ортогональном чертеже

Лектор: доцент Смирнова Л.А.

Многогранники и их виды

Многогранником называется пространственная фигура, ограниченная замкнутой поверхностью, состоящей из отсеков плоскостей, имеющих форму многоугольников. Стороны многоугольников образуют **рёбра**, а плоскости многоугольников - **грани** многогранника. Если вершины и ребра многогранника находятся по одну сторону плоскости любой из его граней, то многогранник называют **выпуклым**, все его грани – выпуклые.

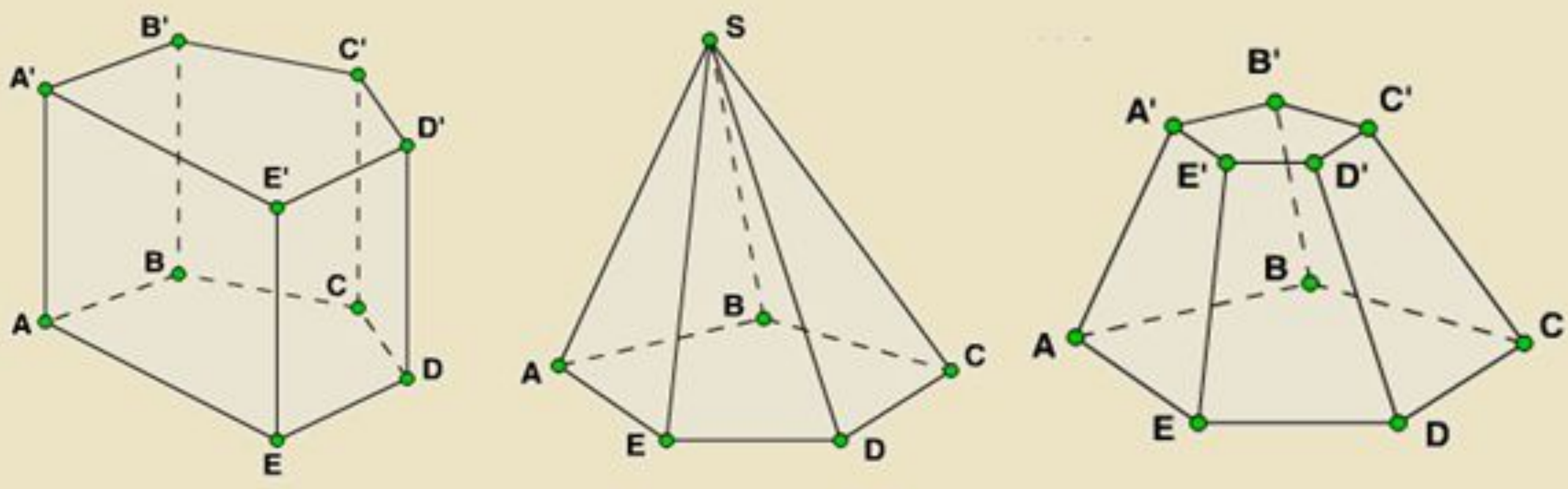
Из всего многообразия многогранников наибольший практический интерес представляют **призмы, пирамиды**, **правильные многогранники** и их разновидности.

Многогранник, две грани которого n-угольники в параллельных плоскостях, а остальные n-граней – параллелограммы, называется **n-угольной призмой**.

Многогранники являются основаниями призмы, а параллелограммы – боковыми гранями призмы. Призма называется **прямой**, если её ребра перпендикулярны плоскости основания. Если основанием призмы является прямоугольник, призму называют **параллелепипидом**.

Многогранник, у которого одна из граней – произвольный многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину, называются **пирамидой**.

Если пирамиду отсечь плоскостью параллельной основанию, то получим **усеченную** пирамиду.



Многогранник называется метрически правильным, если все его грани являются правильными многоугольниками. К ним относятся куб, тетраэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр. Такие выпуклые правильные многогранники называют тела Платона.

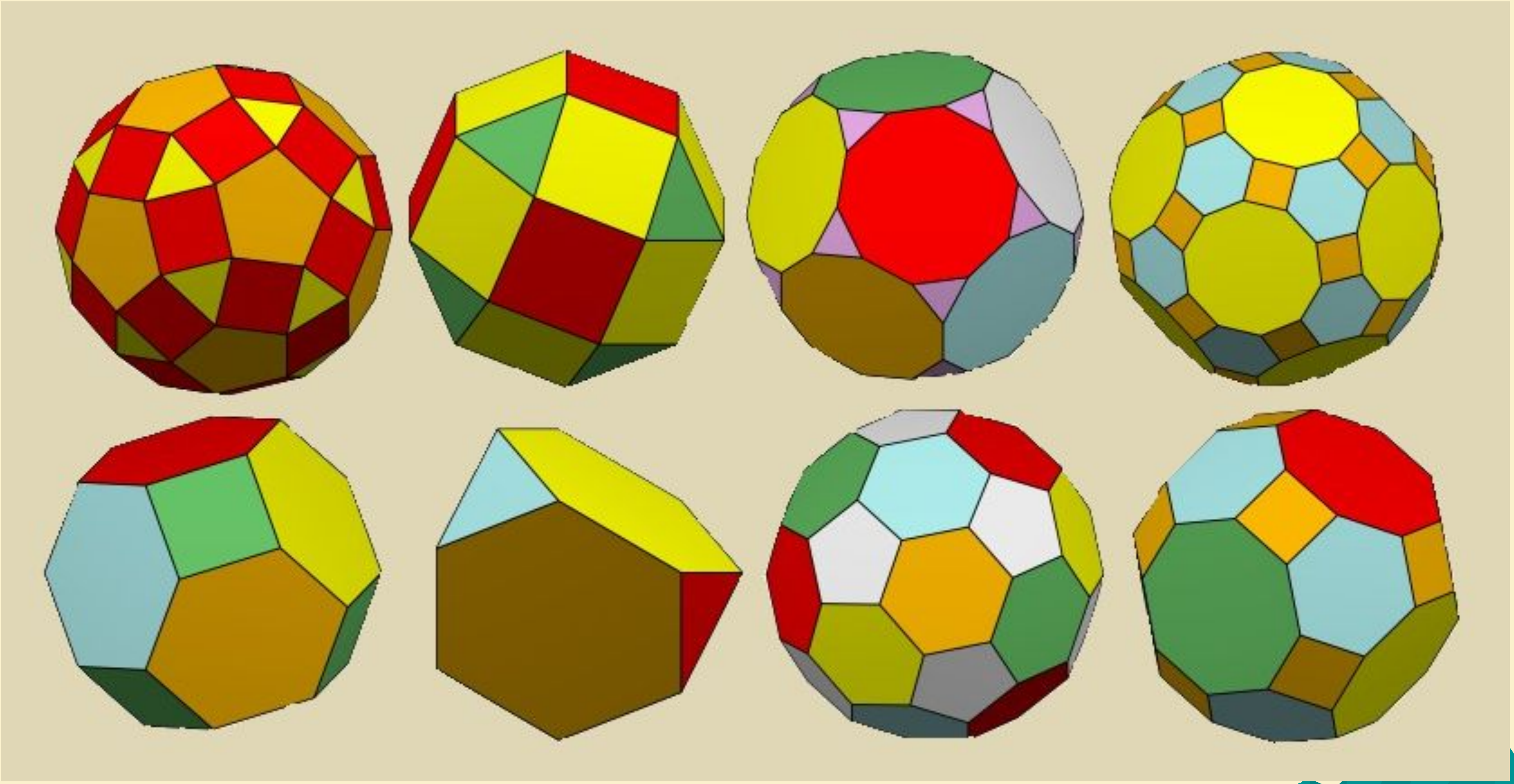
В каждой вершине правильного многогранника сходится одно и то же число рёбер. Все двугранные углы при рёбрах и все многогранные углы при вершинах правильного мно- гоугольника равны.

Правильные многогранники - трехмерный аналог плоских правильных многоугольников.

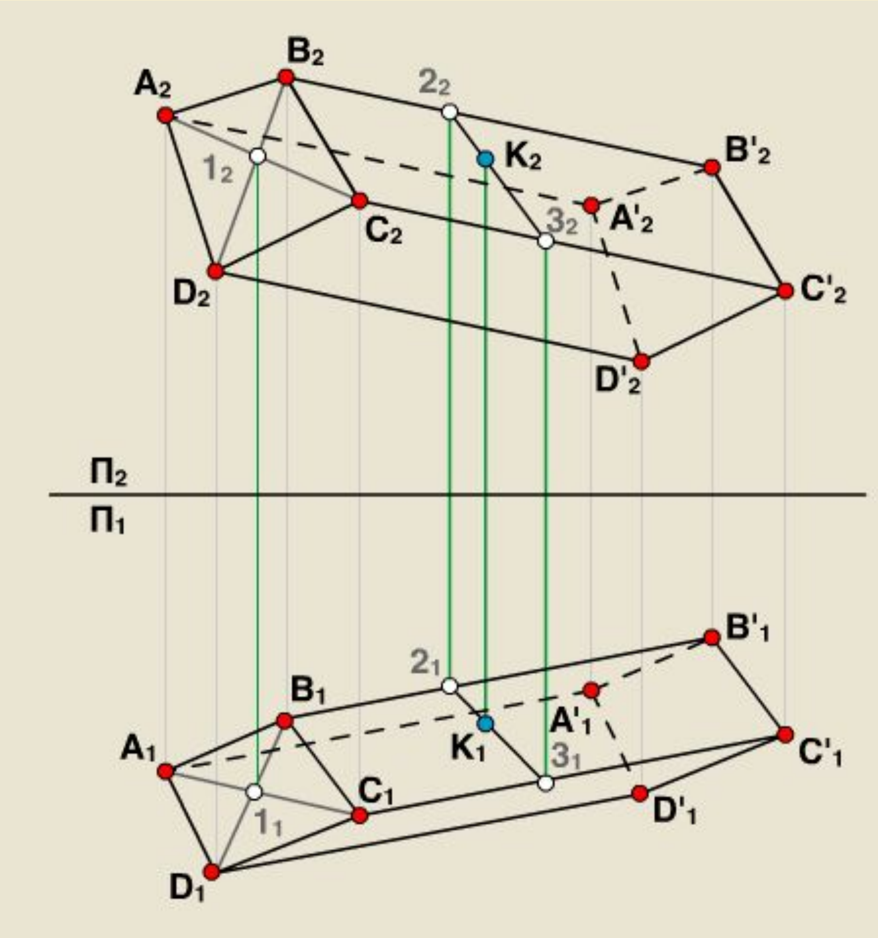
Среди невыпуклых однородных многогранников существуют аналоги **платоновых тел** - четыре правильных невыпуклых однородных многогранника или тела **Кеплера-Пуансо**.

Все грани таких многогранников - одинаковые правильные многоугольники, и все многогранные углы которых равны. Грани при этом могут быть как выпуклыми, так и невыпуклыми.

Архимедовыми телами называются полуправильные однородные выпуклые многогранники, то есть выпуклые многогранники, все многогранные углы которых равны, а грани - правильные многоугольники нескольких типов.



Изображение многогранников сводится к изображению ребер – линий пересечения граней и вершины – точек пересечения ребер.



Наличие на чертеже только прямолинейных отрезков, которые являются проекциями ребер или граней, служит при- признаком, позволяющим установить, что на чертеже изображен многогранник.

Графически простую многогранную поверхность удобно задавать проекциями ее сетки.

Многогранник ABCD задан проекциями его ребер и вершин (сетки).

На этом же чертеже показано построение горизонтальной проекции К1 точки К по заданной ее фронтальной проекции К2 из условия принадлежности точки К грани BB'C'C. Горизонтальная проекция точки К построена с помощью вспомогательной прямой 23, проведенной через точку К в плоскости BB'C'C.

Чертеж многогранной поверхности ABCDA'B'C'D', когда можно построить проекцию любой точки, принадлежащей многогранной поверхности называется полным.

Пересечение многогранника плоскостью

Геометрическая фигура, получающаяся в результате пересечения многогранника плоскостью, называется сечением многогранника.

Сечение представляет собой плоский многоугольник с внутренней областью. В частном случае эти многоугольники могут распадаться на несколько многогранников, вырождаться в прямые и точки.

Сечение многогранника плоскостью можно построить двумя способами:

1. По точкам пересечения с плоскостью ребер многогранника.
2. По линиям пересечения граней многогранника с плоскостью.

В первом случае задача сводится к определению точек пересечения прямой с плоскостью.

Во втором случае - к определению линий пересечения плоскостей.

В ряде случаев целесообразно комбинированное применение обоих способов.

Задача. Построить фигуру сечения наклонной призмы плоскостью α (f∩k).

Для построения фигуры сечения воспользуемся способом построения точки пересечения прямой с плоскостью.

1. Проведем через ребра призмы проецирующие плоскости (фронтально проецирующие) **ω**1, **ω**2, **ω**3.

2. Построим линии пересечения вспомогательной плоскости с гранями призмы.

3. Построим точки пересечения ребер призмы с построенными линиями пересечения вспомогательных плоскостей с гранями призмы.

4. Соединим полученные точки в нужной последовательности.