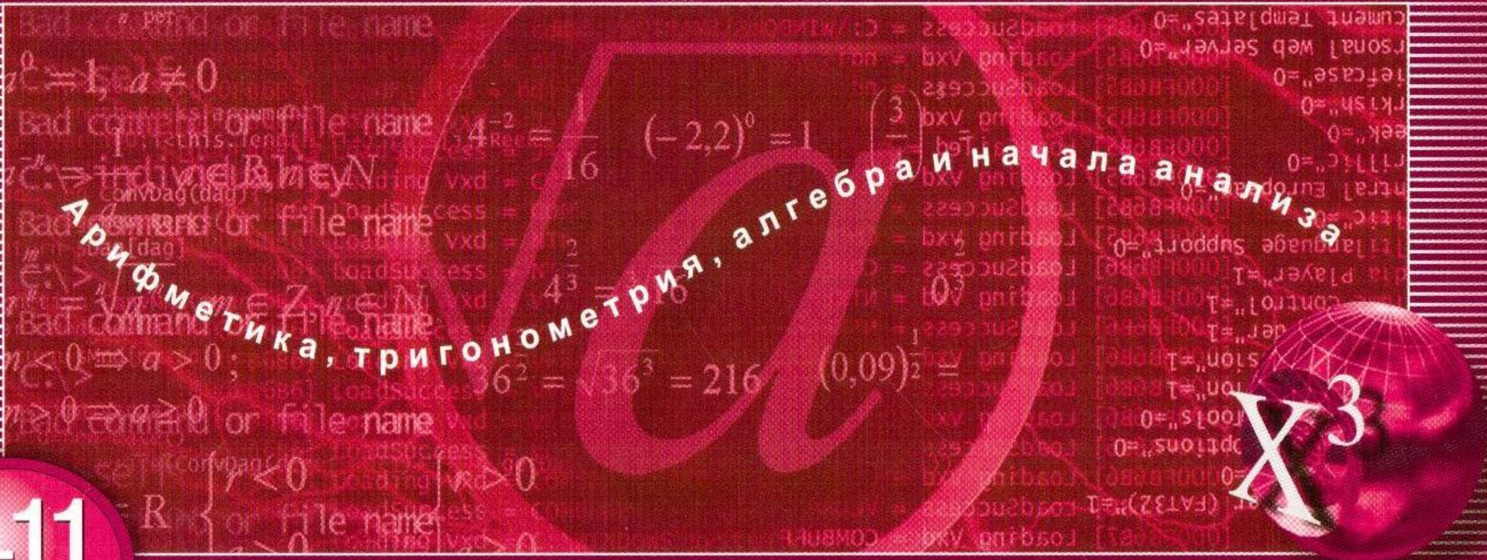
МАТЕМАТИКА

РИСУНКИ И ТАБЛИЦЫ

РАЗДАТОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ



5-11 классы

издательство арман-пв

СОДЕРЖАНИЕ

ББК 22.1 я72
М34

М $\frac{1602010000}{00(05) - 06}$

ISBN 9965-636-61-3

Рекомендовано Министерством образования и науки Республики Казахстан. / *Редактор:* Б.В. Бейсенова / *Дизайн:* В.А. Бондарев, Е.В. Мельникова
Отпечатано с файлов заказчика на Полиграфкомбинате ТОО «Корпорация «Атамұра» Республики Казахстан.Тираж 500 экз. Заказ № 1797.

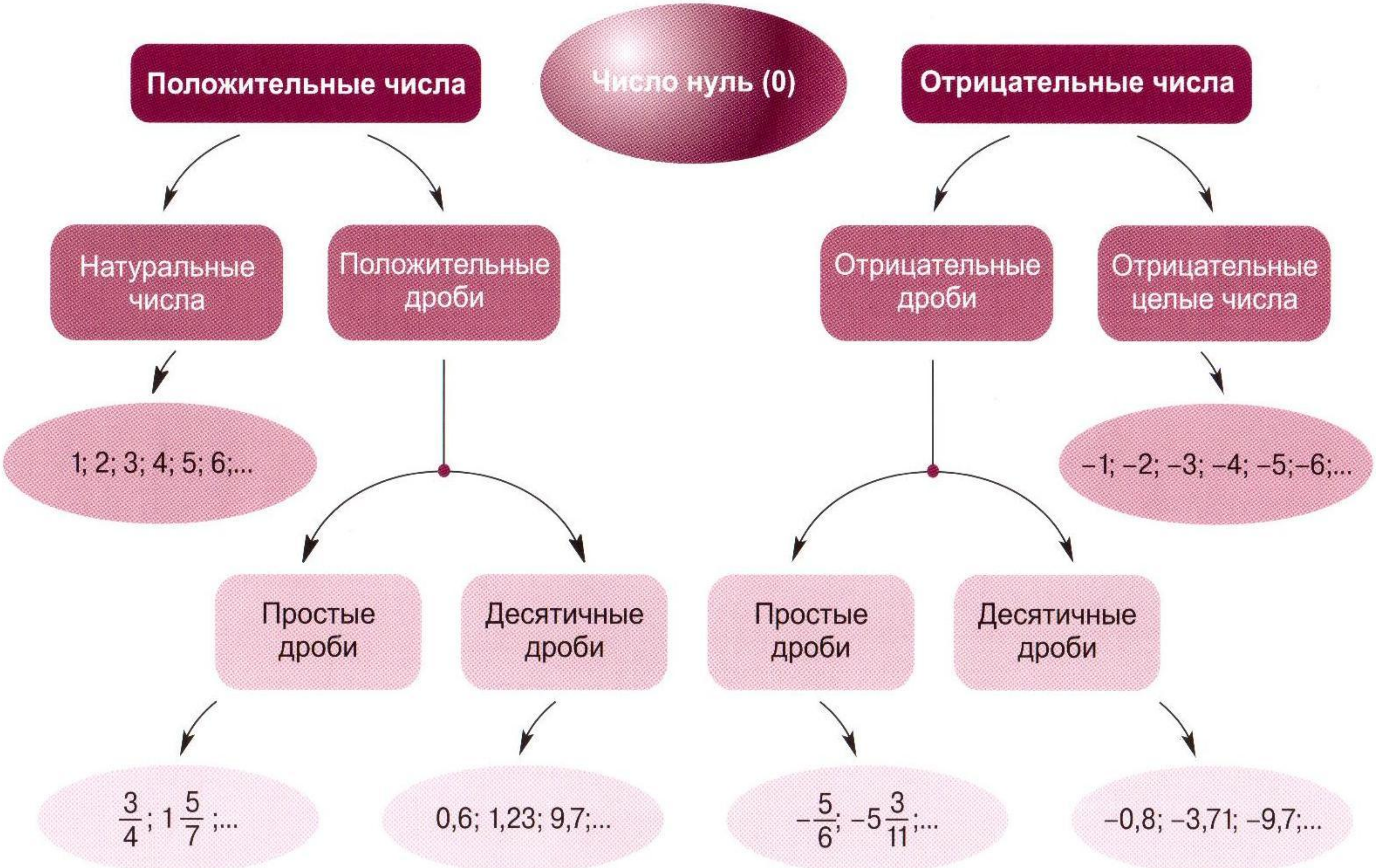
Составитель: Е.А. Туяков / *Рецензенты:* д.п.н., доц. А.М. Мубараков, к.ф-м.н., проф. Ш. Касенулы, к.ф-м.н., доц. Ш.К. Биболов, к.ф-м.н., доц. М.Е. Исин
Под общей редакцией преподавателей Павлодарского государственного педагогического университета им. С. Торайгырова

По вопросам приобретения обращайтесь по следующим адресам: г. Астана, пр. Кабанбай батыра, 6/6, оф. 1. Тел.: 8 (7172) 92-50-50, 92-50-54. E-mail: armanpvastana@mail.ru
г. Алматы, пр. Гагарина, 12, оф. 204, 206. Тел./факс: 8 (727) 242-60-70, 243-89-91, 269-40-73. E-mail: armanalmaty@mail.ru

МАТЕМАТИКА

СОДЕРЖАНИ

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА И ЗАКОНЫ

Правила раскрытия скобок

$a+(b+c)=a+b+c$	$a+(b-c)=a+b-c$
$a-(b+c)=a-b-c$	$a-(b-c)=a-b+c$

Законы сложения и умножения

$a+b=b+a$	$a \cdot b=b \cdot a$	$a(b+c)=a \cdot b+a \cdot c$
$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a \cdot b)c=a(b \cdot c)$	$(a-b)c=a \cdot c-b \cdot c$

Числа 0 и 1 в математических действиях

$a+0=a$	$a \cdot 1=a$	На нуль делить нельзя
$a-0=a$	$a:1=a$	
$a-a=0$	$a:a=1,\ a \neq 0$	
$a \cdot 0=0$	$0:a=0,\ a \neq 0$	

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ДРОБЯМИ

Сложение	Вычитание
$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$	$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$
$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$	$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}$
Умножение	**Деление**
$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$	$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$
$\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b\cdot c}$	$\frac{a}{\frac{b}{c}}=\frac{a\cdot c}{b}$

МНОГОЧЛЕНЫ

Формулы сокращенного умножения	
Квадрат суммы	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
Квадрат разности	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
Куб суммы	$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Куб разности	$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
Разность квадратов	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
Сумма кубов	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
Разность кубов	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
Основные приемы разложения многочлена на множители	
Вынесение общего множителя за скобку	$3ab+12a^2+6a=3a(b+4a+2)$
	$4a^2b^3-16a^3b=4a^2b(b^2-4a)$
Метод группировки	$ab+ac-b-c=a(b+c)-(b+c)=(b+c)(a-1)$
Использование формул сокращенного умножения	$a^2+6ab+9b^2=(a+3b)^2$
	$a^4+4=a^4+4a^2+4-4a^2=(a^2+2)^2-(2a)^2=(a^2-2a+2)(a^2+2a+2)$

МАТЕМАТИКА

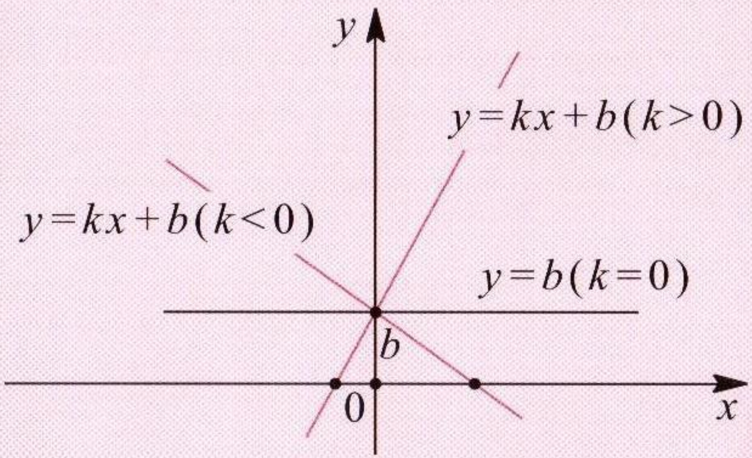
Элементарные функции

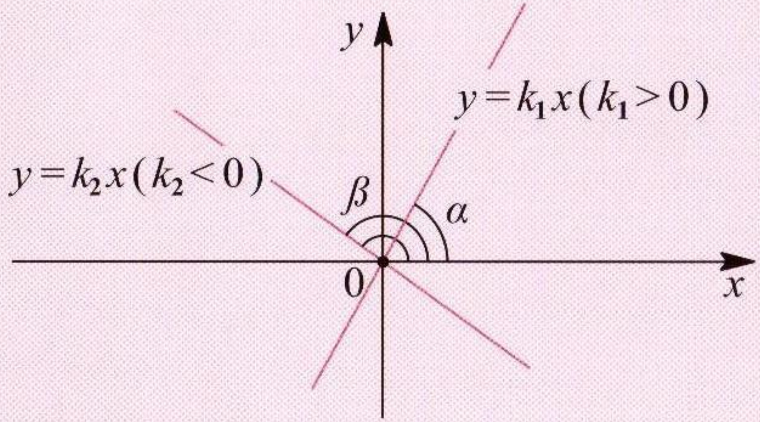
- Линейная функция
- Функция y=k/x
- Квадратичная функция
- Тригонометрические функции…
- Показательная и логарифмические функции

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Линейная функция

$y=kx+b,\ D(y)=R$	График функции – *прямая*
$k=0$	$y=b$ – постоянная функция
$k\neq 0$	$E(y)=R$
$k>0$	возрастает на R
$k<0$	убывает на R
Пересекает ось (Oy) в точке $(0;\ b)$, а ось (Ox) — $(-\frac{b}{k};0)$	
$b=0$	$y=kx$ – прямая пропорциональность
Проходящая через точки $O(0;\ 0)$ и $(1;\ k)$ – прямая	
$k_1=\mathrm{tg}\ \alpha;\ k_2=\mathrm{tg}\ \beta$	
$k_1=k_2$	Графики функции – *параллельные прямые*





ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Функция $y = \dfrac{k}{x}$

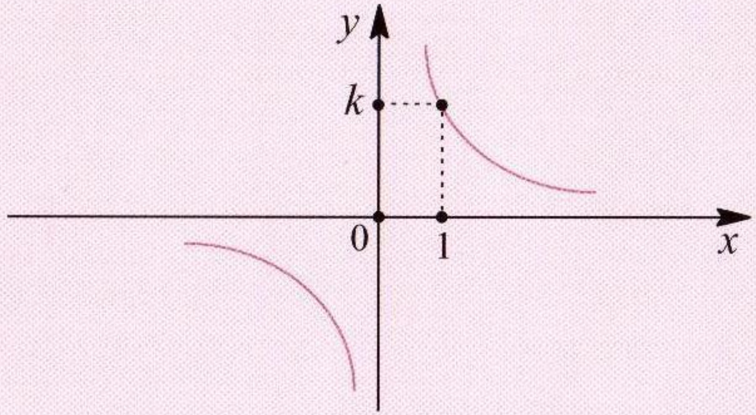
$y = \dfrac{k}{x}$, $k \neq 0$ – обратная пропорциональность

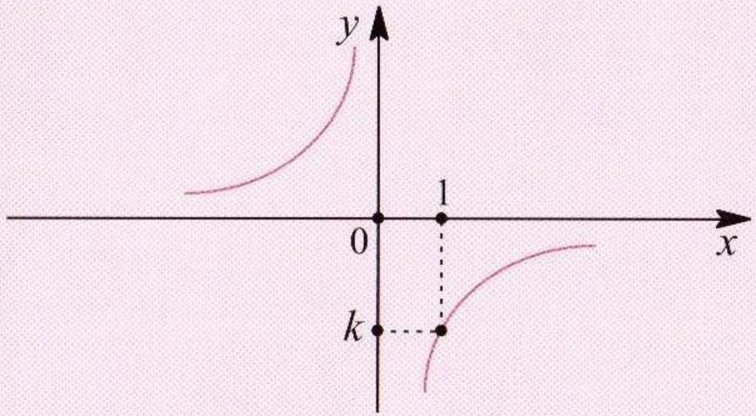
$D(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0; +\infty)$; $E(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0; +\infty)$

График функции – *гипербола*

$x = 0$ – вертикальная асимптота; $y = 0$ – горизонтальная асимптота

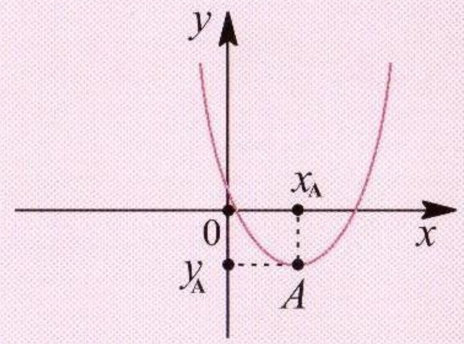
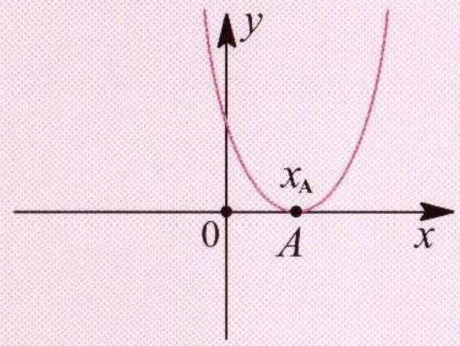
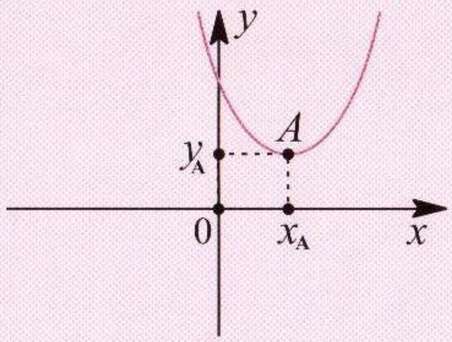
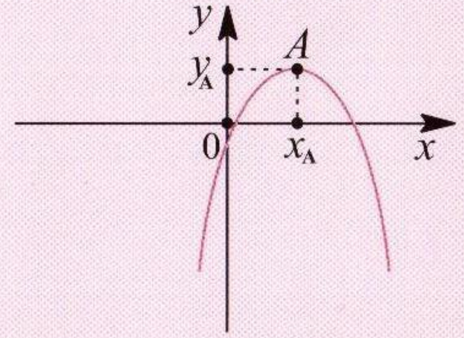
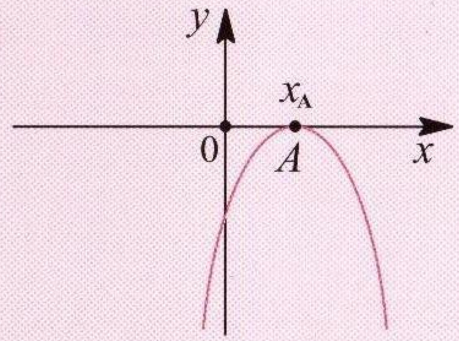
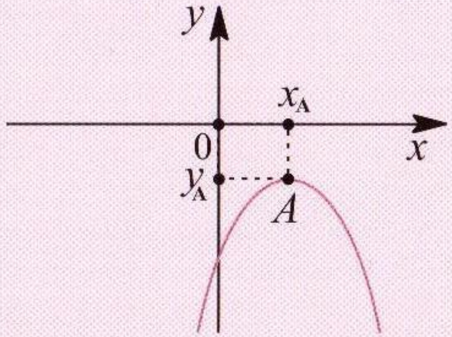
При $k > 0$,	При $k < 0$,
на промежутках $(-\infty;\ 0) \cup (0; +\infty)$	
убывает	возрастает





ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Квадратичная функция

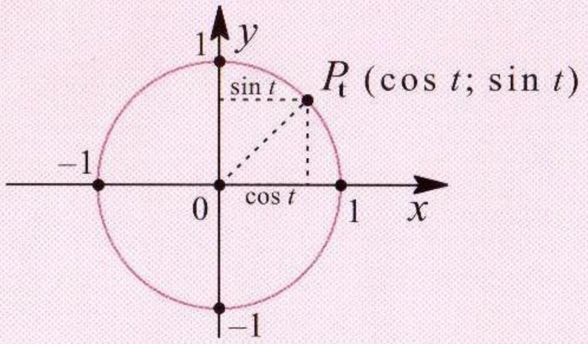
$y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$, $D(y)=R$	График функции – *парабола*		
	$D=b^2-4ac>0$	$D=b^2-4ac=0$	$D=b^2-4ac<0$
$a>0$			
$a<0$			

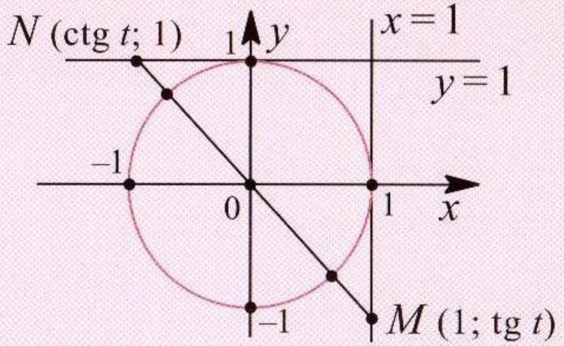
$A(x_A;\, y_A)$ – вершина параболы: $x_A=-\dfrac{b}{2a}$; $y_A=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Тригонометрические функции

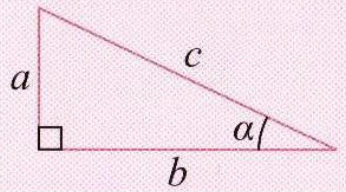
Косинус числа t – абсцисса точки P_t	$\operatorname{tg} t = \dfrac{\sin t}{\cos t}$, $\cos t \neq 0$; *Ось тангенсов* – прямая $x = 1$
Синус числа t – ордината точки P_t	$\operatorname{ctg} t = \dfrac{\cos t}{\sin t}$, $\sin t \neq 0$; *Ось котангенсов* – прямая $y = 1$





Соотношения в прямоугольном треугольнике

$\sin \alpha = \dfrac{a}{c}$	$\cos \alpha = \dfrac{b}{c}$	$\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{a}{b}$	$\operatorname{ctg} \alpha = \dfrac{b}{a}$
$\sec \alpha = \dfrac{c}{b}$		$\operatorname{cosec} \alpha = \dfrac{c}{a}$	



Четность, нечетность

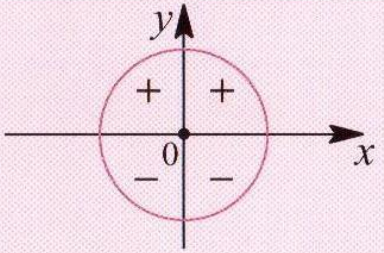
$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$

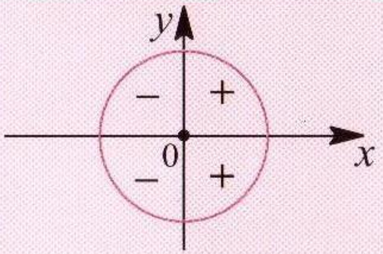
ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

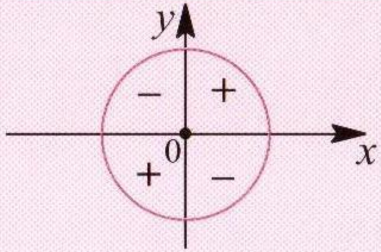
Тригонометрические функции

$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \operatorname{ctg} x$

Знаки тригонометрических функций по четвертям

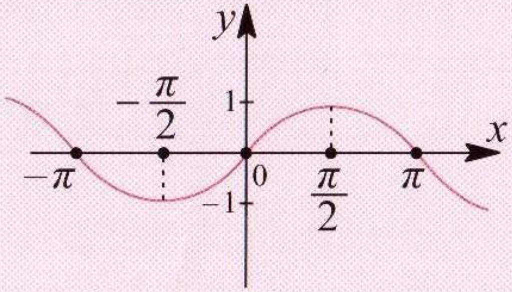


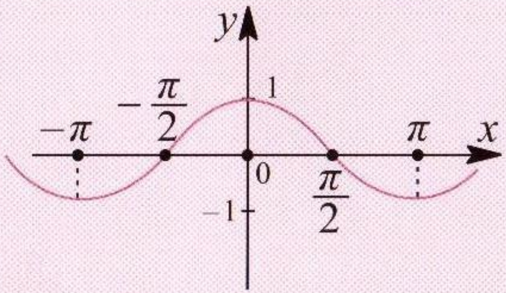


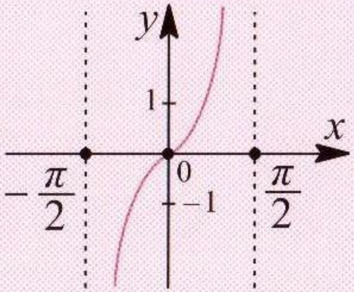


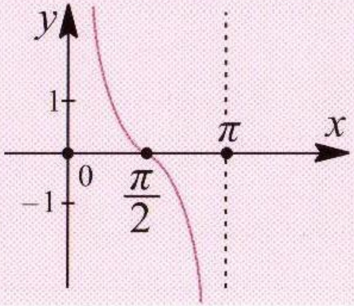
Графики функции

синусоида	*косинусоида*	*тангенсоида*	*котангенсоида*
$D(y) = R; \quad E(y) = [-1; 1]$		$x \neq \pi/2 + \pi n$	$x \neq \pi n,\ n \in Z$
$\sin(x+2\pi) = \sin x$ $T_{\sin} = 2\pi$	$\cos(x+2\pi) = \cos x$ $T_{\cos} = 2\pi$	$\operatorname{tg}(x+\pi) = \operatorname{tg} x$ $T_{\operatorname{tg}} = \pi$	$\operatorname{ctg}(x+\pi) = \operatorname{ctg} x$ $T_{\operatorname{ctg}} = \pi$

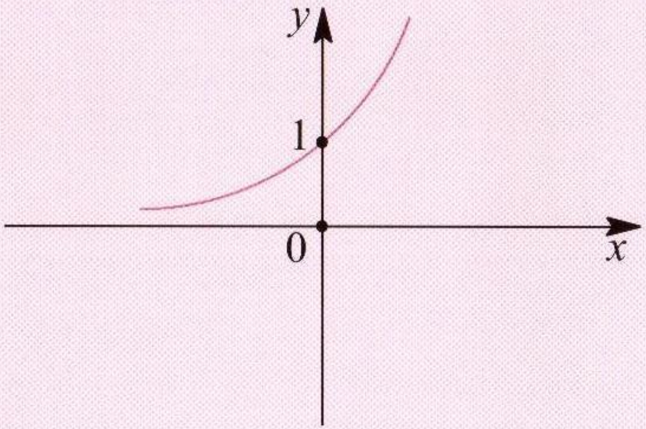
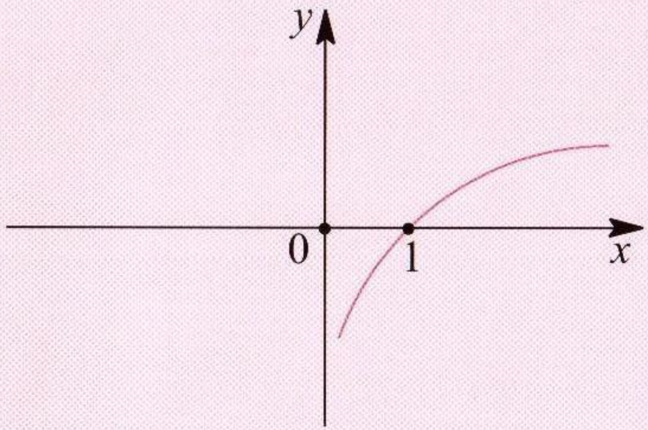
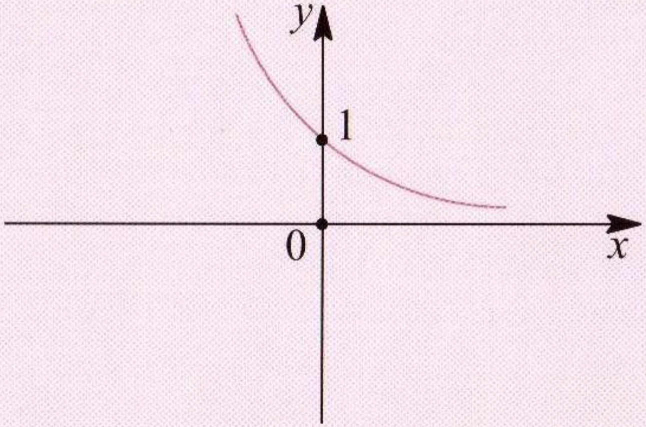
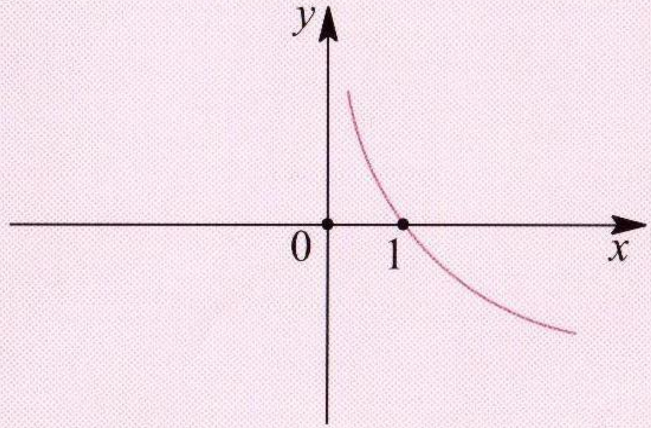








ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

	Показательная функция	Логарифмическая функция
	$y = a^x \quad (a>0,\ a \neq 1)$	$y = \log_a x \quad (a>0,\ a \neq 1)$
	$D(y) = R;\ E(y) = (0;\ +\infty)$	$D(y) = (0;\ +\infty);\ E(y) = R$
$a>1$		
$a<1$		

СТЕПЕНИ

Степень с натуральным показателем		$a^1 = a$ $a^n = \underbrace{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}},\ a\in R,\ n\in N$			
Степень с целым показателем		$a^0 = 1,\ a \neq 0$ $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n},\ a\in R,\ n\in N$	$4^{-2} = \dfrac{1}{16}$	$(-2{,}2)^0 = 1$	$\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^3 = \dfrac{64}{27}$
Для неотрицательного числа a	степень с рациональным показателем	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},\ m\in Z,\ n\in N$ $m<0 \Rightarrow a>0;$ $m>0 \Rightarrow a\geq 0$	$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{16}$ $36^{\frac{3}{2}} = \sqrt{36^3} = 216$		$0^{\frac{2}{3}} = 0$ $(0{,}09)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0{,}09} = 0{,}3$
	степень с действительным показателем	$a^r,\ r\in R\quad \begin{cases} r<0 \\ a>0 \end{cases}$ и $\begin{cases} r>0 \\ a\geq 0 \end{cases}$			

Свойства степеней

$a^p \cdot a^r = a^{p+r}$	$a^p : a^r = a^{p-r},\ a \neq 0$	$a^r \cdot b^r = (a\cdot b)^r$
$(a^p)^r = a^{pr}$	$a^r : b^r = \left(\dfrac{a}{b}\right)^r,\ b \neq 0$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-r} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^r,\ a \neq 0,\ b \neq 0$

Свойства, связанные с неравенствами

$\left.\begin{matrix} a>b\geq 0 \\ r>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^r > b^r$	$\left.\begin{matrix} p>r \\ a>1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^p > a^r$	$\left.\begin{matrix} a>b>0 \\ r<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^r < b^r$	$\left.\begin{matrix} p>r \\ 0<a<1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^p < a^r$

КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

$\sqrt{a} = b \iff \begin{cases} b \geq 0, \\ b^2 = a \end{cases}$	$\sqrt{36} = 6$, так как $6 > 0;\ 6^2 = 36$	$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$ $\sqrt{8100} = 90$
	$\sqrt{49} \neq 8$, так как $8^2 \neq 49$	$\sqrt{0{,}0004} = 0{,}02$
	$\sqrt{16} \neq -4$, так как $-4 < 0$	$2 < \sqrt{8} < 3$
	$\sqrt{-9}$ не определен	$0{,}8 < \sqrt{0{,}8} < 0{,}9$

Свойства

$(\sqrt{a})^2 = a, \quad a \geq 0$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$	$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{\lvert a \rvert} \cdot \sqrt{\lvert b \rvert}$
$\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert, \quad a \in R$	$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$	$\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{\lvert a \rvert}}{\sqrt{\lvert b \rvert}}$
	$(\sqrt{a})^r = \sqrt{a^r}$	$\sqrt{a^r} = (\sqrt{\lvert a \rvert})^r$

Вынесение из-под корня	Внесение под корень
$\sqrt{a^2 \cdot b} = \lvert a \rvert \cdot \sqrt{b}, \ b \geq 0$	$\underset{b \geq 0}{a\sqrt{b}} = \begin{cases} -\sqrt{a^2 \cdot b}, & a < 0, \\ \sqrt{a^2 \cdot b}, & a \geq 0 \end{cases}$
$\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = 2 \cdot \sqrt{7}$	$7 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 7^2} = \sqrt{147}$
$\sqrt{5b^2} = \lvert b \rvert \cdot \sqrt{5}$	$-3 \cdot \sqrt{11} = -\sqrt{99}$

КОРНИ НАТУРАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ

$\left.\begin{array}{r}\sqrt[n]{a}=b\\ n\in N,\ a\geq 0\end{array}\right\} \Leftrightarrow \begin{array}{l} b\geq 0\\ b^n=a\end{array}$		$\sqrt[3]{64}=4$	$\sqrt[7]{0{,}0000001}=0{,}1$
		$\sqrt[5]{243}=3$	$\sqrt[4]{625}=5$
Свойства			
$(\sqrt[n]{a})^n=a$	$\sqrt[2n-1]{a^{2n-1}}=a,\ \ a\in R$	$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$	$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$
$\sqrt[2n]{a^{2n}}=\lvert a\rvert,\ \ a\in R$	$\sqrt[n]{a}=\sqrt[nk]{a^k}$	$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[nm]{a}$
Вынесение из-под корня		**Внесение под корень**	
$\sqrt[3]{24}=\sqrt[3]{3\cdot 8}=2\cdot\sqrt[3]{3}$		$4\cdot\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{4^3\cdot 2}=\sqrt[3]{128}$	
$\sqrt[5]{(2-\sqrt{3})^5\cdot 7}=(2-\sqrt{3})\cdot\sqrt[5]{7}$		$(1-\sqrt{3})\cdot\sqrt[5]{5}=\sqrt[5]{(1-\sqrt{3})^5\cdot 5}$	
Иррациональность в знаменателе			
$\dfrac{2}{\sqrt[4]{3}}=\dfrac{2\cdot\sqrt[4]{3^3}}{3}=\dfrac{2\sqrt[4]{27}}{3}$		$\dfrac{6}{2-\sqrt[3]{2}}=\dfrac{6\cdot(4+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})}{8-2}=4+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$	

МАТЕМАТИКА

ПРОГРЕССИЯ

Последовательность – функция натурального аргумента

Свойства \ Прогрессия	Арифметическая $\left(\div\right)$	Геометрическая $\left(\because\right)$
Рекуррентная формула	$a_{n+1} = a_n + d, \; n \in N$	$b_{n+1} = b_n \cdot q, \; n \in N$
Допустимые значения	a_1 и d – любые	$b_1 \neq 0, \; q \neq 0$
Формула общего члена	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Характеристическое свойство	$\frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2} = a_n$	$b_{n+1} \cdot b_{n-1} = b_n^2, \; b \neq 0$
Формула суммы *n* первых членов	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{b_1 - b_n q}{1-q}, \; q \neq 1$
	$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$	$S_n = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}, \; q \neq 1$

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия $(0 < |q| < 1)$

		Пояснения
Формула суммы	$S = \frac{b_1}{1-q}$	$\lim\limits_{n \to \infty} q^n = 0, \; S = \lim\limits_{n \to \infty} S_n = \frac{b_1}{1-q}$

МОДУЛЬ

$$|a| = \begin{cases} a, & a \ge 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Свойства

$\lvert a\rvert \ge 0$	$\lvert -a\rvert = \lvert a\rvert$	$\lvert a-b\rvert = \lvert b-a\rvert$	$\lvert a\rvert - \lvert b\rvert \le \lvert a \pm b\rvert \le \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$

Геометрическая интерпретация модуля

Расстояние между точками $A(a)$ и $O(0)$ на прямой равно $|a|$

Расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$ на прямой равно $|a-b|$

Уравнения с модулем

$\lvert x\rvert = a$	$\lvert x-b\rvert = a$	$\lvert f(x)\rvert = \lvert g(x)\rvert$	$\lvert f(x)\rvert = g(x)$
а) если $a<0$, решений нет; б) если $a=0$, $x=0$; в) если $a>0$, $\left[\begin{array}{l} x=a \\ x=-a \end{array}\right.$	а) если $a<0$, решений нет; б) если $a=0$, $x=b$; в) если $a>0$, $\left[\begin{array}{l} x=b-a \\ x=b+a \end{array}\right.$	$\left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right.$	$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right. \\ g(x)\ge 0 \end{cases}$

Неравенства с модулем

$\lvert x-b\rvert < a$	$\lvert x-b\rvert \ge a$	$\lvert f(x)\rvert < g(x)$	$\lvert f(x)\rvert > g(x)$
а) если $a \le 0$, решений нет; б) если $a>0$, $b-a<x<b+a$	а) если $a \le 0$, $x \in R$; б) если $a>0$, $x \le b-a$ или $x \ge b+a$	$\begin{cases} f(x)<g(x) \\ f(x)>-g(x) \end{cases}$	$\left[\begin{array}{l} f(x)>g(x) \\ f(x)<-g(x) \end{array}\right.$

$$|f(x)|>|g(x)| \iff f^2(x)>g^2(x) \quad \text{или} \quad (f(x)-g(x))(f(x)+g(x))>0$$

МАТЕМАТИКА

Уравнения

- Линейные и квадратные уравнения
- Неполные квадратные уравнения. Биквадратные уравнения. Иррациональные уравнения
- Тригонометрические уравнения
- Показательные и логарифмические уравнения

УРАВНЕНИЯ

Линейные уравнения

$$kx+b=0$$

если $k\neq 0$, то $x=-\dfrac{b}{k}$	если $k=0$, $b=0$, то $x\in R$ бесконечное множество корней	если $k=0$, $b\neq 0$, то решений нет

Квадратные уравнения

	полное	приведенное
	$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0$	$x^2+px+q=0$
Дискриминант	$D=b^2-4ac$	$D=p^2-4q$

полное $D>0$	полное $D=0$	полное $D<0$	приведенное $D>0$	приведенное $D=0$	приведенное $D<0$
$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$	$x=\dfrac{-b}{2a}$	корней нет	$x_{1,2}=\dfrac{-p\pm\sqrt{D}}{2}$	$x=-\dfrac{p}{2}$	корней нет

	полное	приведенное
Теорема Виета	$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a};\quad x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$	$x_1+x_2=-p;\quad x_1\cdot x_2=q$
Разложение на множители	$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$	$x^2+px+q=(x-x_1)(x-x_2)$

УРАВНЕНИЯ

Неполные квадратные уравнения

$ax^2+bx=0$	$ax^2+c=0$		$ax^2=0$
$x(ax+b)=0$ $x_1=0;\ x_2=-\dfrac{b}{a}$	$a\cdot c<0$ $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$	$a\cdot c>0$ решений нет	$x=0$

Биквадратные уравнения

$$ax^4+bx^2+c=0,\quad x^2=y$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}};\quad x_{3,4}=\pm\sqrt{\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Иррациональные уравнения

$\sqrt[2n]{f(x)}=g(x)$	$\sqrt[2n]{f(x)}=\sqrt[2n]{g(x)}$	$\sqrt[2n-1]{f(x)}=g(x)$	$\sqrt[2n-1]{f(x)}=\sqrt[2n-1]{g(x)}$

$$n\in N$$

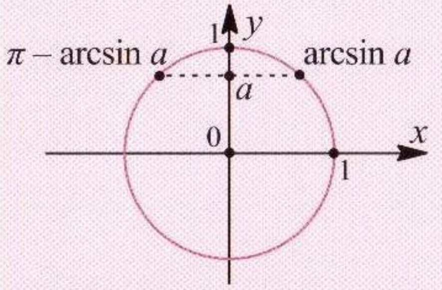
$\begin{cases} g(x)\ge 0 \\ f(x)=[g(x)]^{2n} \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)\ge 0 \\ g(x)\ge 0 \\ f(x)=g(x) \end{cases}$	$f(x)=[g(x)]^{2n-1}$	$f(x)=g(x)$

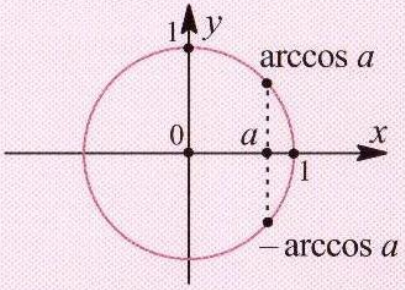
УРАВНЕНИЯ

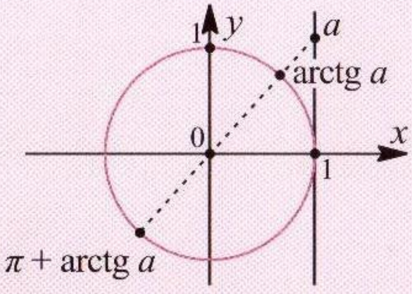
Тригонометрические уравнения

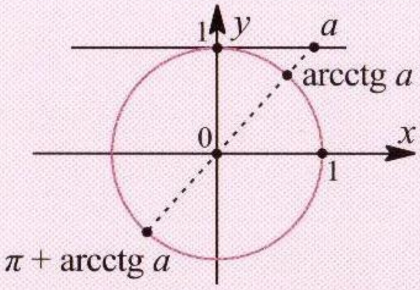
$\sin t = a$	$\cos t = a$	$\mathrm{tg}\, t = a$	$\mathrm{ctg}\, t = a$
Если $\lvert a\rvert>1$, решений нет		$a\in(-\infty;\ +\infty)$	
$\lvert a\rvert \le 1$			
$t = (-1)^n \arcsin a+\pi n$	$t = \pm \arccos a+2\pi n$	$t = \mathrm{arctg}\, a+\pi n$	$t = \mathrm{arcctg}\, a+\pi n$

$$n\in Z$$









Частные решения

$\sin t = 0$	$\sin t = \pm 1$	$\cos t = 0$	$\cos t = 1$	$\cos t = -1$
$t = \pi n$	$t = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi n$	$t = 2\pi n$	$t = \pi + 2\pi n$

$$n\in Z$$

УРАВНЕНИЯ

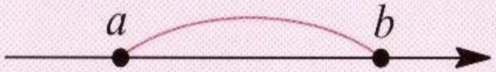
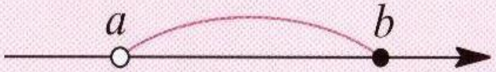
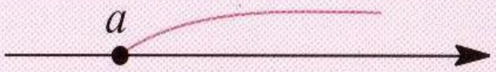
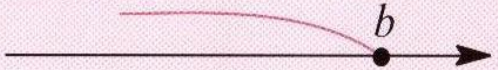
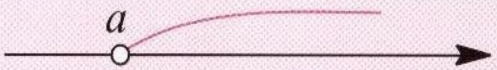
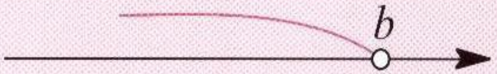
Показательные уравнения

$a^{f(x)} = a^{g(x)},\ a > 0,\ a \neq 1$		$a^{f(x)} = b,\ a > 0$	
$f(x) = g(x)$		Если $b > 0,\ a \neq 1$, то $f(x) = \log_a b$	Если $b \le 0$, то решений нет
$7^x = 49$ $7^x = 7^2$ $x = 2$	$2^{5+x} = 2^{4x-1}$ $5 + x = 4x - 1$ $x = 2$	$4^x = 5$ $x = \log_4 5$	$49^x = -8$ $-8 < 0$ решений нет

Логарифмические уравнения

$\log_a f(x) = b \quad (a > 0,\ a \neq 1)$		$\log_a f(x) = \log_a g(x) \quad (a > 0,\ a \neq 1)$
$\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = a^b \end{cases}$		$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$
$\log_7 x = 2$ $\begin{cases} x > 0 \\ x = 7^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 49$	$\log_{\frac{1}{3}} (x - 2) = -3$ $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x - 2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow x = 29$	$\log_3 (x^2 - 3x - 5) = \log_3 (7 - 2x)$ $\begin{cases} x^2 - 3x - 5 > 0 \\ 7 - 2x > 0 \\ x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow x = -3$

ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

Вид промежутка	Геометрическое изображение	Обозначение	Запись с помощью неравенств
Интервал		$(a; b)$	$a < x < b$
Отрезок		$[a; b]$	$a \le x \le b$
Полуинтервал		$(a; b]$	$a < x \le b$
		$[a; b)$	$a \le x < b$
Луч		$[a; +\infty)$	$a \le x < +\infty$
		$(-\infty; b]$	$-\infty < x \le b$
Открытый луч		$(a; +\infty)$	$a < x < +\infty$
		$(-\infty; b)$	$-\infty < x < b$

МАТЕМАТИКА

Неравенства

- Свойства неравенств. Схемы решения неравенств
- Линейные и нелинейные неравенства
- Иррациональные неравенства. Показательные и логарифмические неравенства

НЕРАВЕНСТВА

$$f(x) > g(x)$$

Свойства

$f(x) - g(x) > 0$	$g(x) - f(x) < 0$	$\dfrac{1}{f(x)} < \dfrac{1}{g(x)}$	$f(x) + \varphi(x) > g(x) + \varphi(x)$
$a \cdot f(x) > a \cdot g(x)$ $a > 0$	$a \cdot f(x) < a \cdot g(x)$ $a < 0$	$f(x) > 0,\ g(x) > 0$	$f(x) - \varphi(x) > g(x) - \varphi(x)$
$-f(x) < -g(x)$	$[f(x)]^{2n+1} > [g(x)]^{2n+1}$	$[f(x)]^{2n} > [g(x)]^{2n}$ $f(x) > 0,\ g(x) > 0$	$f(x) \cdot \varphi(x) > g(x) \cdot \varphi(x)$ $\varphi(x) > 0$
	$n \in N$		

Схемы решения неравенств

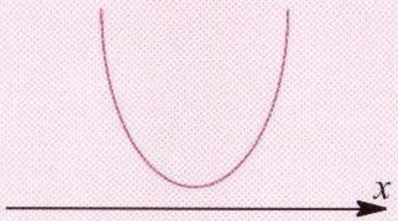
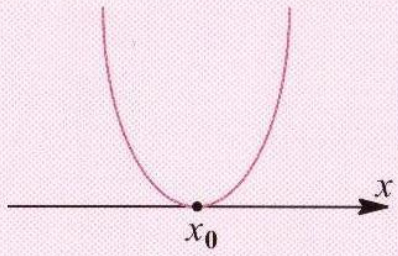
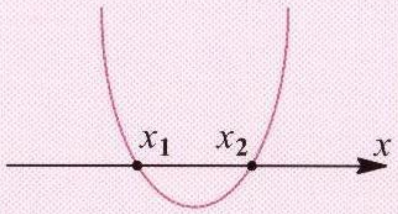
$f(x) \cdot g(x) > 0 \iff \left.\begin{matrix} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{matrix}\right\} \cup \left\{\begin{matrix} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{matrix}\right.$	$f(x) \cdot g(x) < 0 \iff \left.\begin{matrix} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{matrix}\right\} \cup \left\{\begin{matrix} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{matrix}\right.$
$\dfrac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \iff \left.\begin{matrix} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \end{matrix}\right\} \cup \left\{\begin{matrix} f(x) \leq 0 \\ g(x) < 0 \end{matrix}\right.$	$\dfrac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \iff \left.\begin{matrix} f(x) \leq 0 \\ g(x) > 0 \end{matrix}\right\} \cup \left\{\begin{matrix} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{matrix}\right.$

НЕРАВЕНСТВА

Линейные неравенства

$k \neq 0$	$kx + b > 0$	$kx + b < 0$	$kx + b \geq 0$	$kx + b \leq 0$
$k > 0$	$x \in \left(-\frac{b}{k};\ +\infty\right)$	$x \in \left(-\infty;\ -\frac{b}{k}\right)$	$x \in \left[-\frac{b}{k};\ +\infty\right)$	$x \in \left(-\infty;\ -\frac{b}{k}\right]$
$k < 0$	$x \in \left(-\infty;\ -\frac{b}{k}\right)$	$x \in \left(-\frac{b}{k};\ +\infty\right)$	$x \in \left(-\infty;\ -\frac{b}{k}\right]$	$x \in \left[-\frac{b}{k};\ +\infty\right)$

Квадратные неравенства

Пояснение / Неравенство		$D < 0$	$D = 0$	$D > 0$
				
$a > 0$	$ax^2 + bx + c > 0$	$x \in R$	$x \in (-\infty;\ x_0) \cup$ $\cup (x_0;\ +\infty)$	$x \in (-\infty;\ x_1) \cup$ $\cup (x_2;\ +\infty)$
	$ax^2 + bx + c < 0$	решений нет		$x \in (x_1;\ x_2)$

НЕРАВЕНСТВА

Иррациональные неравенства

$\sqrt[2n]{f(x)} > g(x)$	$\sqrt[2n]{f(x)} < g(x)$	$\sqrt[2n+1]{f(x)} > g(x)$	$\sqrt[2n+1]{f(x)} < g(x)$
$n \in N$			
$\left.\begin{matrix} g(x)<0 \\ f(x)\ge 0 \end{matrix}\right\} \cup \begin{cases} g(x)\ge 0 \\ f(x)>[g(x)]^{2n} \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)\ge 0,\ g(x)>0 \\ f(x)<[g(x)]^{2n} \end{cases}$	$f(x)>[g(x)]^{2n+1}$	$f(x)<[g(x)]^{2n+1}$

Показательные неравенства

	$a^{f(x)} > b$		$a^{f(x)} < b$		$a^{f(x)} > a^{g(x)}$
	$b \le 0$	$b > 0$	$b \le 0$	$b > 0$	
$a > 1$	$x \in D(y)$	$f(x) > \log_a b$	решений нет	$f(x) < \log_a b$	$f(x) > g(x)$
$0 < a < 1$	$x \in D(y)$	$f(x) < \log_a b$	решений нет	$f(x) > \log_a b$	$f(x) < g(x)$

Логарифмические неравенства

$b \in R$	$\log_a f(x) > b$	$\log_a f(x) < b$	$\log_a f(x) < \log_a g(x)$
$a > 1$	$f(x) > a^b$	$\begin{cases} f(x) < a^b \\ f(x) > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$
$0 < a < 1$	$\begin{cases} f(x) < a^b \\ f(x) > 0 \end{cases}$	$f(x) > a^b$	$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$

МАТЕМАТИКА

Тригонометрия

- Основные формулы. Формулы приведения. Формулы сложения
- Формулы двойного аргумента. Формулы суммы и разности тригонометрических функций
- Формулы преобразования. Формулы понижения степени. Формулы половинного аргумента
- Соотношения между функциями. Формулы тройного аргумента

МАТЕМАТИКА

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Основные формулы

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$		$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$
$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	$\alpha \neq \pi n,\ n \in Z$	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Формулы приведения

	Название функции сохраняется			Название функции меняется на «кофункцию»			
t	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$\pi/2 - \alpha$	$\pi/2 + \alpha$	$3\pi/2 - \alpha$	$3\pi/2 + \alpha$
$\sin t$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
$\cos t$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
$\operatorname{tg} t$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$
$\operatorname{ctg} t$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$

Формулы сложения

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta \mp 1}{\operatorname{ctg}\alpha \pm \operatorname{ctg}\beta}$$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Формулы двойного аргумента	
$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$	$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
$\sin 2\alpha = \dfrac{2\mathrm{tg}\, \alpha}{1 + \mathrm{tg}^2\, \alpha}$	$\cos 2\alpha = \dfrac{1 - \mathrm{tg}^2\, \alpha}{1 + \mathrm{tg}^2\, \alpha}$
$\mathrm{tg}\, 2\alpha = \dfrac{2\mathrm{tg}\, \alpha}{1 - \mathrm{tg}^2\, \alpha}$	$\mathrm{ctg}\, 2\alpha = \dfrac{\mathrm{ctg}^2 \alpha - 1}{2\mathrm{ctg}\, \alpha}$
$\mathrm{tg}\, 2\alpha = \dfrac{2}{\mathrm{ctg}\, \alpha - \mathrm{tg}\, \alpha}$	$\mathrm{ctg}\, 2\alpha = \dfrac{\mathrm{ctg}\, \alpha - \mathrm{tg}\, \alpha}{2}$
Формулы суммы и разности тригонометрических функций	
$\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \dfrac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \dfrac{\alpha - \beta}{2}$	$\sin \alpha - \sin \beta = 2\sin \dfrac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \dfrac{\alpha + \beta}{2}$
$\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos \dfrac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \dfrac{\alpha - \beta}{2}$	$\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin \dfrac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sin \dfrac{\alpha + \beta}{2}$
$\mathrm{tg}\, \alpha + \mathrm{tg}\, \beta = \dfrac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$	$\mathrm{tg}\, \alpha - \mathrm{tg}\, \beta = \dfrac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$
$\mathrm{ctg}\, \alpha + \mathrm{ctg}\, \beta = \dfrac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$	$\mathrm{ctg}\, \alpha - \mathrm{ctg}\, \beta = -\dfrac{\sin (\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Формулы преобразования

$\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\cos^2\alpha$	$\cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\beta-\sin^2\alpha$
$\sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)]$	$\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)]$
$\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)]$	$\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\beta=\frac{\mathrm{tg}\,\alpha+\mathrm{ctg}\,\beta}{\mathrm{ctg}\,\alpha+\mathrm{tg}\,\beta}$
$\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\mathrm{tg}\,\beta=\frac{\mathrm{tg}\,\alpha+\mathrm{tg}\,\beta}{\mathrm{ctg}\,\alpha+\mathrm{ctg}\,\beta}$	$\mathrm{ctg}\,\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\beta=\frac{\mathrm{ctg}\,\alpha+\mathrm{ctg}\,\beta}{\mathrm{tg}\,\alpha+\mathrm{tg}\,\beta}$

Формулы понижения степени

$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$	$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

Формулы половинного аргумента

$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$	$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$
$\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$	$\mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}$
$\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$	$\mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$
$\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$	$\mathrm{ctg}^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Соотношения между функциями

$\sin\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$	$\cos\alpha = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$
$\sin^2\alpha = \dfrac{\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$	$\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$
$\sin^2\alpha = \dfrac{1}{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}$	$\cos^2\alpha = \dfrac{\operatorname{ctg}^2\alpha}{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}$
$1-\cos\alpha = 2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$	$1+\cos\alpha = 2\cos^2\dfrac{\alpha}{2}$

Формулы тройного аргумента

$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$	$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$
$\sin 3\alpha = 3\cos^2\alpha\cdot\sin\alpha - \sin^3\alpha$	$\cos 3\alpha = \cos^3\alpha - 3\cos\alpha\cdot\sin^2\alpha$
$\operatorname{tg} 3\alpha = \dfrac{3\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}^3\alpha}{1-3\operatorname{tg}^2\alpha}$	$\operatorname{ctg} 3\alpha = \dfrac{\operatorname{ctg}^3\alpha - 3\operatorname{tg}\alpha}{3\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}$

ЛОГАРИФМЫ

$c = \log_a b$, так как $a^c = b$ $(a > 0, b > 0, a \neq 1)$	$\log_3 9 = 2$, так как $3^2 = 9$ $\log_6(-5)$ не определен, так как $-5 < 0$

$a^{\log_a b} = b$ – основное логарифмическое тождество

$6^{\log_6 5} = 5$	$7^{1+\log_7 3} = 7^1 \cdot 7^{\log_7 3} = 21$	$27^{\log_3 5} = (3^3)^{\log_3 5} = (3^{\log_3 5})^3 = 5^3 = 125$

$\log_{10} b = \lg b$ – десятичный логарифм	$\log_e b = \ln b$ – натуральный логарифм $e = 2{,}71828183... \approx 2{,}7$

Свойства

$\log_a 1 = 0$	$\log_a a = 1$	$\log_a x^p = p \cdot \log_a x$	$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
$\log_a x = \dfrac{1}{\log_x a}$	$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$	$\log_{a^p} x = \dfrac{1}{p} \cdot \log_a x$	$\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$

Свойства, связанные с неравенствами

$\left.\begin{matrix} 0 < a < 1 \\ 0 < p < r \end{matrix}\right\} \Rightarrow \log_a p > \log_a r$	$\left.\begin{matrix} a > 1 \\ 0 < p < r \end{matrix}\right\} \Rightarrow \log_a p < \log_a r$
$\log_a b > 0 \iff (a-1)(b-1) > 0$	$\log_a b < 0 \iff (a-1)(b-1) < 0$

ПРОИЗВОДНАЯ

Производная функции $f(x)$ в точке x_0	$f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta f}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

Правила дифференцирования

$u=u(x),\quad v=v(x),\quad u'=u'(x),\quad v'=v'(x),\quad C=\text{const}$

$(u\pm v)'=u'\pm v'$	$(C\cdot u)'=C\cdot u'$	$(u\cdot v)'=u'\cdot v+u\cdot v'$
$(C)'=0$	$\left(\dfrac{u}{C}\right)'=\dfrac{u'}{C}$	$\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$

Таблица производных

$(x)'=1$	$(x^n)'=n\cdot x^{n-1}$	$(\cos x)'=-\sin x$	$(\sin x)'=\cos x$
$(\operatorname{tg} x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(\operatorname{ctg} x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\cdot\ln a}$	$(a^x)'=a^x\cdot\ln a$
$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arccos x)'=\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\operatorname{arctg} x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$	$(\operatorname{arcctg} x)'=\dfrac{-1}{1+x^2}$

Производная сложной функции

$(f(u(x)))'=f'(u)\cdot u'(x)$

ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

$F(x)+C$ первообразная для функции $f(x)$	$(F(x)+C)'=f(x)$	Неопределенный интеграл $\int f(x)\,dx=F(x)+C$

$C=\text{const},\quad x\in I$

Таблица первообразных

$f(x)$	k (const)	x^n, $n\in Z$, $n\neq -1$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	a^x	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$
$F(x)+C$	$kx+C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$	$\ln\lvert x\rvert+C$	$2\sqrt{x}+C$	$\frac{a^x}{\ln a}+C$	$-\cos x+C$	$\sin x+C$	$\operatorname{tg} x+C$	$-\operatorname{ctg} x+C$

Правила нахождения первообразных

$F(x)\pm G(x)$	$kF(x)$	$\frac{1}{k}\cdot F(kx\pm b)$
есть первообразная для		
$f(x)\pm g(x)$	$kf(x)$	$f(kx\pm b)$

Правила интегрирования

$\int(f(x)\pm g(x))\,dx=F(x)\pm G(x)+C$	$\int k\cdot f(x)dx=k\cdot F(x)+C$	$\int f(kx\pm b)dx=\frac{1}{k}\cdot F(kx\pm b)+C$

МАТЕМАТИКА

Определённый интеграл и его приложения

- Формула Ньютона-Лейбница. Свойства. Вычисление площадей

- Вычисление площадей. Вычисление объёмов тел вращения

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

Формула Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b$$

Свойства

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt = \int_a^b f(z)\,dz$$

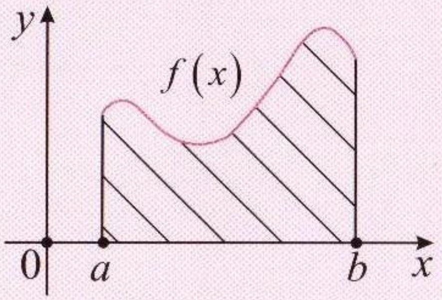
$$\int_a^a f(x)\,dx = 0$$

$$\int_a^b kf(x)\,dx = k\cdot\int_a^b f(x)\,dx$$

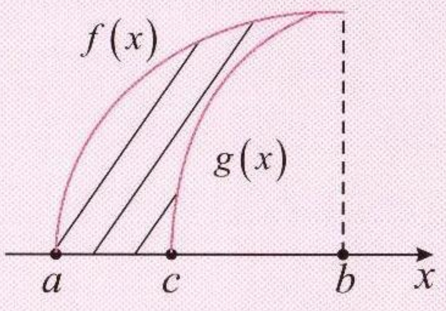
$$\int_a^b \big(f(x)+g(x)\big)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

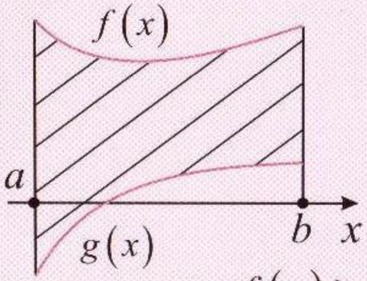
Вычисление площадей

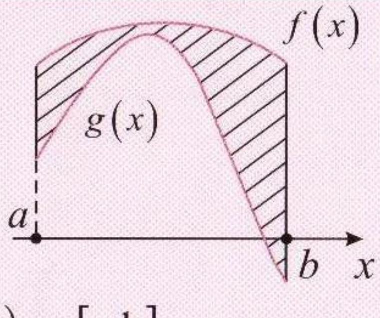


$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$



$$S = \int_a^b f(x)\,dx - \int_c^b g(x)\,dx$$



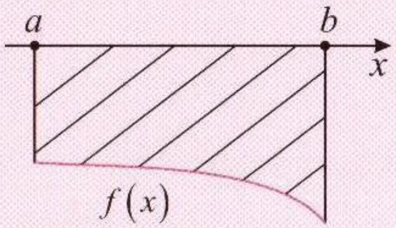


$f(x) \geq g(x)$ на $[a,b]$

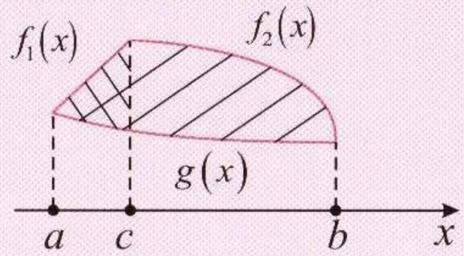
$$S = \int_a^b \big(f(x) - g(x)\big)\,dx$$

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

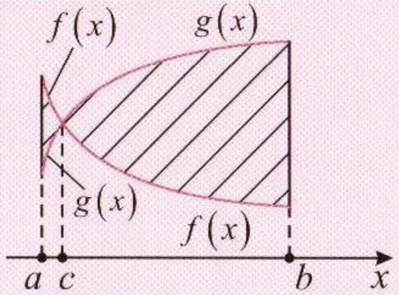
Вычисление площадей



$$S=-\int_a^b f(x)\,dx$$



$$S=\int_a^c\left(f_1(x)-g(x)\right)dx+\int_c^b\left(f_2(x)-g(x)\right)dx$$

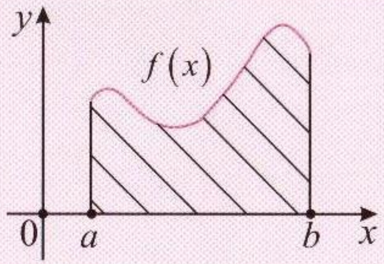


$$S=\int_a^c\left(f(x)-g(x)\right)dx+\int_c^b\left(g(x)-f(x)\right)dx$$

Вычисление объемов тел вращения

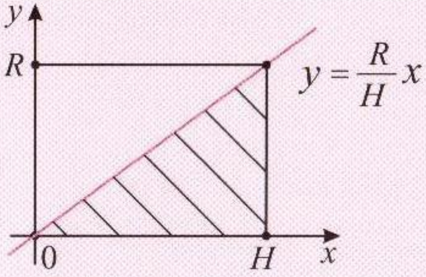
Криволинейная трапеция

(вокруг оси Ox)



$$V_{Ox}=\pi\int_a^b f^2(x)\,dx$$

Конус



$$V_\kappa=\pi\int_O^H\left(\frac{Rx}{H}\right)^2dx=\frac{\pi R^2}{H^2}\cdot\frac{x^3}{3}\Bigg|_0^H=\frac{1}{3}\pi R^2H$$

МАТЕМАТИКА

КОМБИНАТОРИКА. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Размещения с повторениями	Размещения без повторений	
из ***n*** элементов по ***k***		
$A_n^k = n^k$	$A_n^k = n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$	$A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$
Перестановки без повторений из ***n*** элементов $P_n = n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n$	Сочетания без повторений из ***n*** элементов по ***k*** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$	

Вероятность событий и его свойства

$P(A) = \dfrac{m}{n}$	$0 \le P(A) \le 1$	$P(U) = 1, \quad P(\varnothing) = 0$	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

События ***A*** и ***B***

несовместны	независимы
$P(A+B) = P(A) + P(B)$	$P(A\cdot B) = P(A)\cdot P(B)$

Для любых двух событий ***A*** и ***B***

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B)$$

$$P(A\cdot B) = P(B)\cdot P_B(A) = P(A)\cdot P_A(B)$$