

РАДИОАВТОМАТИКА

Лекция 5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АППАРАТА ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ

ТИПОВЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЗВЕНЬЯ

Для анализа устойчивости обычно используются логарифмические частотные характеристики. Для их построения удобен аппарат типовых линейных звеньев.

Типовые линейные звенья – это простейшие математические звенья, из которых можно составить любую передаточную функцию, которая записывается в виде отношения двух полиномов

Таких звеньев семь:

- 1) безынерционное с передаточной функцией $K(p) = K$;
- 2) интегрирующее с $K(p) = 1/p$;
- 3) инерционное с $K(p) = 1/(1 + pT)$;
- 4) колебательное с $K(p) = 1/(1 + 2dpT + p^2T^2)$;
- 5) дифференцирующее с $K(p) = p$;
- 6) форсирующее с $K(p) = 1 + pT$;
- 7) форсирующее второго порядка с $K(p) = 1 + 2dpT + p^2T^2$.

Построим логарифмические АЧХ (ЛАЧХ, ЛАХ) и ФЧХ (ЛФЧХ, ЛФХ) для типовых звеньев первого порядка: интегрирующего и инерционного

1) Интегрирующее звено

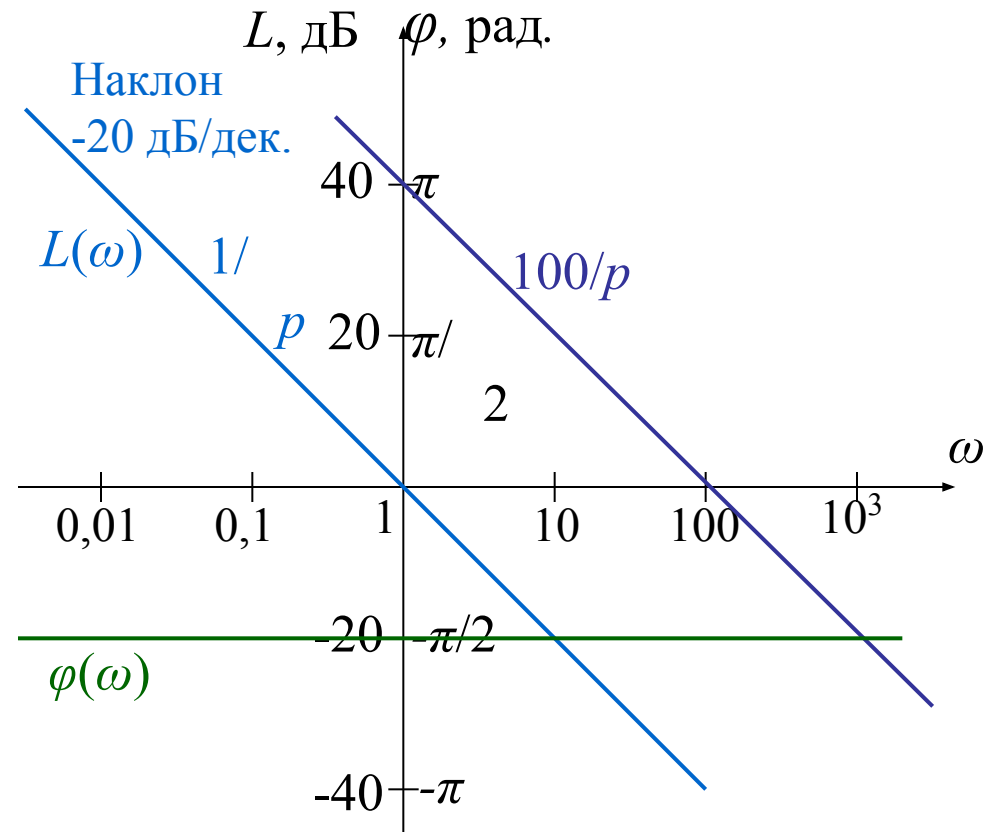
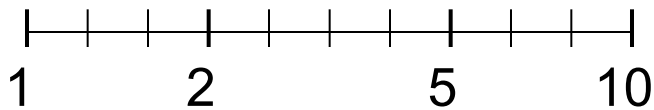
Компл. ЧХ: $K(j\omega) = 1/j\omega$;

АЧХ: $K(\omega) = 1/\omega$;

ЛАХ: $L(\omega) = 20\lg K(\omega) =$
 $= 20\lg(1/\omega) = -20\lg\omega$;

ЛФХ: $\varphi(\omega) = \arg K(j\omega) = -\pi/2$.

Логарифмическая шкала



При изменении коэффициента передачи в K раз ЛАХ переместится параллельно самой себе по вертикальной оси на $20\lg K$

2) Инерционное звено

Комплексная ЧХ:

$$K(j\omega) = 1/(1 + j\omega T) = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2} ;$$

$$\text{АЧХ: } K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} ;$$

$$\text{ЛАХ: } L(\omega) = -20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} ;$$

$$\text{ЛФХ: } \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} K(j\omega)}{\operatorname{Re} K(j\omega)} = \operatorname{arctg}(-\omega T) .$$

Асимптотическая ЛАХ:

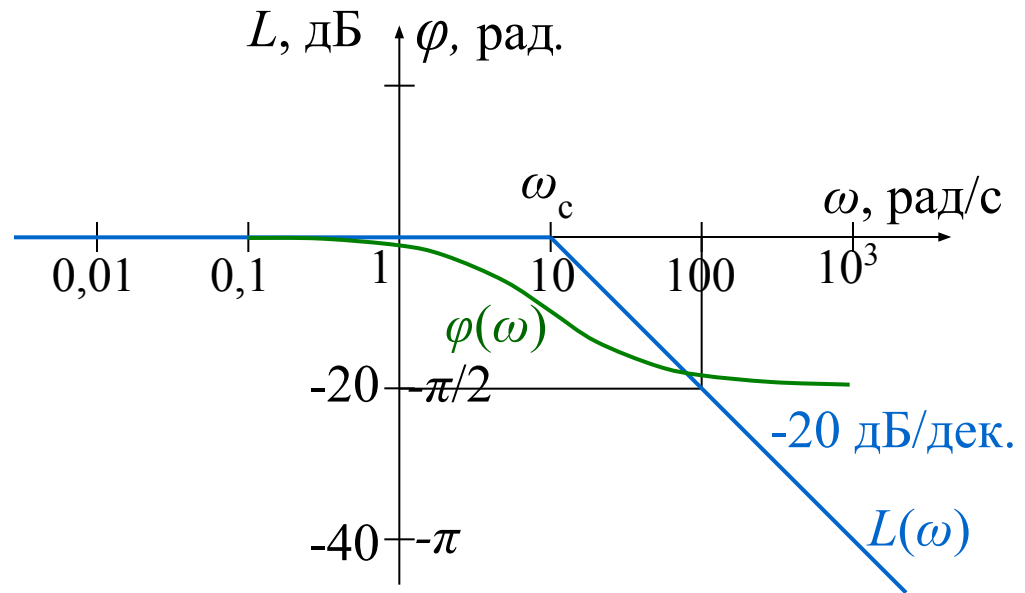
$$\omega \rightarrow 0 \quad L(\omega) = -20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} = 0$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad L(\omega) = -20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} = -20 \lg \omega T$$

Асимптоты пересекаются на частоте $\omega_c = 1/T$, которая называется сопрягающей.

Максимальное отличие истинной ЛАХ от асимптотической $L(\omega_c) = -20 \lg 2 = -3 \text{ дБ}$

$$\text{Примем } K(p) = \frac{1}{1 + 0,1 p} \quad \omega_c = 1/0,1 = 10 \text{ рад/с.}$$



ЛФХ строится по точкам.

$$\varphi(\omega_c) = \operatorname{arctg}(-1) = -\pi/4 \text{ рад} = -45^\circ;$$

$$\varphi(0,1\omega_c) = \operatorname{arctg}(-0,1) \approx -0,1 \text{ рад} = -5,7^\circ;$$

$$\varphi(10\omega_c) = \operatorname{arctg}(-10) \approx -\pi/2 + 0,1 \text{ рад.}$$

ЛФХ изменяется от 0 до $-\pi/2$ практически за две декады (от $0,1\omega_c$ до $10\omega_c$), проходя через $-\pi/4$ на сопрягающей частоте.

Построение логарифмических частотных характеристик по передаточным функциям

По передаточной функции определяем, какие типовые звенья ее образуют.

Например, $K(p) = \frac{100(1 + 0,1p)}{p(1+p)(1+0,01p)^2}$ образована последовательным соединением безынерционного, форсирующего, интегрирующего и трех инерционных звеньев.

Логарифмические частотные характеристики последовательного соединения звеньев строятся сложением характеристик отдельных звеньев

ЛАХ удобно строить, складывая не сами характеристики, а их наклоны

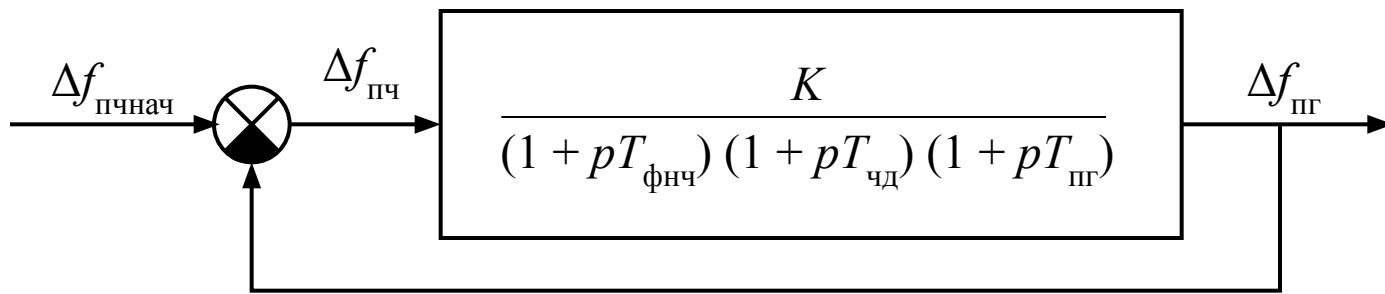
Методика построения ЛАХ:

- 1) рассчитываются сопрягающие частоты $\omega_{ci} = 1/T_i$ и наносятся на оси частот,
- 2) на частоте $\omega = 1$ строится точка с координатой $L_1 = 20 \lg K$,
- 3) через эту точку проводится вспомогательная прямая с наклоном $20(l - k)$ дБ/дек, где l – количество дифференцирующих, а k – интегрирующих звеньев
- 4) по этой линии проводится асимптотическая ЛАХ с нулевых частот до первой, самой низкой сопрягающей частоты. Начиная с этой частоты наклон ЛАХ изменяется в соответствии с типом учитываемого звена – на -20 дБ для инерционного и на +20 дБ для форсирующего.
- 5) ЛАХ с новым наклоном проводится до следующей сопрягающей частоты и т.д.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ ПО ЛОГАРИФМИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ РАЗОМКНУТОЙ

Критерий: Замкнутая линейная система устойчива при устойчивой разомкнутой, если в области частот, где ЛАХ разомкнутой системы положительна ($L(\omega) > 0$), ЛФХ разомкнутой системы или не пересекает значения $-\pi$ или пересекает его сверху вниз и снизу вверх одинаковое количество раз.

Проанализируем устойчивость системы АПЧГ



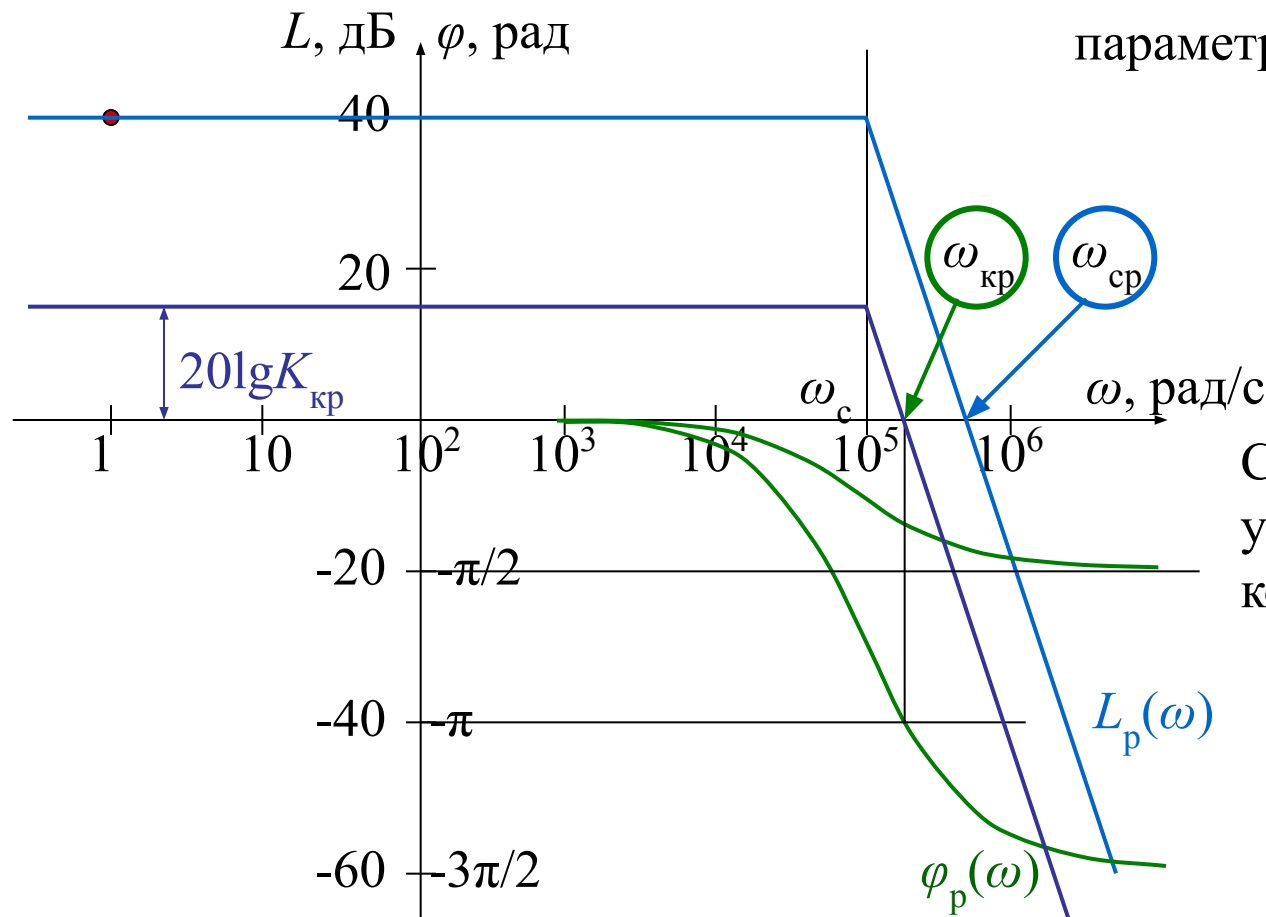
1. Примем $K = 100$, $T_{\text{фнч}} = T_{\text{чд}} = T_{\text{пг}} = 10^{-5}$ с. $K_p(p) = \frac{100}{(1 + 10^{-5}p)^3}$

$\omega_c = 1/10^{-5} = 10^5$ рад/с, $L_1 = 20\lg 100 = 40$ дБ

Система АПЧГ с принятыми параметрами неустойчива

При монотонной ЛФХ система устойчива, если $\omega_{\text{ср}} < \omega_{\text{кр}}$

Систему можно сделать устойчивой, уменьшив коэффициент передачи

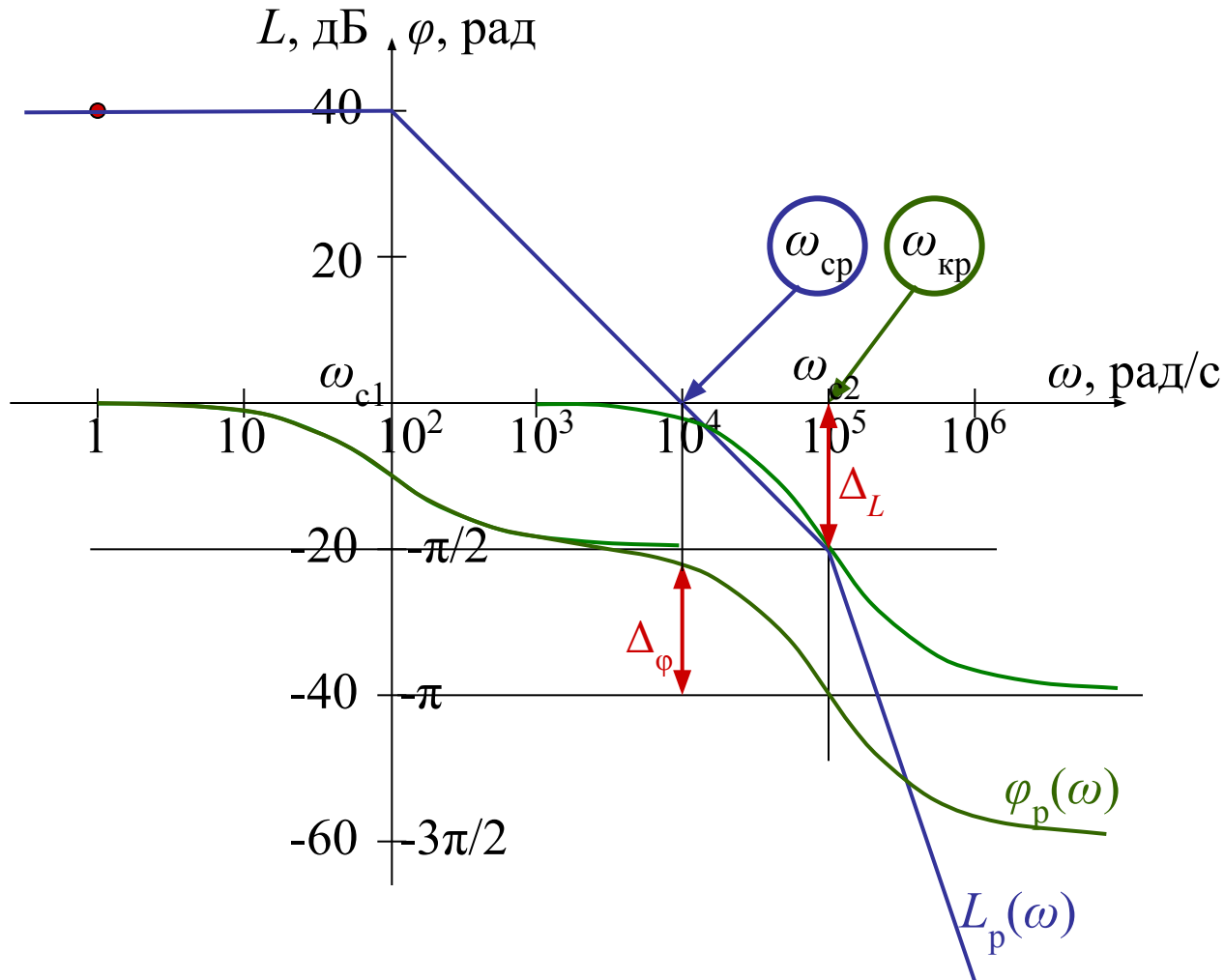


Второй путь обеспечения устойчивости: изменить ЛФХ так, чтобы критическая частота попала в область частот, где $L_p(\omega) < 0$

2. Примем $K = 100$, $T_{\text{фнч}} = 10^{-2}$ с, $T_{\text{чд}} = T_{\text{пг}} = 10^{-5}$ с.

$$K_p(p) = \frac{100}{(1 + 10^{-2}p)(1 + 10^{-5}p)^2}$$

$$\omega_{c1} = 1/10^{-2} = 10^2 \text{ рад/с}, \omega_{c2} = 1/10^{-5} = 10^5 \text{ рад/с}, L_1 = 20\lg 100 = 40 \text{ дБ}$$



Система устойчива

$$\Delta_L = 20 \text{ дБ}$$

$$\Delta_\varphi = 80 \text{ град.}$$