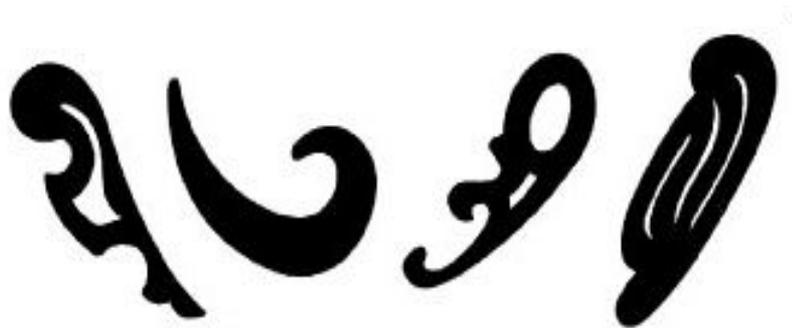


Тема: Лекальные и циркульные кривые.



Практическое занятие

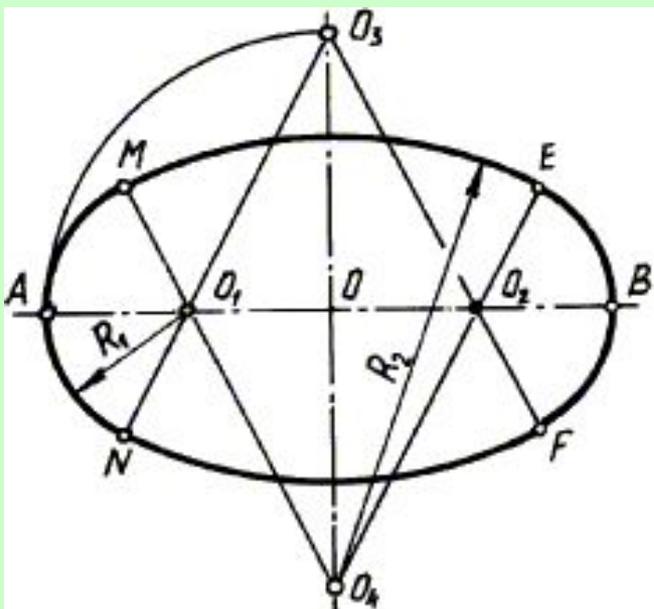
Циркульные кривые

Кривые, графическое построение которых производят циркулем, называются **циркульными кривыми**.

1. Завитки
2. Овал
3. Овоид

Овал

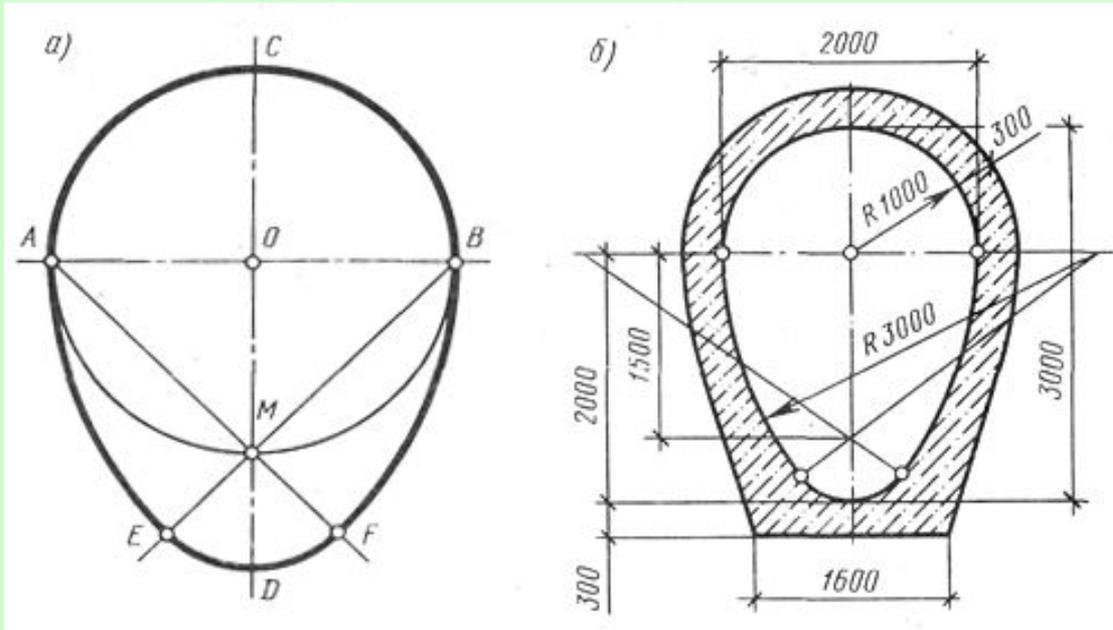
Овал – замкнутая циркульная кривая, имеющая две оси симметрии.



Построение овала по заданной большой оси AB может быть выполнено следующим образом:

- большую ось AB делим на четыре равные части. Точки O_1 и O_2 являются центрами сопряжения;
- с центром в точке O радиусом OA проводим дугу до пересечения с вертикальной осью овала в точках O_3 и O_4 , являющихся второй парой центров сопряжения;
- проводим прямые O_3O_1 , O_4O_1 , O_3O_2 и O_4O_2 , на которых располагаются точки сопряжения;
- из центра O_1 радиусом $R_1=O_1A$ проводим дугу окружности до пересечения ее с прямыми O_3O_1 и O_4O_1 в точках N и M , являющихся точками сопряжения;
- аналогично получаем точки сопряжения E и F ;
- дуги ME и NF проводим соответственно из центров O_4 и O_3 радиусом R_2 , равным O_4E и O_3F .

Овоид

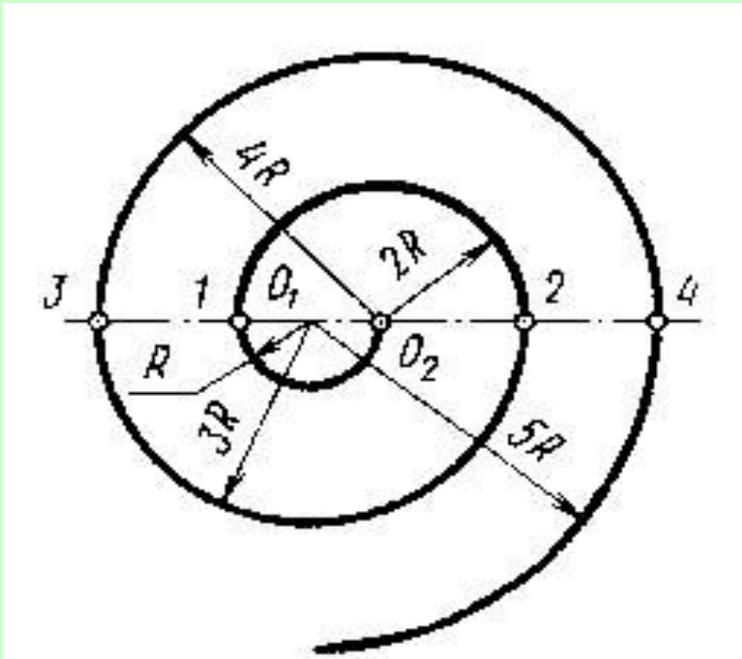


Овоид – замкнутая циркулярная кривая, имеющая одну ось симметрии.

Построение овоида выполняют следующим образом. Проводят взаимно перпендикулярные прямые. Из точки пересечения O описывают окружность. Точки A и B соединяют прямыми с точкой M , которые продолжают за пределы окружности. Контур овоида вычерчивают в такой последовательности. Сначала выполняют верхнюю часть овоида — полуокружность радиуса OA . После этого из точек A и B проводят сопрягающие дуги окружностей радиусов BE — AF . Контур овоида замыкается дугой окружности радиуса EM .

Рис. а) Овоид. Рис. б) Поперечное сечение железобетонной трубы.

Завиток



Спиральная кривая, вычерченная циркулем путем сопряжения дуг окружностей различных радиусов, называется **завитком**.

На рисунке дано построение двухцентрового завитка. Из точки O , проводят полуокружность радиусом R , равным расстоянию между заданными центрами O_1 и O_2 затем из точки 2 , — радиусом $2R$ и т.д.

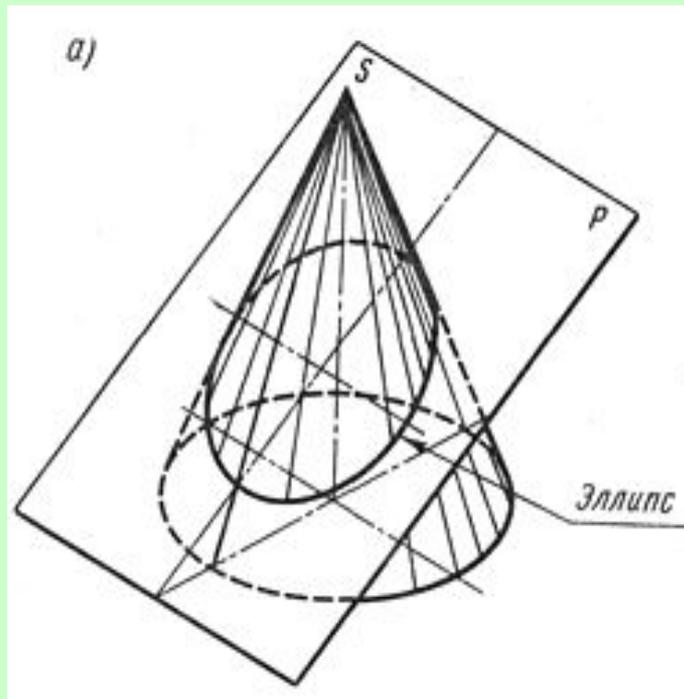
Лекальные кривые

Кривые, графическое построение которых выполняется с помощью лекал, называются **лекальными кривыми**.

1. Эллипс
2. Эвольвента
3. Парабола
4. Гипербола
5. Спираль Архимеда
6. Синусоида
7. Циклоидальные кривые
(циклоида, гипоциклоида, эпициклоида)



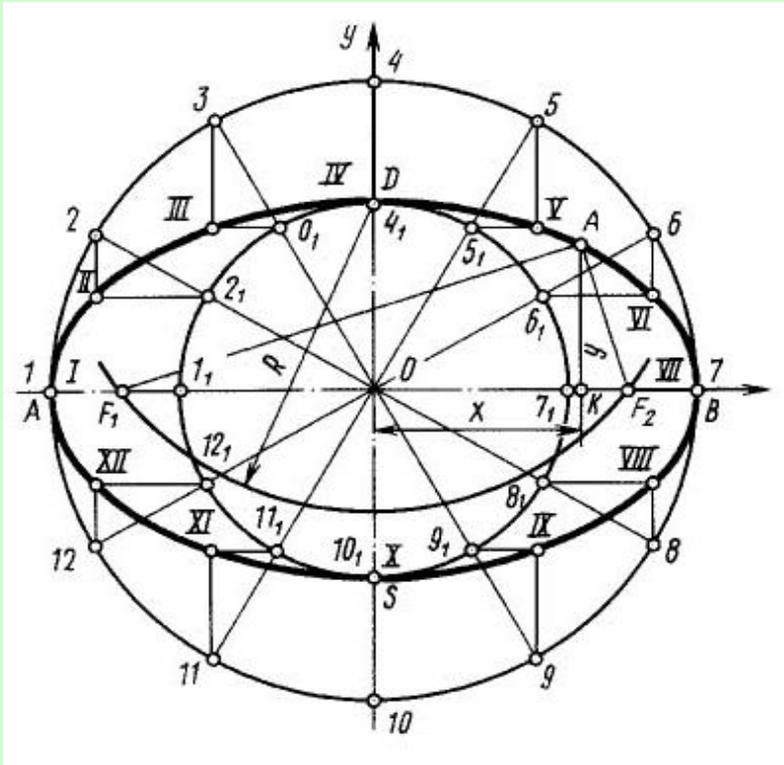
Эллипс



Эллипс — плоская замкнутая кривая.

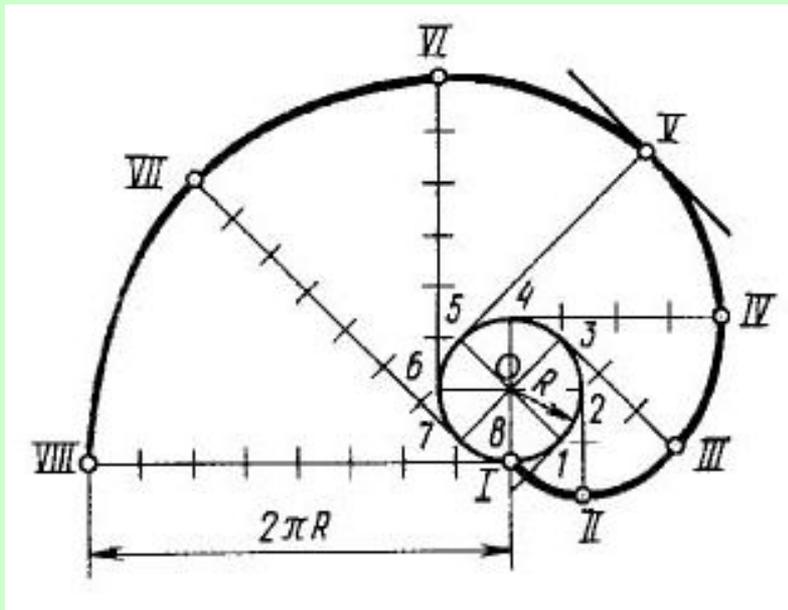
При пересечении конуса или цилиндра наклонной плоскостью в сечении получается эллипс.

Эллипс



Кривая эллипса характеризуется тем, что сумма расстояний от любой ее точки до двух точек фокусов есть величина постоянная, равная большей оси эллипса. Построить эллипс можно несколькими способами. Например, можно построить эллипс по его большой **AB** и малой **SD** осям. На осях эллипса как на диаметрах строят две окружности, которые можно разделить радиусами на несколько частей. Через точки деления большой окружности проводят прямые, параллельные малой оси эллипса, а через точки деления малой окружности – прямые, параллельные большой оси эллипса. Точки пересечения этих прямых и являются точками эллипса.

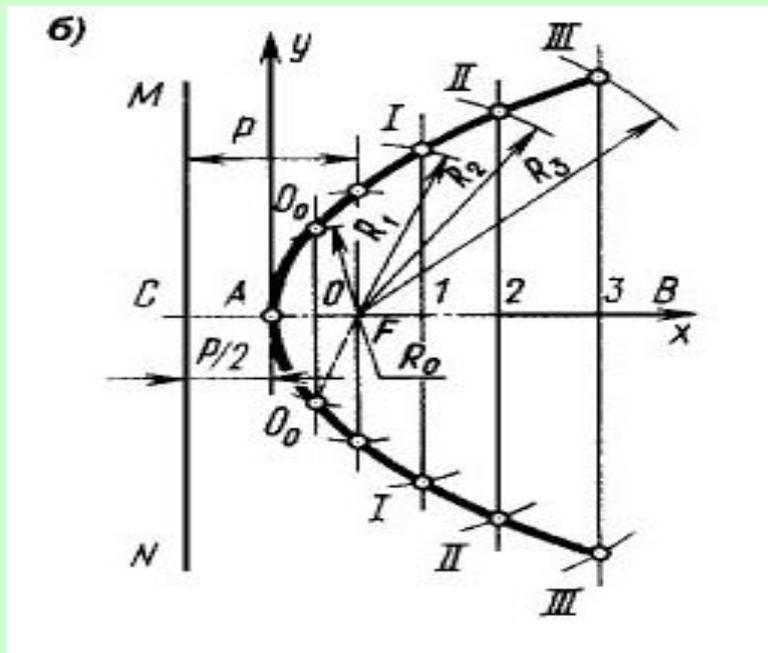
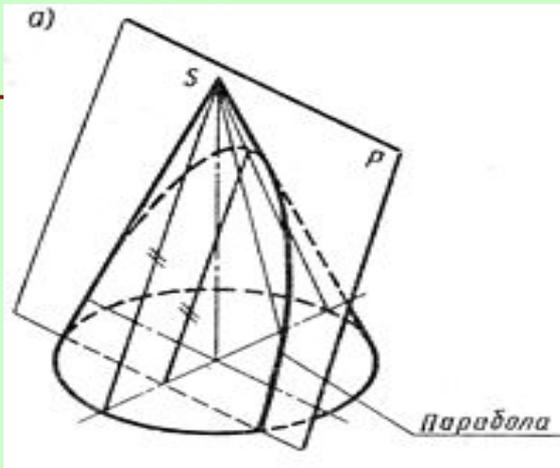
Эвольвента



Эвольвентой называют плоскую кривую, являющуюся траекторией любой точки прямой линии, перекатываемой по окружности без скольжения.

Построение эвольвенты выполняют в следующем порядке: окружность делят на равные части; проводят касательные к окружности, направленные в одну сторону и проходящие через каждую точку деления; на касательной, проведенной через последнюю точку деления окружности, откладывают отрезок, равный длине окружности $2\pi R$, который делят на столько же равных частей. На первой касательной откладывают одно деление, на второй – два и т. д. Полученные точки соединяют плавной кривой и получают эвольвенту окружности.

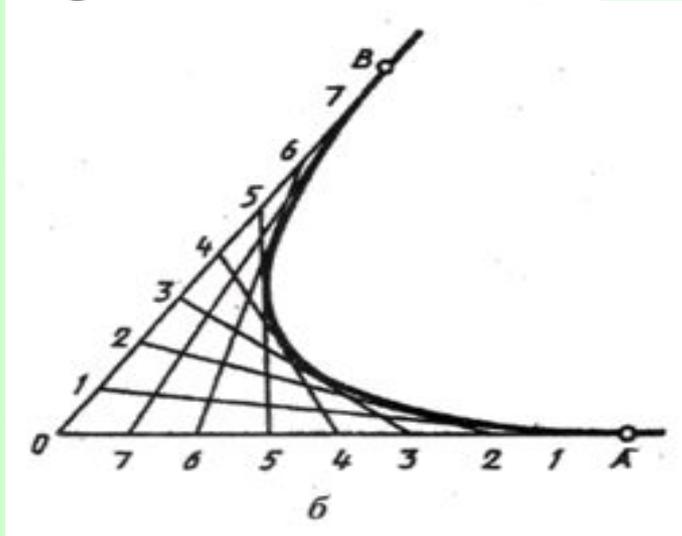
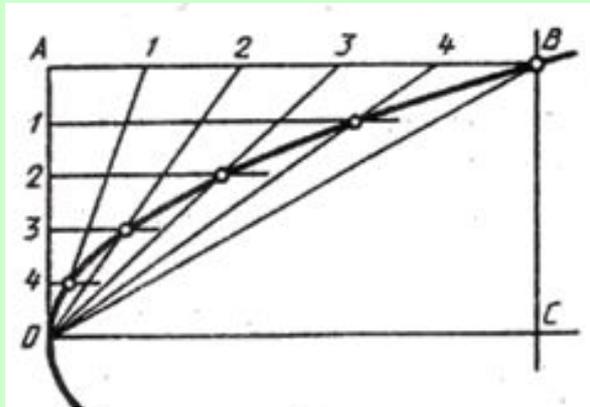
Парабола



Параболой называется кривая, являющаяся геометрическим местом точек (I, II, III, и т.д.) плоскости, равноудаленных от данной точки (называемой фокусом), и данной прямой той же плоскости (директрисы параболы).

При пересечении конуса наклонной плоскостью в сечении получается парабола.

Парабола

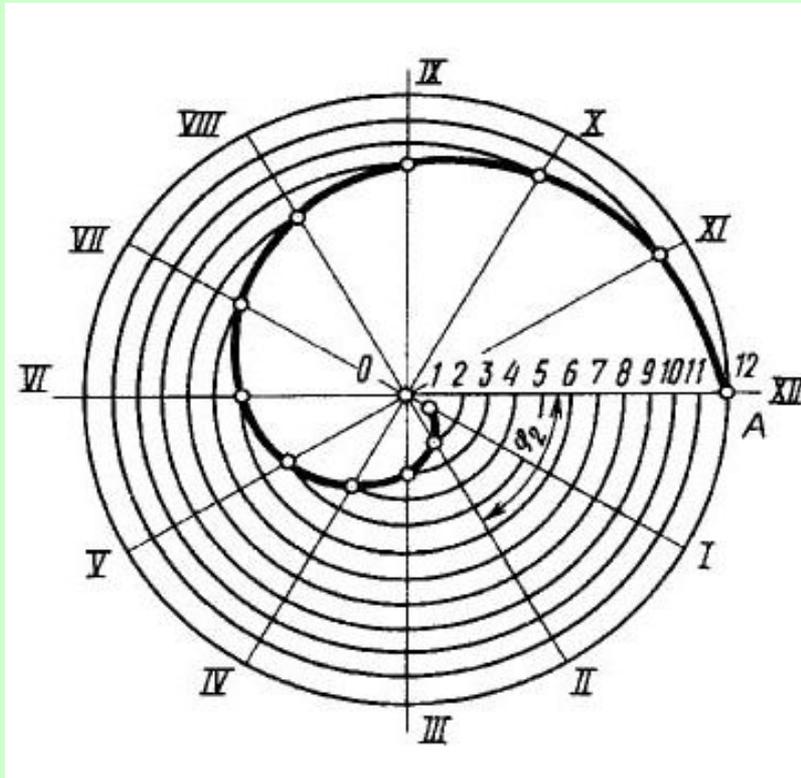


Параболой называют незамкнутую кривую, все точки которой равно удалены от одной точки – фокуса и от данной прямой – директрисы.

Рассмотрим пример построения параболы по ее вершине **O** и какой-либо точке **B** (рис.а). С этой целью строят прямоугольник **OABC** и делят его стороны на равные части, из точек деления проводят лучи. В пересечении одноименных лучей получают точки параболы.

Можно привести пример построения параболы в виде кривой, касательной прямой с заданными на них точками **A** и **B** (рис. б). Стороны угла, образованного этими прямыми, делят на равные части и нумеруют точки деления. Одноименные точки соединяют прямыми. Параболу вычерчивают как огибающую этих прямых.

Спираль Архимеда

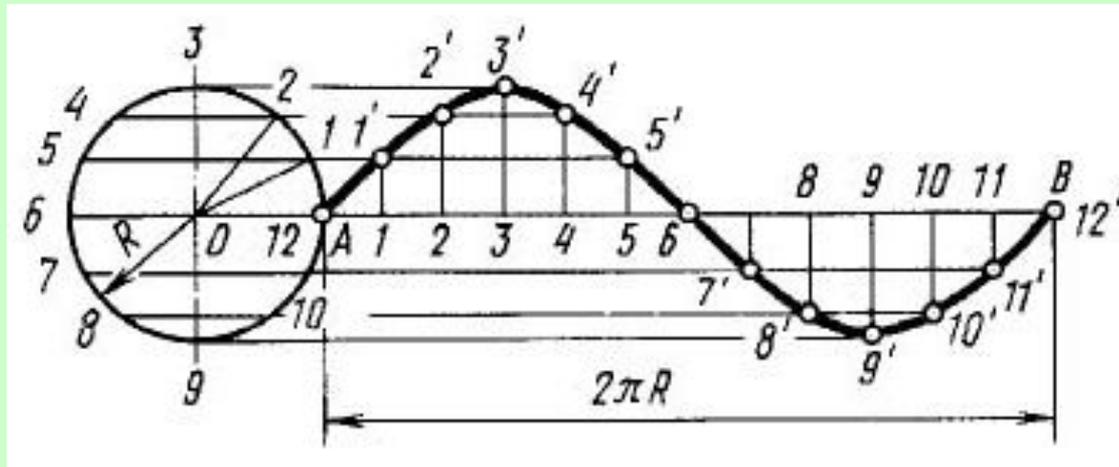


Архимедова спираль

представляет собою плоскую кривую, образованную точкой, равномерно движущейся по радиусу-вектору, который в то же время равномерно вращается вокруг неподвижной точки O .

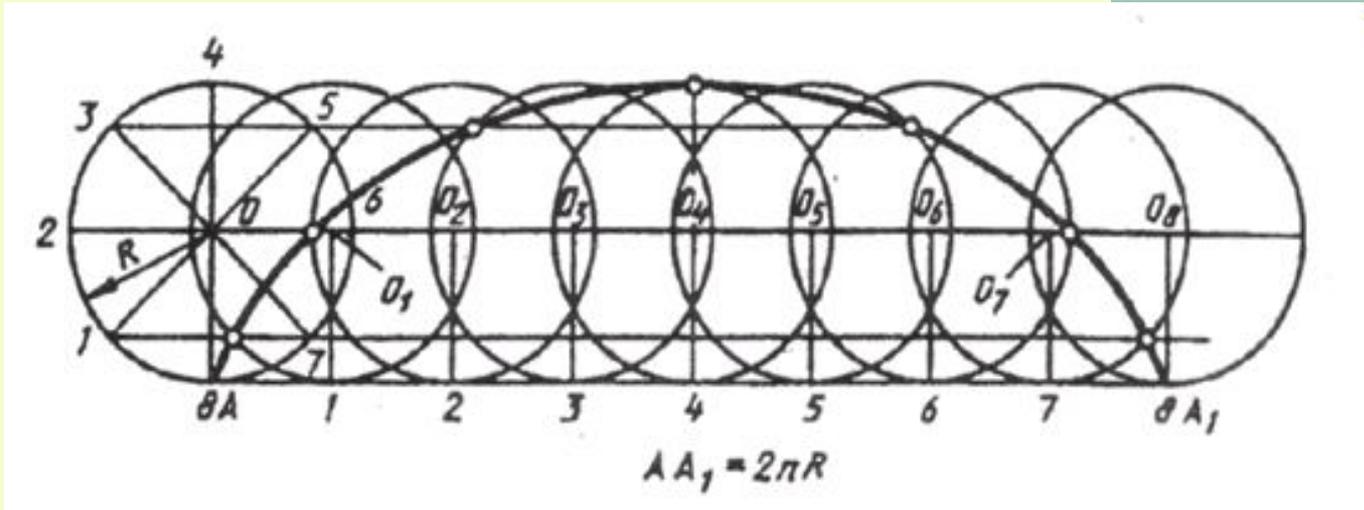
Пусть даны: центр O и радиус R окружности, ограничивающей кривую. Для построения по этим данным спирали разделим окружность и радиус на одно и то же число равных частей, например на 12. Через точки деления радиуса проводим 12 concentрических окружностей, а через точки деления окружности 12 радиусов. Затем нумеруем окружности и радиусы, как показано на рисунке. Точки пересечения одноимённых concentрических окружностей и радиусов принадлежат кривой архимедовой спирали. Соединение точек производится при помощи лекала.

Синусоида



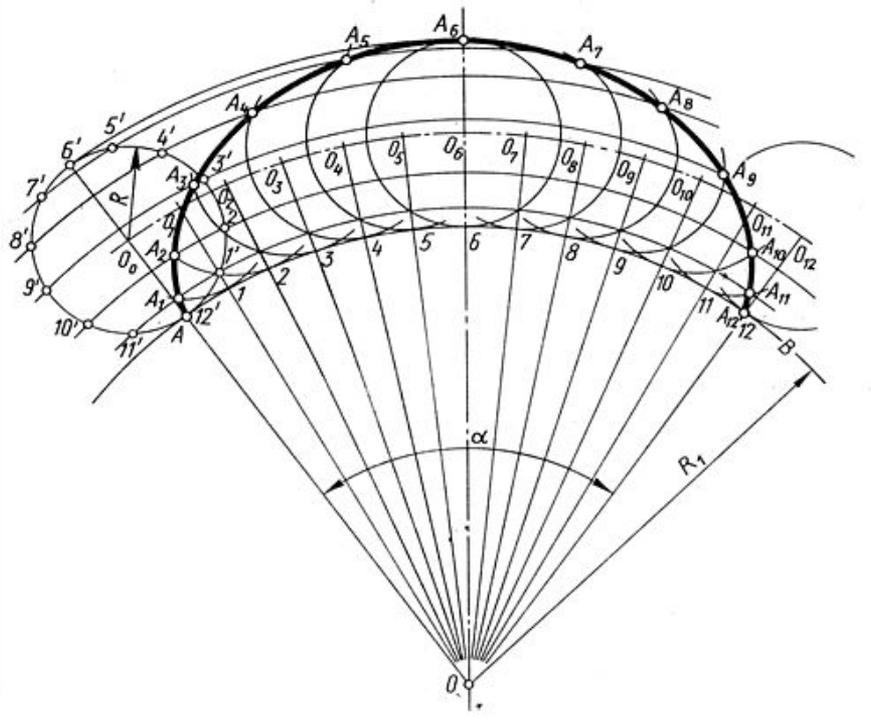
- **Синусоидой** называют плоскую кривую, изображающую изменение синуса в зависимости от изменения его угла. Для построения синусоиды нужно разделить окружность на равные части и на такое же количество равных частей разделить отрезок прямой **AB = 2πR**. Из одноименных точек деления провести взаимно перпендикулярные линии, в пересечении которых получают точки, принадлежащие синусоиде.

Циклоида



- **Циклоидой** называют кривую линию, представляющую собой траекторию точки **A** при перекатывании окружности. Для построения циклоиды от исходного положения точки **A** откладывают отрезок **AA₁**, отмечают промежуточное положение точки **A**. Так, в пересечении прямой, проходящей через точку 1, с окружностью, описанной из центра **O₁**, получают первую точку циклоиды. Соединяя плавной прямой построенные точки, получают циклоиду.

Эпициклоида



Эпициклоида строится следующим образом. На рисунке изображены производящая окружность радиуса R с центром O , начальная точка A на ней и дуга направляющей окружности радиуса R_1 , по которой катится окружность. Построение эпициклоиды аналогично построению циклоиды, а именно: делят заданную окружность на 12 равных частей (точки $1, 2', 3', \dots, 12'$), каждую часть этой окружности откладывают от точки A по дуге AB 12 раз (точки $1, 2, 3, \dots, 12$) и получают длину дуги AA_{12} . Эту длину можно определить с помощью угла $\alpha = 360^\circ \cdot R/R_1$.

Далее из центра O радиусом, равным OO_0 , наносят линию центров производящей окружности и, проводя радиусы $O_1, O_2, O_3, \dots, O_{12}$, продолженные до пересечения с линией центров, получают центры O_1, O_2, \dots, O_{12} производящей окружности. Из этих центров радиусом, равным R , проводят окружности или дуги окружностей, на которых строят искомые точки кривой. Так, для получения точки A_4 следует провести дугу окружности радиусом O_4A_4' до пересечения с окружностью, проведенной из центра O_4 . Аналогично строятся и другие точки, которые затем соединяются плавной кривой.

Домашнее задание:

Выполнить творческую работу по теме «Лекальные и циркульные кривые» на формате А4.

1. Построение эллипса наружный диаметр 100мм, внутренний диаметр 50мм
2. Эвольвенту с диаметром 30 мм
3. Спираль Архимеда с шагом витка 5 мм.