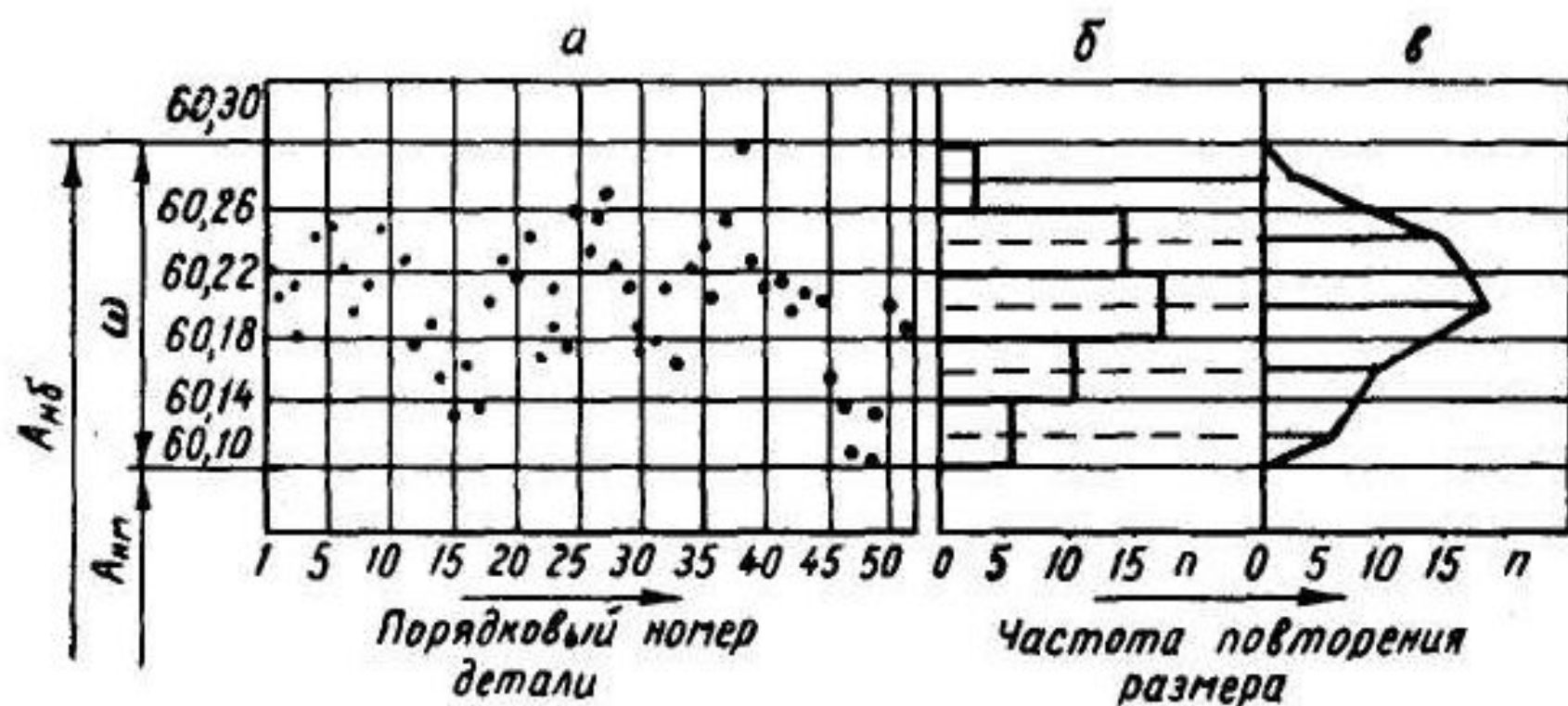
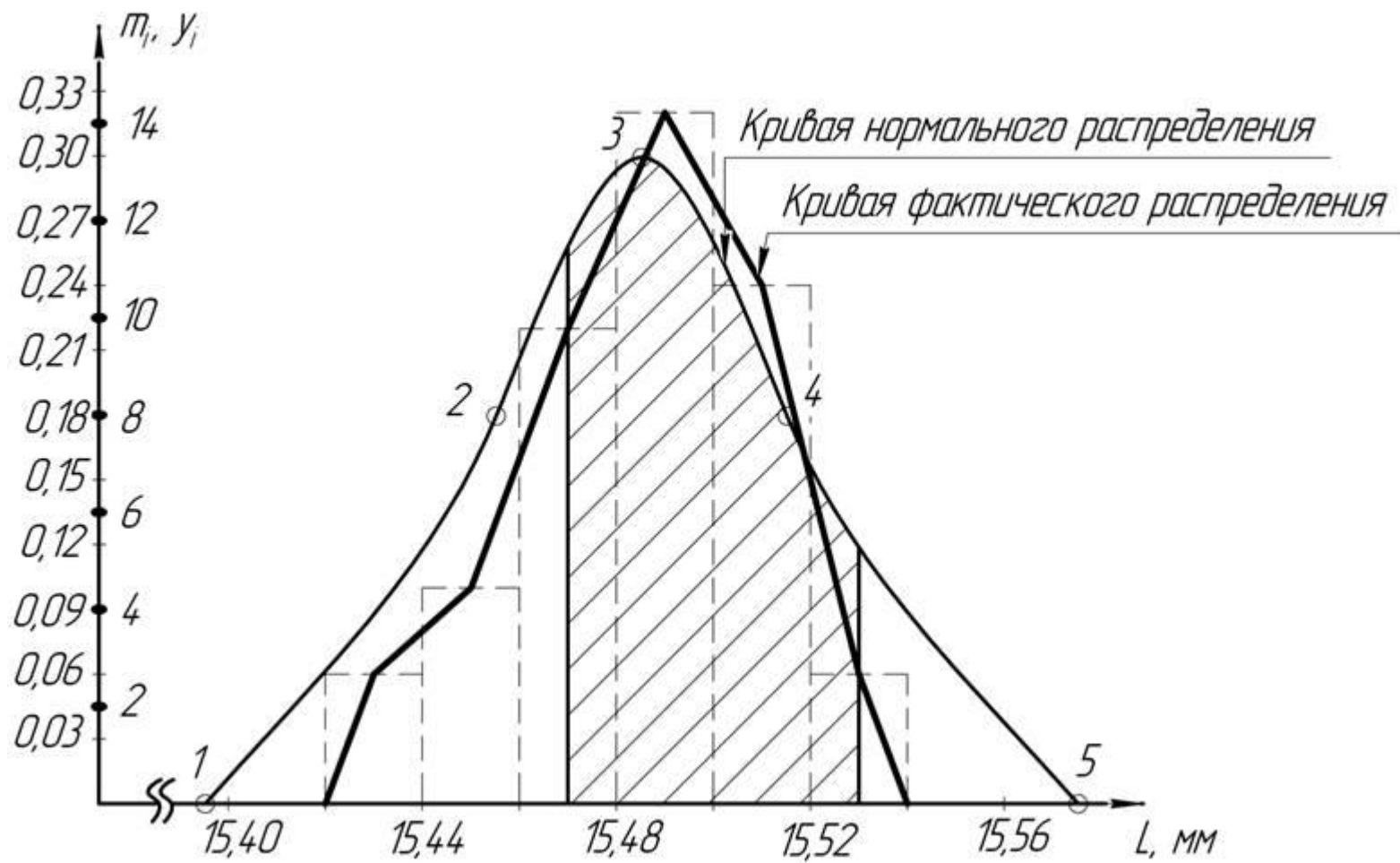


Точность производства



Рассеяние размеров:

a — точечная диаграмма; *б* — гистограмма; *в* — полигон рассеяния



При различных условиях обработки рассеивание подчиняется различным законам.

Наибольшее значение имеют законы:

1. Закон гауссовского распределения,
- 2) закон равной вероятности,
- 3) закон Симпсона,
- 4) композиция законов распределения.

Многочисленные исследования показали, что распределение действительных размеров, обработанных на настроенных станках, подчиняется закону нормального распределения.

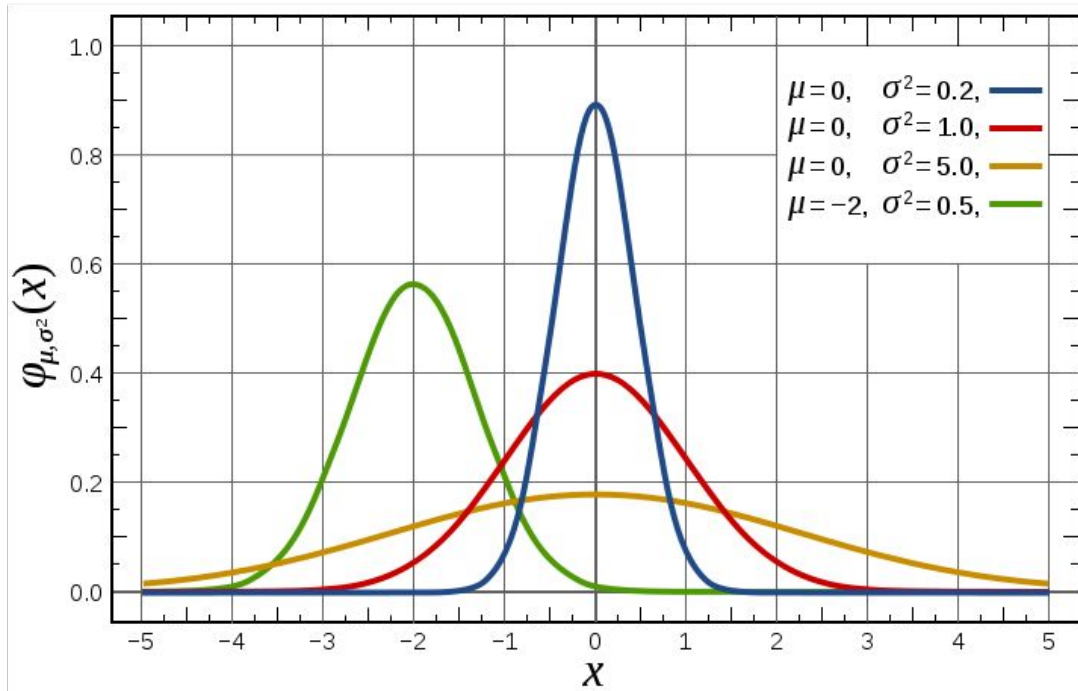
Условия выполнения закона нормального распределения:

- 1) влияние каждого из факторов на сумму ничтожно мало и примерно одинаково по своей величине (нет доминирующих слагаемых),
- 2) в состав суммы входит большое число взаимно независимых случайных величин.

Уравнение кривой Гаусса

$$y = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

где y – частота появления погрешности (плотность вероятности); σ – среднеквадратическое отклонение аргумента; e – основание натуральных логарифмов; x – отклонение действительных размеров от средних.



Любая кривая распределения характеризуется следующими основными статистическими параметрами:

- Поле рассеяния: $W = D_{\max} - D_{\min}$
- Средняя величина параметра: $D_{cp} = \frac{1}{n} \sum D_i$

где D_i – фактическая величина исследуемого параметра y_i -го изделия, n – количество контролируемых размеров. Средняя величина определяет расположение центра поля рассеивания, то есть определяет точность настройки операции.

- Среднеквадратическое отклонение: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum x_i^2}$

x_i – абсолютное отклонение параметра i -го изделия от среднего значения

$$x_i = D_i - D_{cp}$$

Кривая нормального распределения имеет симметричную форму с точками перегиба при значениях $X = \pm \sigma$, уровень точки перегиба $y = 0,6 y_{\max}$.

Максимальное значение при $x=0$

$$y_{\max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cong \frac{0,4}{\sigma}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - x_{cp})^2}{N - 1}}$$

N — общее количество отклонений
 n_i — частота в i -м интервале
 k — количество интервалов

Площадь, ограниченная кривой распределения в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ описывается выражением

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} y dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-x_{cp})^2}{2\sigma^2}} dx$$

Любой другой интеграл при $x_1 < x < x_2$ определяет долю случайных величин, укладывающихся в эти пределы и всегда меньше единицы. Погрешность не будет отличаться больше, чем на $\pm x$. Для технологических расчётов этот интеграл удобнее выразить как

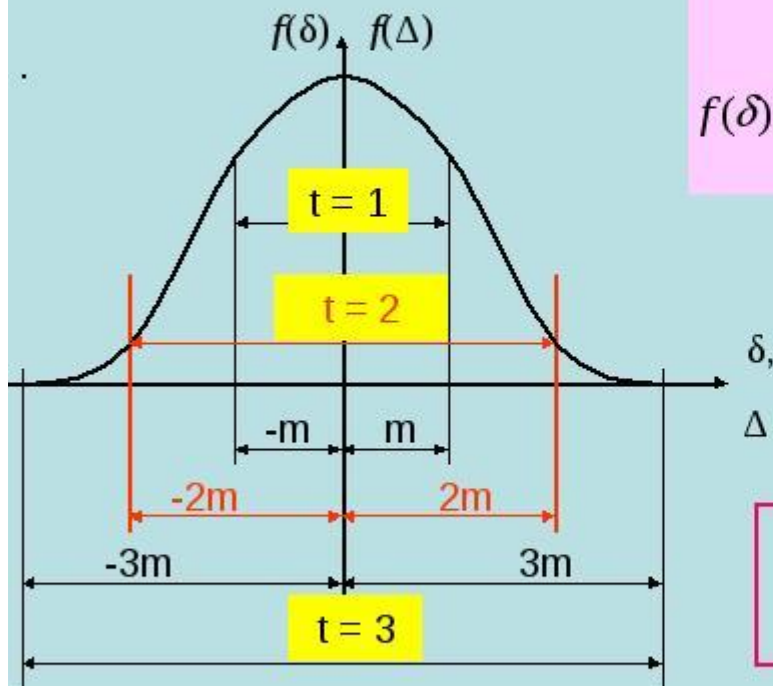
$$S = \int_{-x}^{+x} y dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-x}^{+x} e^{-\frac{(x-x_{cp})^2}{2\sigma^2}} dx$$

Значение приведенного интеграла будет определяться функцией от $z = x/\sigma$

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Элементы теории погрешностей

Распределение вероятностей появления случайных погрешностей



$$f(\delta) = \frac{1}{m_{\delta} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sum \delta^2}{2m_{\delta}^2}}$$

$$f(\Delta) = \frac{1}{m_{\Delta} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sum \Delta^2}{2m_{\Delta}^2}}$$

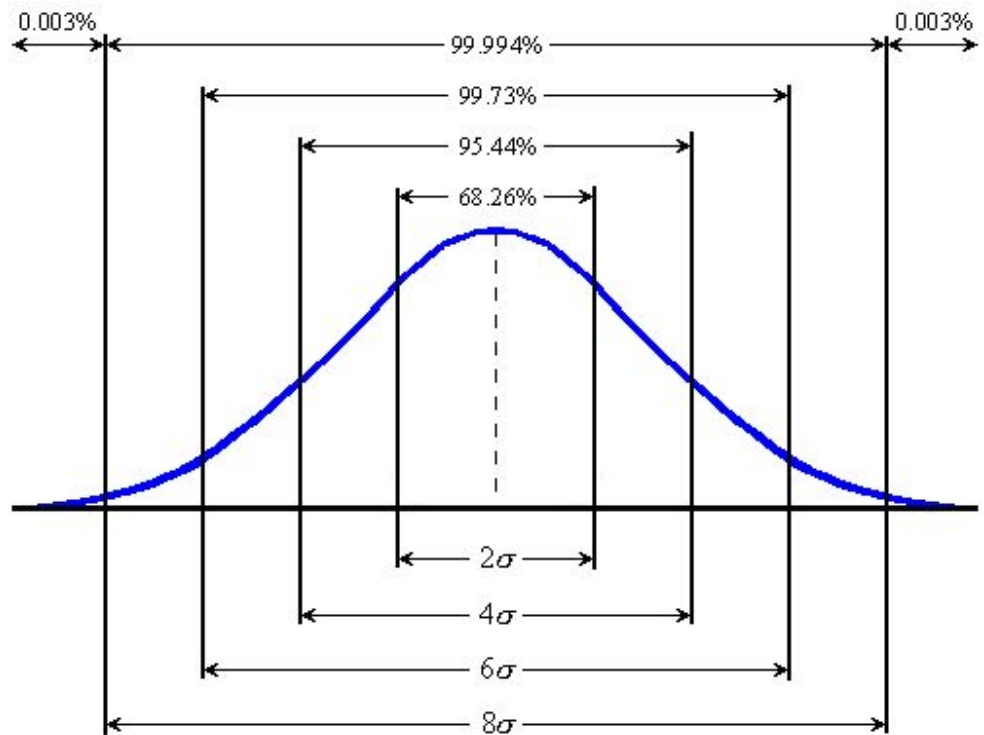
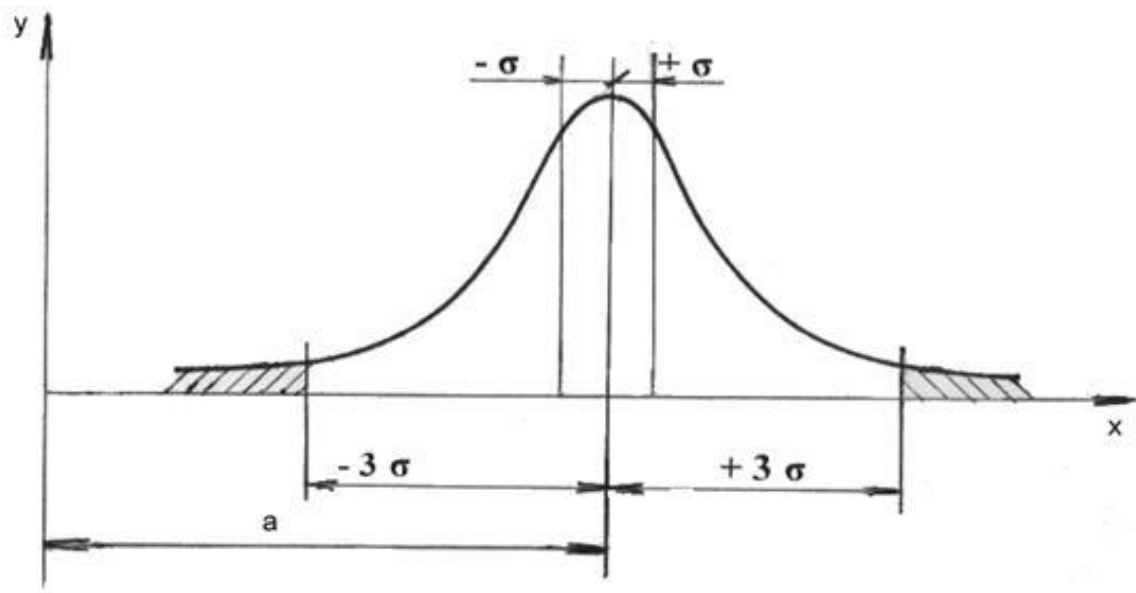
Для 68,3 % от n , $\delta \leq 1m$ или $\Delta \leq 1m$ ($t = 1$).

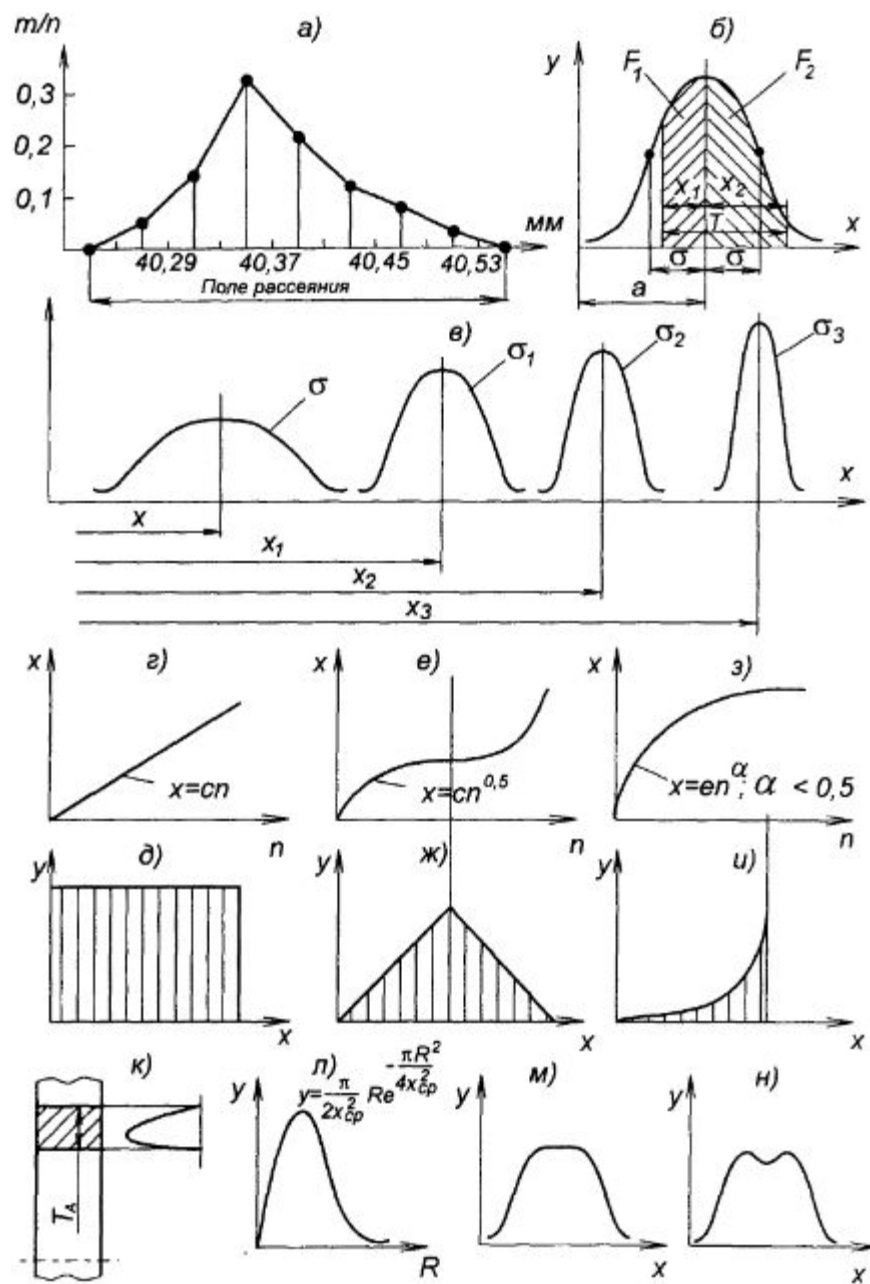
Для 95,4 % от n , $\delta \leq 2m$ или $\Delta \leq 2m$ ($t = 2$).

Для 99,7 % от n , $\delta \leq 3m$ или $\Delta \leq 3m$ ($t = 3$).

Определение доверительной вероятности и формирование допустимой погрешности, например,

$$f_{\beta}(\partial_{\text{доп}}) = t m \sqrt{n}$$





Кривые распределения и их разновидности

ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ $\Phi(x)$ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ОТНОШЕНИЯ $x = \frac{x_0}{\sigma}$

Первый столбец содержит первые две цифры отчисления $2 - \frac{x_1}{a}$, верхняя строка — третья цифра (второе место после запятой)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0080	0.0160	0.0240	0.0320	0.0398	0.0478	0.0558	0.0638	0.0718
0.1	0798	0876	0956	1034	1114	1192	1276	1350	1428	1505
0.2	1580	1664	1747	1818	1895	1974	2052	2128	2206	2282
0.3	2358	2434	2510	2586	2662	2738	2817	2893	2969	3034
0.4	3108	3182	3256	3328	3403	3472	3544	3615	3688	3759
0.5	3830	3900	3970	4038	4108	4176	4246	4314	4385	4448
0.6	4514	4582	4648	4714	4779	4844	4908	4972	5034	5098
0.7	5160	5222	5284	5346	5408	5468	5528	5588	5645	5704
0.8	5762	5820	5878	5934	5990	6046	6102	6156	6212	6266
0.9	6318	6372	6424	6476	6528	6579	6630	6680	6730	6778
1.0	6828	6876	6922	6970	7018	7062	7108	7151	7198	7242
1.1	7286	7330	7372	7416	7458	7498	7540	7580	7620	7660
1.2	7698	7738	7776	7814	7850	7888	7924	7960	7994	8030
1.3	8064	8098	8132	8164	8198	8230	8262	8294	8324	8364
1.4	8394	8414	8444	8472	8502	8530	8558	8584	8612	8638
1.5	8664	8690	8714	8740	8764	8788	8812	8836	8856	8882
1.6	8904	8925	8943	8968	8990	9010	9030	9050	9070	9090
1.7	9108	9125	9145	9164	9182	9198	9216	9232	9250	9268
1.8	9282	9298	9312	9328	9342	9356	9372	9386	9398	9412
1.9	9426	9438	9452	9464	9476	9488	9500	9512	9522	9534
2.0	9544	9555	9566	9576	9586	9596	9606	9616	9624	9634
2.1	9642	9652	9660	9668	9676	9684	9692	9700	9706	9714
2.2	9722	9728	9736	9742	9750	9756	9762	9768	9774	9780
2.3	9786	9792	9798	9802	9806	9812	9818	9822	9826	9832
2.4	9836	9840	9844	9848	9850	9852	9856	9858	9862	9864
2.5	9866	9868	9870	9872	9874	9876	9878	9879	9880	9882
2.6	9884	9886	9888	9889	9890	9892	9894	9896	9898	9899
2.7	9900	9901	9902	9903	9904	9905	9906	9907	9908	9909
2.8	9910	9911	9912	9913	9914	9915	9916	9917	9918	9919
2.9	9920	9921	9922	9923	9924	9925	9926	9927	9928	9929
3.0	9930	9931	9932	9933	9934	9935	9936	9937	9938	9939
3.1	9940	9941	9942	9943	9944	9945	9946	9947	9948	9949
3.2	9950	9951	9952	9953	9954	9955	9956	9957	9958	9959
3.3	9960	9961	9962	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969
3.4	9970	9971	9972	9973	9974	9975	9976	9977	9978	9979

Таблица значений функции Лапласа

t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)
0.00	0.00000	1.00	0.68269	2.00	0.95450	3.00	0.99730
0.01	0.00798	1.01	0.68750	2.01	0.95557	3.01	0.99739
0.02	0.01596	1.02	0.69227	2.02	0.95662	3.02	0.99747
0.03	0.02393	1.03	0.69699	2.03	0.95764	3.03	0.99755
0.04	0.03191	1.04	0.70166	2.04	0.95865	3.04	0.99763
0.05	0.03988	1.05	0.70628	2.05	0.95964	3.05	0.99771
0.06	0.04784	1.06	0.71086	2.06	0.96060	3.06	0.99779
0.07	0.05581	1.07	0.71538	2.07	0.96155	3.07	0.99786
0.08	0.06376	1.08	0.71986	2.08	0.96247	3.08	0.99793
0.09	0.07171	1.09	0.72429	2.09	0.96338	3.09	0.99800
0.10	0.07966	1.10	0.72867	2.10	0.96427	3.10	0.99806
0.11	0.08759	1.11	0.73300	2.11	0.96514	3.11	0.99813
0.12	0.09552	1.12	0.73729	2.12	0.96599	3.12	0.99819
0.13	0.10348	1.13	0.74152	2.13	0.96683	3.13	0.99825
0.14	0.11134	1.14	0.74571	2.14	0.96765	3.14	0.99831
0.15	0.11924	1.15	0.74986	2.15	0.96844	3.15	0.99837
0.16	0.12712	1.16	0.75395	2.16	0.96923	3.16	0.99842
0.17	0.13499	1.17	0.75800	2.17	0.96999	3.17	0.99848
0.18	0.14285	1.18	0.76200	2.18	0.97074	3.18	0.99853
0.19	0.15069	1.19	0.76595	2.19	0.97148	3.19	0.99858
0.20	0.15852	1.20	0.76986	2.20	0.97219	3.20	0.99863
0.21	0.16633	1.21	0.77372	2.21	0.97289	3.21	0.99867
0.22	0.17413	1.22	0.77754	2.22	0.97358	3.22	0.99872

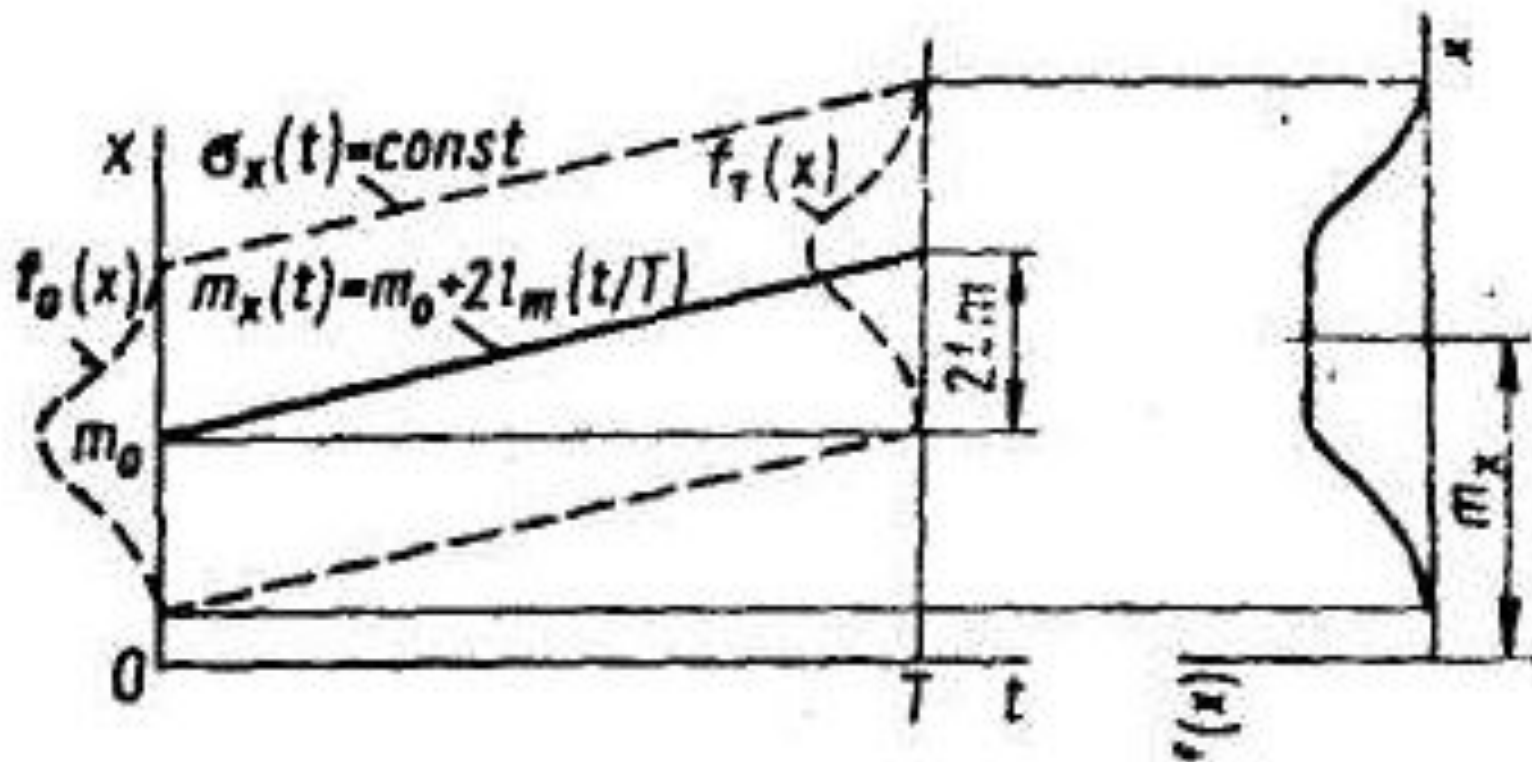


График изменения настройки процесса
во времени по линейному закону при
постоянном рассеянии

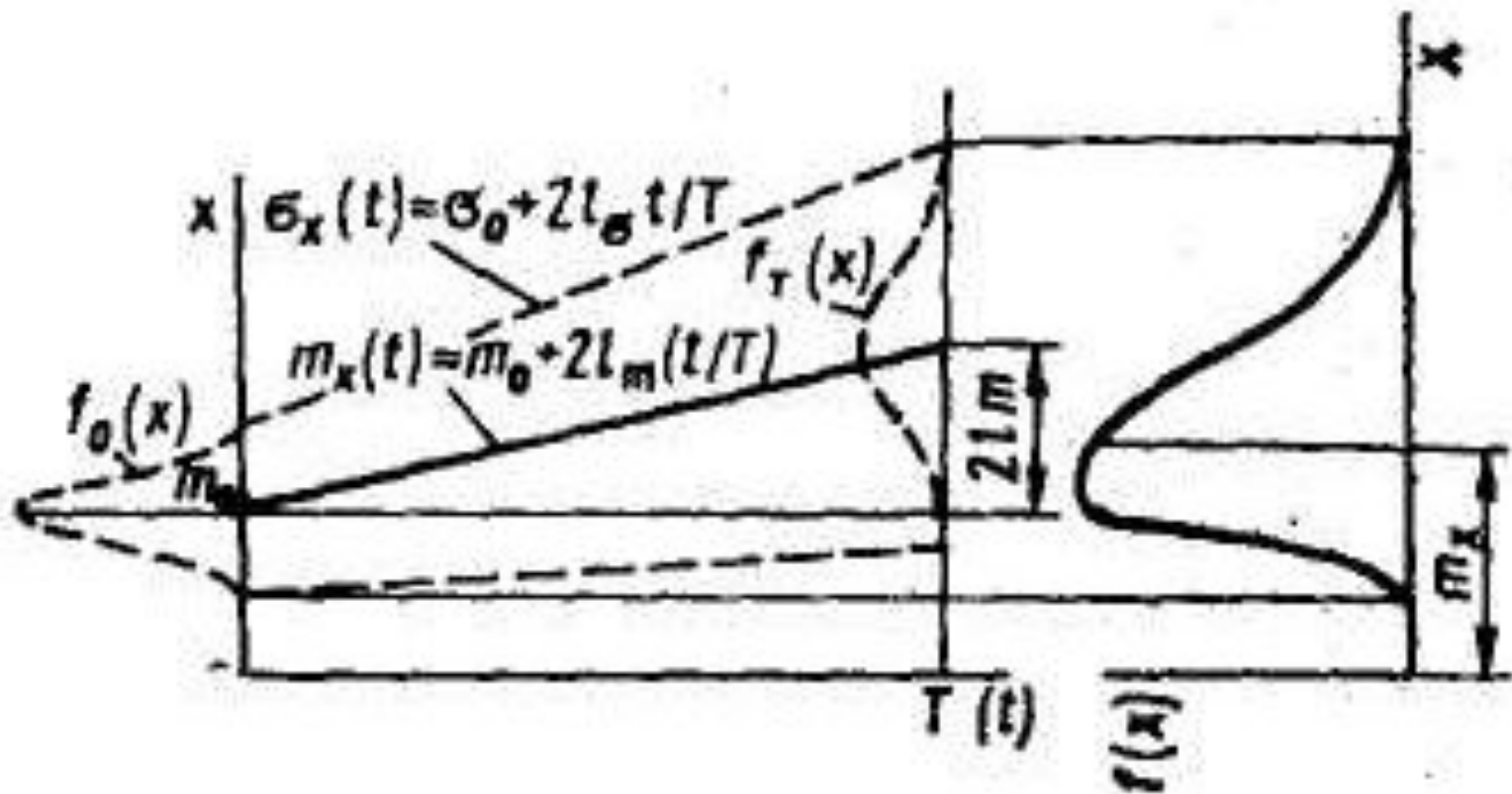
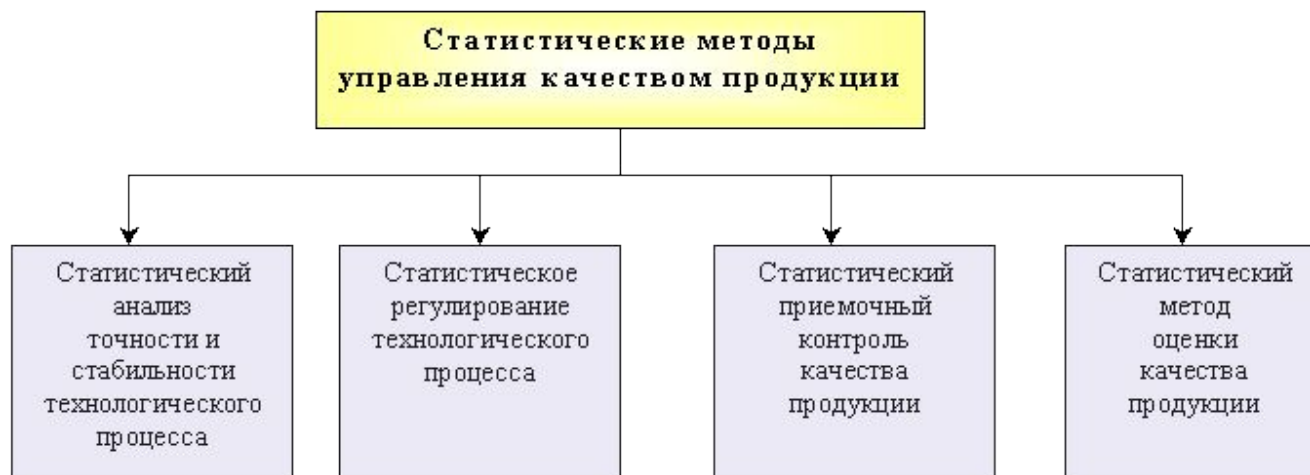


График изменения настройки процесса
и рассеяния по линейным законам

Основные области применения статистических методов управления качеством продукции



Статистический анализ точности и стабильности технологического процесса - это установление статистическими методами значений показателей точности и стабильности технологического процесса и определение закономерностей его протекания во времени.

Статистическое регулирование технологического процесса - это корректирование значений параметров технологического процесса по результатам выборочного контроля контролируемых параметров, осуществляемое для технологического обеспечения требуемого уровня качества продукции.

Статистический приемочный контроль качества продукции - это контроль, основанный на применении методов математической статистики для проверки соответствия качества продукции установленным требованиям и принятия продукции.

Статистический метод оценки качества продукции - это метод, при котором значения качества показателей качества продукции определяют с использованием правил математической статистики.

Оценка точности технологических процессов

После того как были выяснены форма и широта распределения на основании сопоставления с допуском, исследуют, возможно ли по данному технологическому процессу производить качественные изделия. Другими словами, появляется возможность по результатам обследования количественно оценить точность технологических процессов.

С этой целью можно использовать следующую формулу: $K_T = \frac{6S}{T}$,

где K_T - коэффициент точности технологического процесса;

$T = T_B - T_H$ - допуск изделия;

$S = \sigma$ - среднеквадратическое отклонение.

Точность технологического процесса оценивают исходя из следующих критериев:

$K_T \leq 0,75$ - технологический процесс точный, удовлетворительный;

$K_T = 0,76 - 0,98$ - требует внимательного наблюдения;

$K_T > 0,98$ - неудовлетворительный. В этом случае необходимо немедленно выяснить причину появления дефектных изделий и принять меры управляющего воздействия.

Расчет функциональных погрешностей

В общем случае значение выходящих контролируемых параметров изделия зависит от первичных параметров

$$y=f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Бесконечно малое приращение функции в зависимости от бесконечно малого приращения аргументов определяется полным дифференциалом

$$dy=f'_{x_1}dx_1+f'_{x_2}dx_2+\dots+f'_{x_n}dx_n$$

Для решения задач переходят к конечным приращениям

$$\Delta y=f'_{x_1}\Delta x_1+f'_{x_2}\Delta x_2+\dots+f'_{x_n}\Delta x_n$$

Отклонения первичных параметров могут происходить как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. Наибольшее отклонение функции будет при верхних отклонениях положительных членов и нижнем отрицательных

$$\Delta B y = f'_{x_1} \Delta_B x_1 + f'_{x_2} \Delta_B x_2 + \dots + f'_{x_{n-1}} \Delta_B x_{n-1} + f'_{x_n} \Delta_B x_n$$

$$\Delta H y = f'_{x_1} \Delta_H x_1 + f'_{x_2} \Delta_H x_2 + \dots + f'_{x_{n-1}} \Delta_H x_{n-1} + f'_{x_n} \Delta_H x_n$$

$$\Delta B y - \Delta H y = f'_{x_1} (\Delta_B x_1 - \Delta_H x_1) + f'_{x_2} (\Delta_B x_2 - \Delta_H x_2) + \dots + f'_{x_n} (\Delta_B x_n - \Delta_H x_n) = \Pi_y$$

$$\Pi_y = f'_{x_1} \Pi_{x_1} + f'_{x_2} \Pi_{x_2} + \dots + f'_{x_n} \Pi_{x_n}$$

$$y = y_{cp} \pm \Pi_y$$

Определенная таким образом погрешность дает максимальное значение, так как считается, что погрешности носят систематический характер.

Пример:

Дано:

$$D = 5_{-0,24}^{-0,08}$$

$$L = 100_{-0,87}$$

$$\gamma = 8,3...8,9 \text{ г/см}^3$$

Определить предельные колебания массы медного цилиндра в процессе его производства.

Масса определяется по формуле

$$G = \gamma \frac{\pi D^2}{4} L$$

$$P_D = 0,016$$

$$P_L = 0,87 \Rightarrow P_G = \frac{\pi D^2}{4} L P_\gamma + \gamma \frac{\pi D^2}{4} P_L + 2\gamma L \frac{\pi}{4} P_D$$

$$P_\gamma = 0,6$$

$$G_{cp} = \gamma_{cp} \frac{\pi D_{cp}^2}{4} L_{cp}$$

$$G = G_{cp} \pm P_G$$

Копирование погрешностей

Глубина резания, например, при обработке одной партии может изменяться от $t_{\max}$ до $t_{\min}$, причём $\Pi_3 = t_{\max} - t_{\min}$, где Π_3 - погрешность заготовки.

При обработке, технологическая система упруго деформируется $y = \omega_c P_y$

Величина P_y для различных методов резания определяется различными формулами. Применительно к точению $P_y = C_{Py} \cdot t^x \cdot S^y \cdot V^n \cdot k_p$.

Применительно к рассматриваемой задаче, когда при обработке меняется только глубина резания $P_y = C_0 \cdot t^x$, где C_0 обобщённый коэффициент, учитывающий свойства материала, величину подачи, скорость резания и др. факторы, считающиеся независимыми в условиях данной задачи.

$y = \omega_c C_0 \cdot t^x$, где ω_c – податливость.

Поскольку x всегда больше нуля, то изменениям глубины резания будут соответствовать изменения y

$$\begin{cases} y_{\min} = \omega_c \cdot C_0 \cdot t_{\min}^x \\ y_{\max} = \omega_c \cdot C_0 \cdot t_{\max}^x \end{cases}$$

Такое согласованное изменение деформации вызовет на обработанной детали повторение погрешности, подобной погрешности заготовки, то есть произойдёт так называемое копирование погрешности

$$\Pi_k = y_{\max} - y_{\min} = \omega_c C_0 \cdot (t_{\max}^x - t_{\min}^x)$$

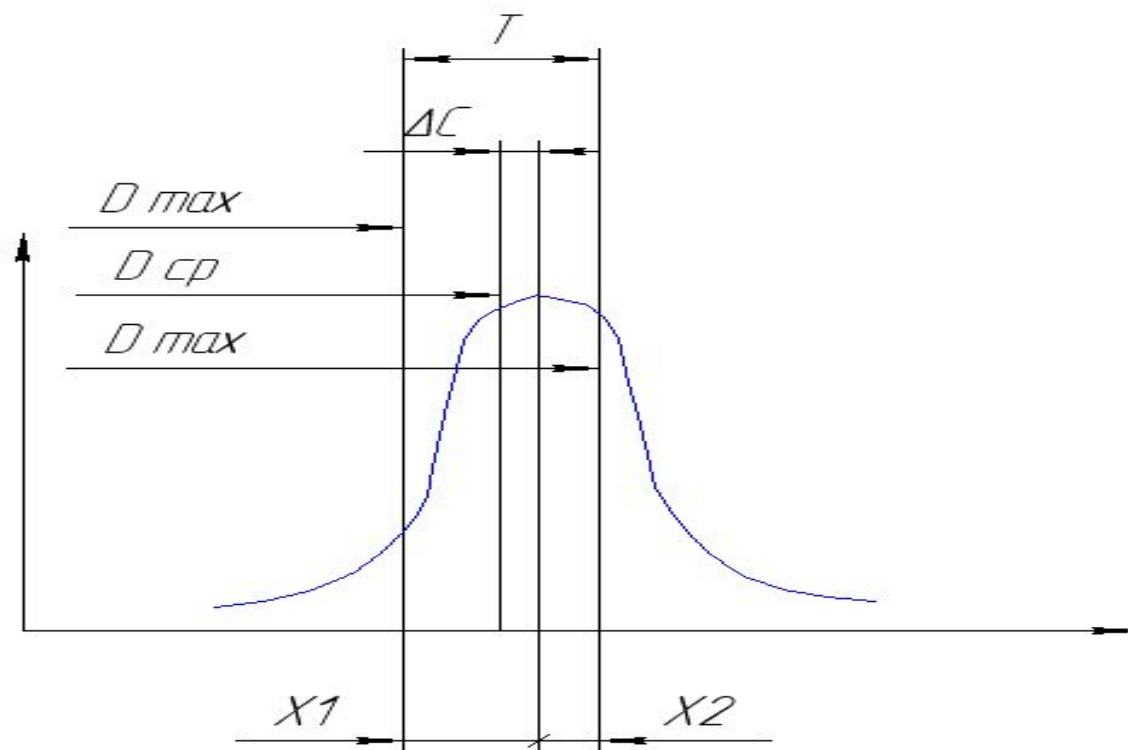
$$\Pi_k = \omega_c C_0 \cdot X \cdot t^{x-1} (t_{\max} - t_{\min}) = y \frac{x}{t} \Pi_3$$

y всегда меньше t , а x всегда меньше единицы, следовательно погрешность копирования всегда меньше погрешности заготовки, но она всегда имеет место.

С увеличением силы резания погрешность копирования увеличивается, а с увеличением глубины резания – уменьшается.

Копирование погрешности характеризуется коэффициентом копирования

$$k_k = \Pi_k / \Pi_3 = y \frac{x}{t} = \omega_c P_y \frac{x}{t}$$



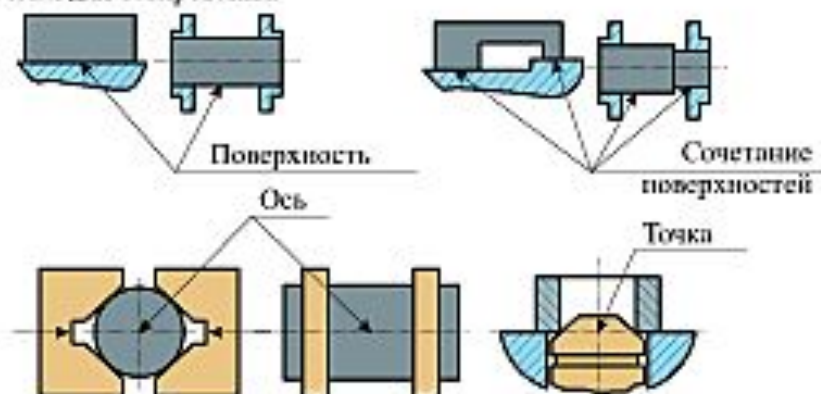
В общем случае базированием называется придание заготовке или другому изделию требуемого положения относительно выбранной системы координат (ГОСТ 21495-76).

При механической обработке заготовок на станках базированием принято считать придание заготовке требуемого положения относительно элементов станка, определяющих траектории движения подачи обрабатывающего инструмента.

Базой называется поверхность, или заменяющее ее сочетание поверхностей, ось, точка, принадлежащая заготовке или изделию и используемая для базирования. Для базирования детали обычно требуется несколько баз, образующих систему координат. Совокупность трех баз, образующих систему координат заготовки (изделия, детали) называют **комплектom баз**.

Базы, опорные точки

База — поверхность или выполняющие ту же функцию сочетание поверхностей, ось, точка, принадлежащая заготовке или изделию (объекту базирования) и используемая для базирования.

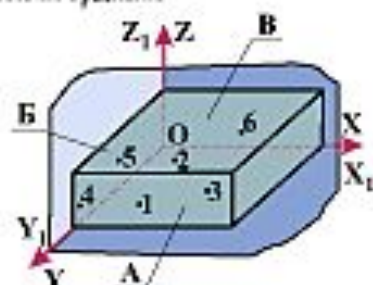


Примеры баз, содержащихся в определении

Опорная точка — точка, символизирующая одну из связей заготовки или изделия (объекта базирования) с избранной системой координат

Пример:

Опорные точки (1, 2, 3, 4, 5, 6) на базах (А, Б, В) призматической детали (объекта базирования):



А. По назначению

Конструкторская:

основная

вспомогательная

Технологическая

Измерительная

Б. По лишаемым степеням свободы

→ Установочная

→ Направляющая

→ Опорная

→ Двойная направляющая

→ Двойная опорная

В. По характеру проявления

→ Скрытая

→ Явная

Конструкторской базой называется база, которая определяет положение детали или сборочной единицы (СЕ).

Различают конструкторские базы основные и вспомогательные.

Основная база – база, принадлежащая детали и используемая для определения ее положения в изделии.

Вспомогательная база – база, принадлежащая детали используемая для определения положения присоединяемой к ней детали.

Технологическая база называется база, которая определяет положение заготовки или изделия в процессе изготовления и ремонта.

Измерительной базой называется база, которая определяет положение заготовки или изделия и средств измерения.

По числу лишаемых степеней свободы базы различают: установочную, направляющую, опорную, двойную направляющую, двойную опорную. Характеристики этих баз были рассмотрены выше при изучении базирования различных деталей.

По конструкторскому оформлению различают базы явные и скрытые.

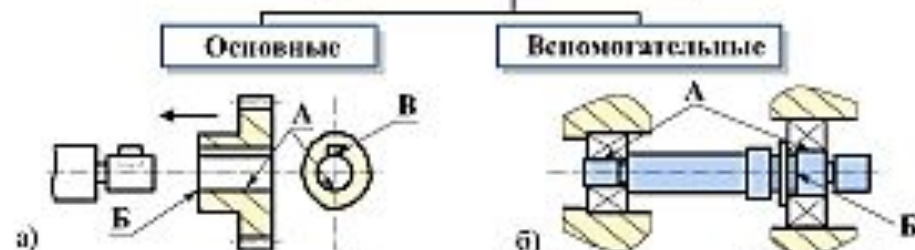
Явной базой называется реальная поверхность, разметочная риска или точка пересечения рисков. **Скрытой базой** называется ось, воображаемая поверхность или точка.

Классификация баз: конструкторские, технологические и измерительные базы



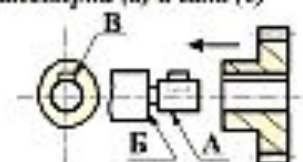
Конструкторские базы

Конструкторские базы



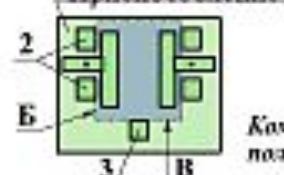
Комплект конструкторских баз: основные (А, Б, В) шестерни (а) и вала (б)

Комплект конструкторских вспомогательных баз (А, Б, В) вала со шпоной



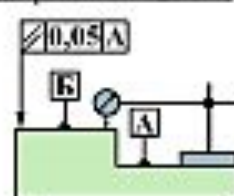
Технологические базы:

Режущий инструмент Заготовка



Комплект технологических баз (А, Б, В), определяющих положение заготовки в приспособлении

Измерительные базы:



Пример определения измерительной базы при контроле

Классификация баз

Виды баз по лишаемым степеням свободы

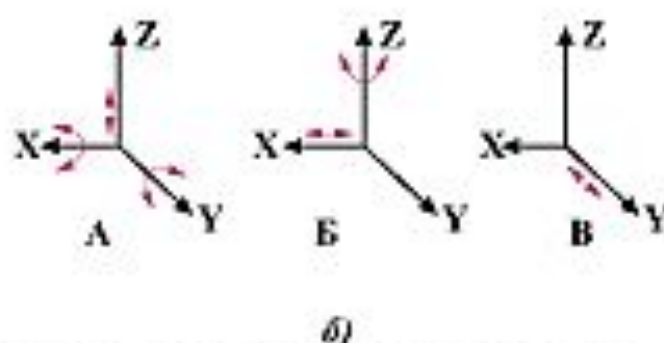
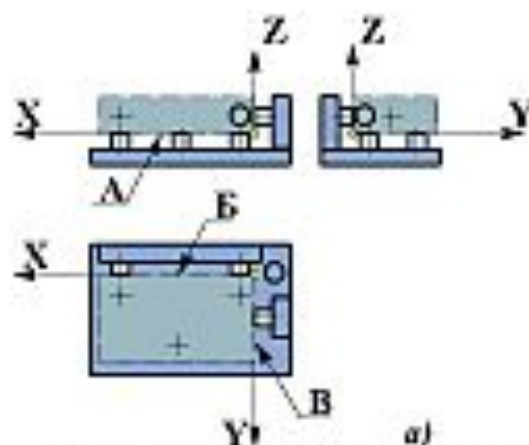
Установочная

Направляющая

Опорная

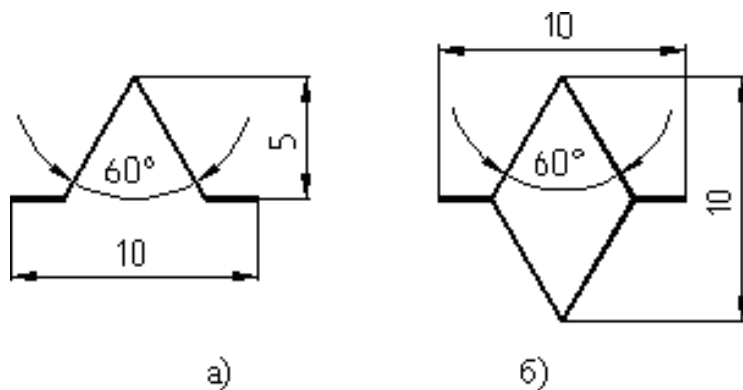
Двойная направляющая

Двойная опорная



Пример установочной (А), направляющей (Б) и опорной (В) баз (а) и ограничаемые ими степени свободы (б)

Теоретическая схема базирования представляет собой схему расположения на базовых элементах заготовки идеальных опорных точек и условных точек, символизирующих позиционные связи заготовки с принятой системой координат (опорные поверхности приспособлений, координатные плоскости станка и т. п.). При этом на контурных линиях поверхностей заготовок, принятых в качестве базовых элементов, проставляются условные обозначения идеальных точек контакта заготовок и приспособлений, которые лишают заготовку соответствующего числа степеней свободы. Согласно ГОСТ 21495-76 идеальная опорная точка обозначается символами



Изображение опорной точки: а)- вид сбоку; б) – вид сверху



Опорная контактная точка – это точка, символизирующая одну из 6-ти связей заготовки с выбранной системой координат.

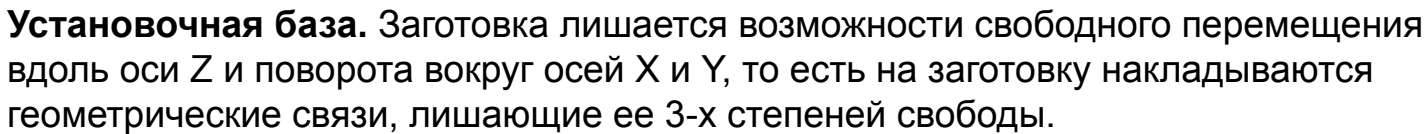
Схемой базирования называют схему расположения опорных точек на базах. Нумерацию опорных точек ведут, начиная с базы, на которой расположено наибольшее количество опорных точек.

Различают базы установочные, направляющие и опорные.

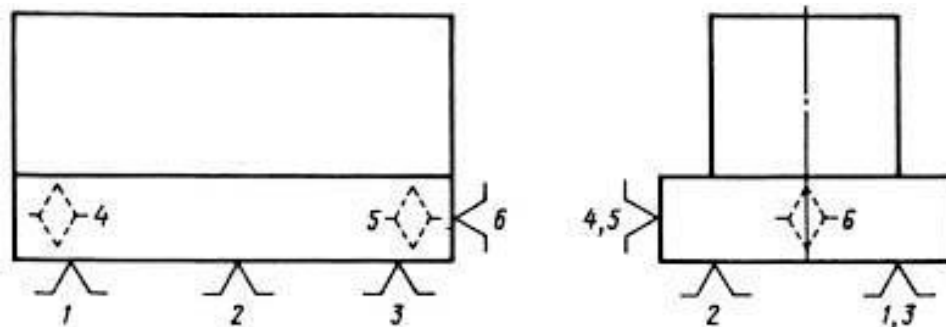
Установочная база используется для наложения на заготовку или изделие геометрических связей, лишаящих её 3-х степеней подвижности: свободного перемещения вдоль одной координатной оси и поворота вокруг двух других.

Направляющая база – это база, используемая для наложения на заготовку или изделие геометрических связей, лишаящих её 2-х степеней подвижности: свободного перемещения вдоль одной координатной оси и поворота вокруг другой.

Опорная база – база, используемая для наложения на заготовку или изделие геометрических связей, лишаящих её 1-й степени подвижности: свободного перемещения вдоль одной координатной оси.



Опорная база. Её используют для наложения на заготовку одной геометрической связи, лишаящей её одной степени свободы: свободного перемещения вдоль оси X.

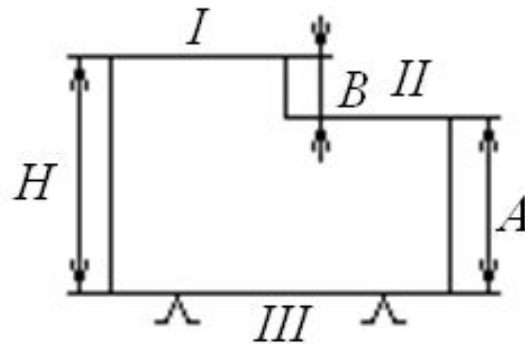


Базирование призматической заготовки в “координатный угол”.
Комплект баз: установочная (точки 1, 2, 3); направляющая (точки 4, 5),
опорная (точка 6).

Пересчёт баз

Погрешность базирования — неточность, которая возникает в размере детали в результате колебания положения измерительной базы при установке ее по установочной базе.

Погрешность базирования определяется разностью предельных расстояний от измерительной базы до установленного на размер инструмента.



$$A = H - B$$

$$T_{\Sigma} = \sum_1^m T_{i_{y\phi}} + \sum_1^n T_{i_{y\mu}}$$

$$T_B = T_H + T_A$$

$$T_A = T_B - T_H$$

$$ES_{\Sigma} = \sum_1^m ES_{i_{y\phi}} - \sum_1^n EI_{i_{y\mu}}$$

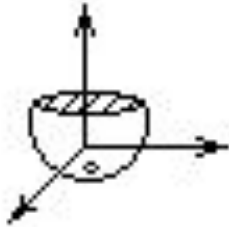
$$ES_B = ES_H - EI_A$$

$$EI_A = ES_H - ES_B$$

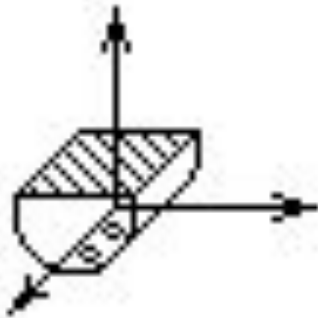
$$EI_{\Sigma} = \sum_1^m EI_{i_{y\phi}} - \sum_1^n ES_{i_{y\mu}}$$

$$EI_B = EI_H - ES_A$$

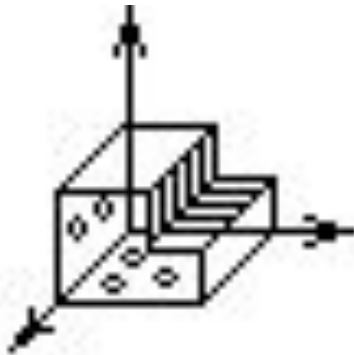
$$ES_A = EI_H - EI_B$$



Сколько степеней свободы надо лишить шар, чтобы отшлифовать площадку на расстоянии Z_0 от плоскости OXY? Очевидно, что только одной (смотри рисунок).



Если мы шлифуем площадку на цилиндре, то последний надо лишить уже 2-х степеней подвижности.



Для надёжного закрепления следующей детали необходимо лишить эту деталь 5-ти степеней свободы.

