МОУ «Инсарская средняя общеобразовательная школа №1»

Геометрические задачи «С2»

по материалам ЕГЭ – 2010

Чудаева Елена Владимировна, учитель математики,

г. Инсар, Республика Мордовия

Задачи

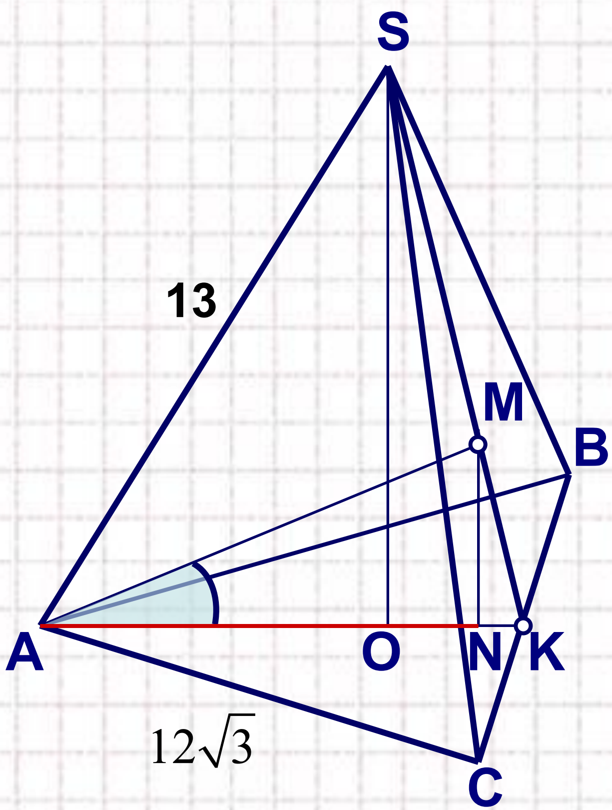
№1 Нахождение угла между плоскостью основания правильной пирамиды и прямой, соединяющей вершину основания с точкой пересечения медиан боковой грани.

№2 Нахождение тангенса угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$, в прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

№3 Нахождение угла между плоскостью основания правильной пирамиды и прямой, соединяющей середины бокового ребра и ребра основания.

№ 1 **В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра: AB = $12\sqrt{3}$, SC = 13. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AM, где M точка пересечения медиан грани SBC.**

Решение.



Пусть К – середина ребра ВС.

Прямая SK – апофема.

Прямая SO – высота пирамиды.

M – точка пересечения медиан грани SBC, поэтому SM: MK = 2:1.

Опустим из точки M перпендикуляр MN, тогда отрезок AN - проекция отрезка AM на плоскость основания.

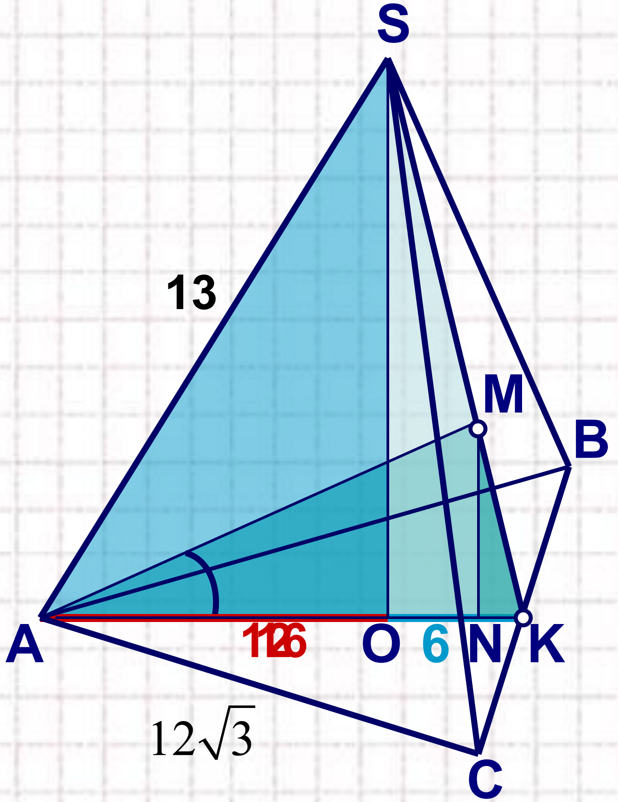
Угол MAN - искомый.

Его можно найти из прямоугольного треугольника MAN.

№ 1

В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра: AB = $12\sqrt{3}$, SC = 13. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AM, где M точка пересечения медиан грани SBC.

Решение.



Треугольник ABC - правильный, значит

$$AO = R = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 12, \quad OK = r = \frac{R}{2} = 6.$$

Из ΔSOA: $SO = \sqrt{AS^2 - AO^2} = \sqrt{169 - 144} = 5.$

ΔSOK∞ΔMNK, k = 3. Тогда,

$$MN = \frac{1}{3}SO = \frac{5}{3}, \quad NK = \frac{1}{3}OK = 2, \quad ON = 4.$$

Из прямоугольного ΔMAN, находим

$$tg(\angle MAN) = \frac{MN}{AN} = \frac{5/3}{12+4} = \frac{5}{48}.$$

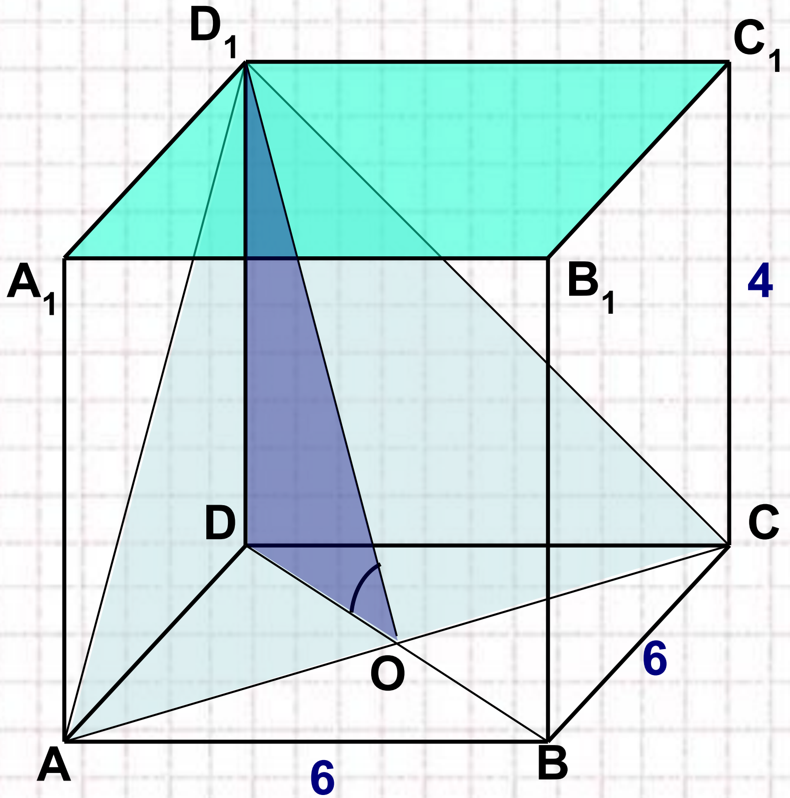
Значит, искомый угол равен $arctg\frac{5}{48}.$

Ответ: $arctg\frac{5}{48}.$

№ 2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$.

Решение.



1) Построим плоскость ACD_1.

2) Вместо плоскости $A_1B_1C_1$ возьмем параллельную ей плоскость ABC .

3) ABCD – квадрат, диагонали $AC \cap BD$ в точке O, O – середина *AC*, $DO \perp AC$.

$$DO = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{AD^2 + DC^2} = 3\sqrt{2}.$$

4) $D_1O \perp AC$, так как ΔAD_1C- равнобедренный, $AD_1 = D_1C$.

5) Значит, $\angle D_1OD$ — линейный угол искомого угла.

6) ΔD_1DO – прямоугольный, тогда

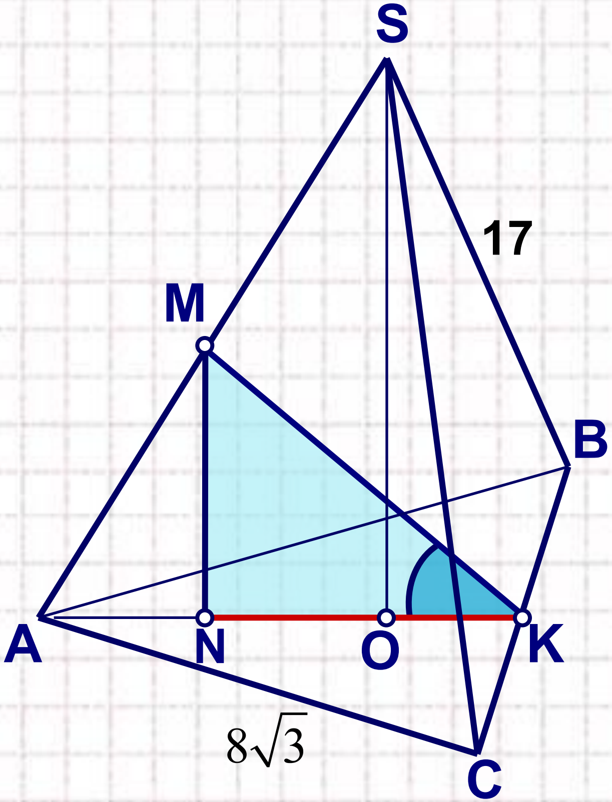
$$tg(\angle DOD_1) = \frac{DD_1}{DO} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

№ 3

В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра: AB = $8\sqrt{3}$, SC = 17. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой проходящей через середины ребер AS и BC.

Решение.



Пусть точка К – середина ребра ВС,

Точка М – середина ребра AS.

МК – прямая, проходящая через точки М и К.

SO – высота пирамиды.

Опустим из точки М перпендикуляр MN,

тогда отрезок KN - проекция отрезка КМ на плоскость основания.

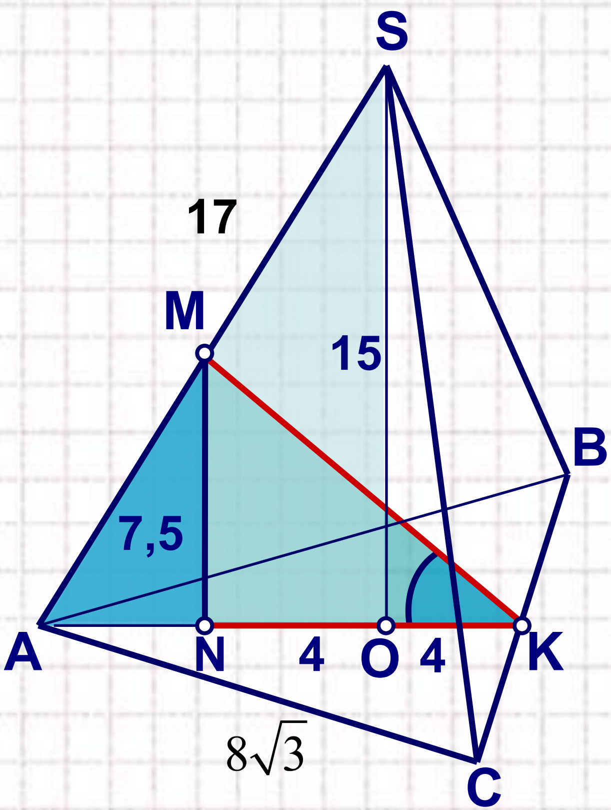
Угол MKN - искомый.

Его можно найти из прямоугольного треугольника MKN.

№ 3

В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра: AB = $8\sqrt{3}$, SC = 17. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой проходящей через середины ребер AS и BC.

Решение.



Треугольник ABC - правильный, значит

$$AO = R = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8, \qquad OK = r = \frac{R}{2} = 4.$$

Из ΔSOA: $SO = \sqrt{AS^2 - AO^2} = \sqrt{289 - 64} = 15.$

ΔSOA∾ΔMNA, т.к. ∠A – общий, ∠N=∠O=90°

k = 2, т.к. M середина AS, значит и AN=NO= $\frac{AO}{2} = 4,$

$$MN = \frac{1}{2}SO = \frac{15}{2} = 7,5.$$

Из прямоугольного ΔMKN, находим

$$tg(\angle MKN) = \frac{MN}{KN} = \frac{7,5}{4+4} = \frac{15}{16}.$$

Значит, искомый угол равен $arctg\frac{15}{16}.$

Ответ: $arctg\frac{15}{16}.$

Реши самостоятельно

№ 1 В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра: $AB = 3\sqrt{3}$, $SC = 5$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой MK, где K-середина ребра AC, а точка M делит ребро BS так что $BM:MS=3:1$.

Чертеж и подсказка

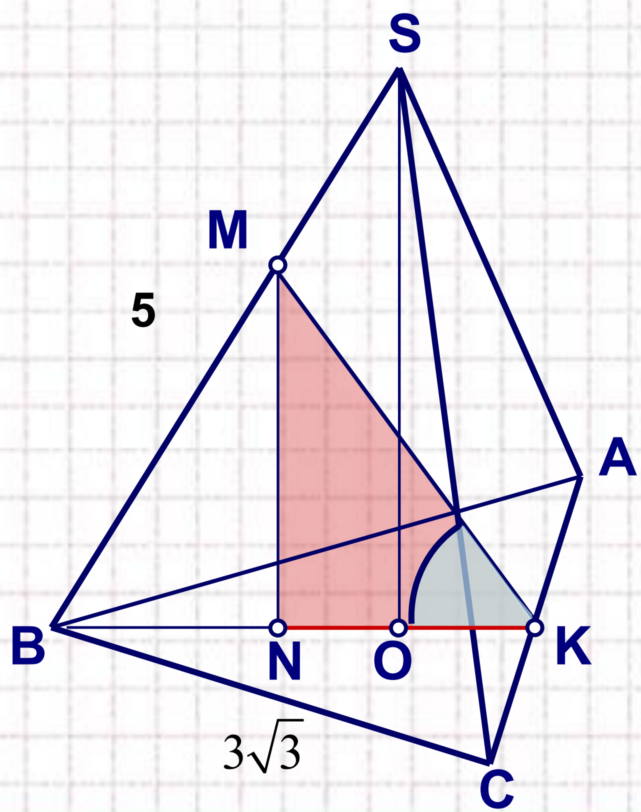
№ 2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основании которого лежит квадрат со стороной 8, а боковое ребро равно 6, найдите тангенс угла между плоскостями BC_1D и $A_1B_1C_1$.

Чертеж и подсказка

Желаю удачи!

№ 1

В правильной треугольной пирамиде SABC с основанием ABC известны ребра: AB = $3\sqrt{3}$, SC = 5. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой MK, где K- середина ребра AC, а точка M делит ребро BS так что BM:MS=3:1.



Пусть точка К – середина ребра АС.

SO – высота пирамиды.

Точка М –делит ребро BS так , что BM:MS = 3:1.

МК – данная прямая.

Опустим из точки М перпендикуляр MN, тогда отрезок NK - проекция отрезка МК на плоскость основания.

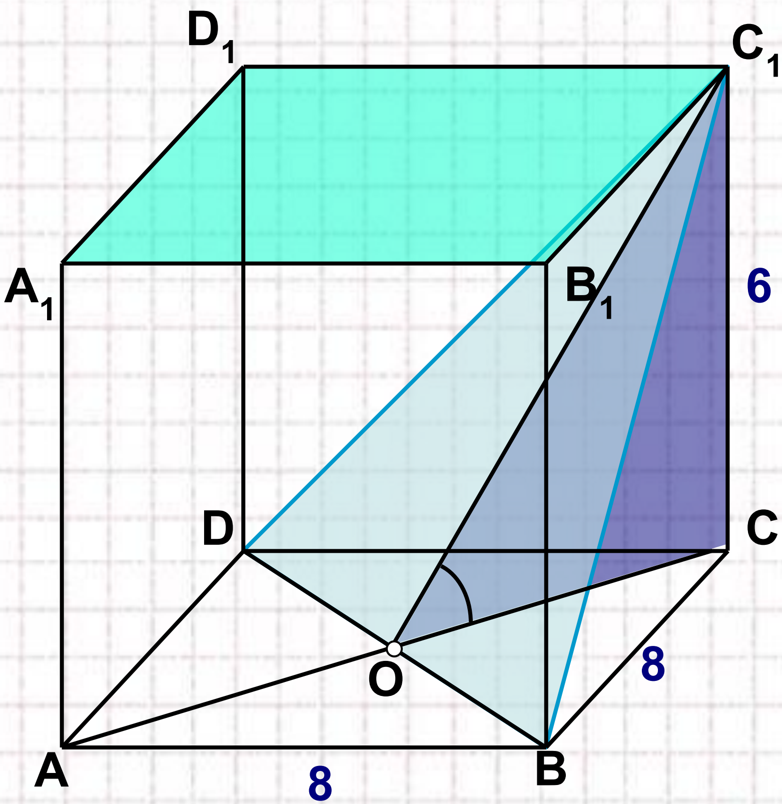
Угол MKN - искомый.

Его можно найти из прямоугольного треугольника MKN.

Ответ: $arctg\frac{4}{3}.$

№ 2

В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основании которого лежит квадрат со стороной 8, а боковое ребро равно 6, найдите тангенс угла между плоскостями BC_1D и $A_1B_1C_1$.



1) Построим плоскость BC_1D.

2) Вместо плоскости $A_1B_1C_1$ возьмем параллельную ей плоскость ABC.

3) ABCD – квадрат, диагонали $AC \cap BD$ в точке O, O – середина AC, $DO \perp AC$.

4) $C_1O \perp BD$, так как ΔBDC_1- равнобедренный, $DC_1=C_1B$.

5) Значит, $\angle C_1OC$ - искомый угол.

6) ΔC_1CO – прямоугольный, тогда

$$tg(\angle OCC_1)=\frac{CC_1}{CO}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

Использованные ресурсы

Тексты задач взяты с сайта Александра Ларина:

http://alexlarin.narod.ru/ege.html

Рисунок на слайдах №2 и №8 взяты с сайта:

http://office.microsoft.com/ru-ru/images/results.aspx?qu=%D1%81%D0%BC%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D1%8B

Для создания шаблона презентации использовалась картинка http://www.box-m.info/uploads/posts/2009-04/1238954029_1.jpg и шаблон с сайта http://aida.ucoz.ru