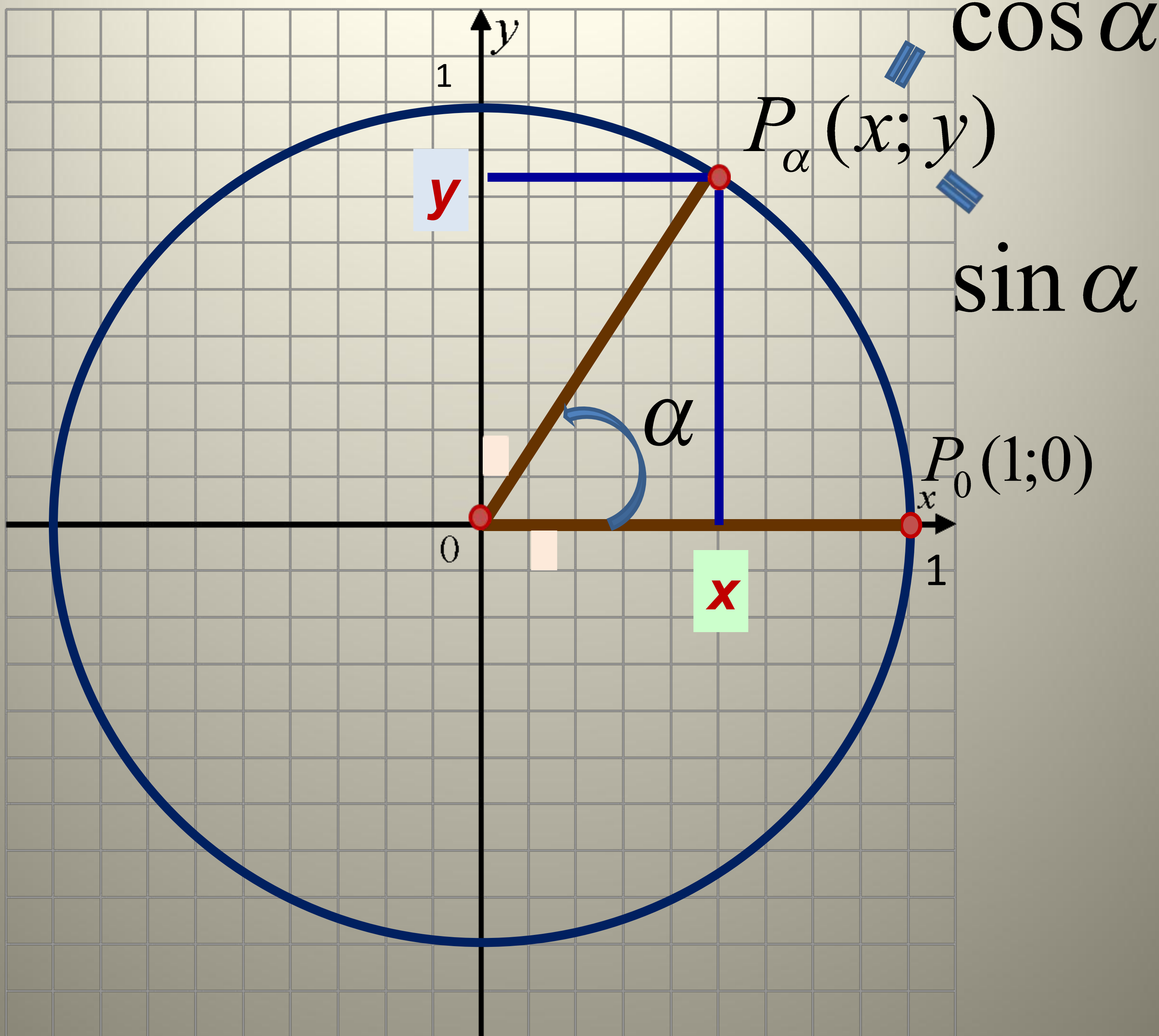
«Тригонометрические функции числового аргумента»

В $XVIII$ веке Леонард Эйлер дал современные, более общие определения, расширив область определения этих функций на всю числовую ось.

$\alpha - угол\_поворота$

$-\infty < \alpha < +\infty$

$\alpha \in R$



$\cos\alpha$
y
1
$P_\alpha(x;y)$
y
$\sin\alpha$
α
$P_0(1;0)$
x
0
1
x

$$\sin\alpha = y$$

Синус угла определяется как ордината точки P_α

$$\cos\alpha = x$$

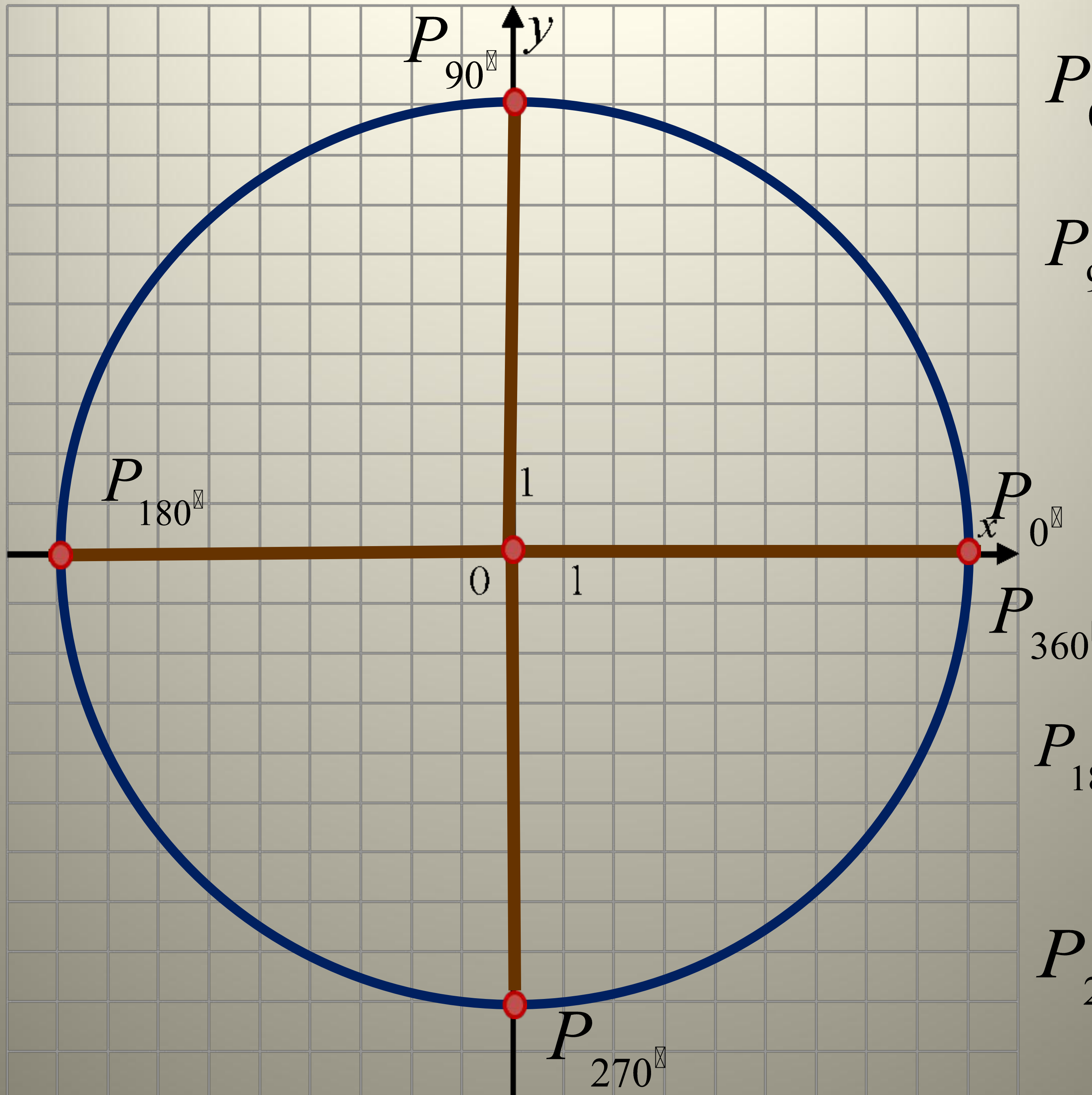
Косинус — абсцисса точки P_α

$$tg\alpha = \frac{y}{x}$$

Тангенс – отношение ординаты к абсциссе точки P_α

$$ctg\alpha = \frac{x}{y}$$

Котангенс – отношение абсциссы к ординате точки P_α



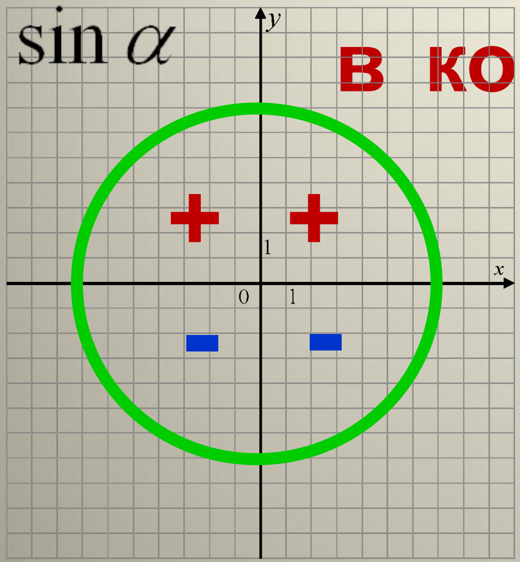
P_{0°**(1; 0)**

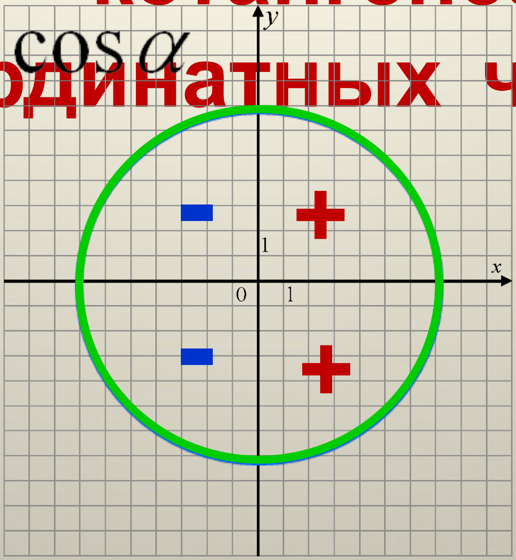
P_{90°**(0; 1)**

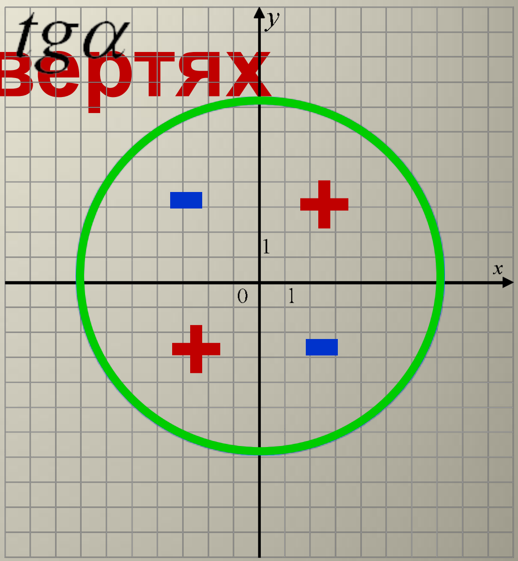
P_{180°**(-1; 0)**

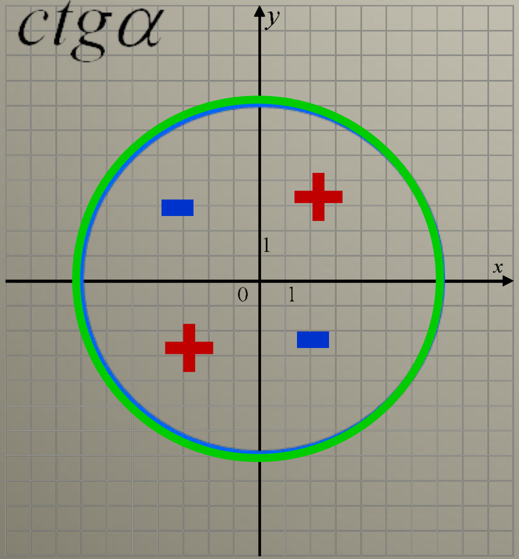
P_{270°**(0;-1)**

Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса в координатных четвертях









$\sin 68^\circ > 0$

$\sin 153^\circ > 0$

$\sin 249^\circ < 0$

$\sin 315^\circ < 0$

$\cos 76^\circ > 0$

$\cos 236^\circ < 0$

$tg 127^\circ < 0$

$ctg 195^\circ > 0$

Четность, нечетность синуса, косинуса, тангенса, котангенса

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$tg(-\alpha) = -tg\alpha$$

$$ctg(-\alpha) = -ctg\alpha$$

Нечетные функции

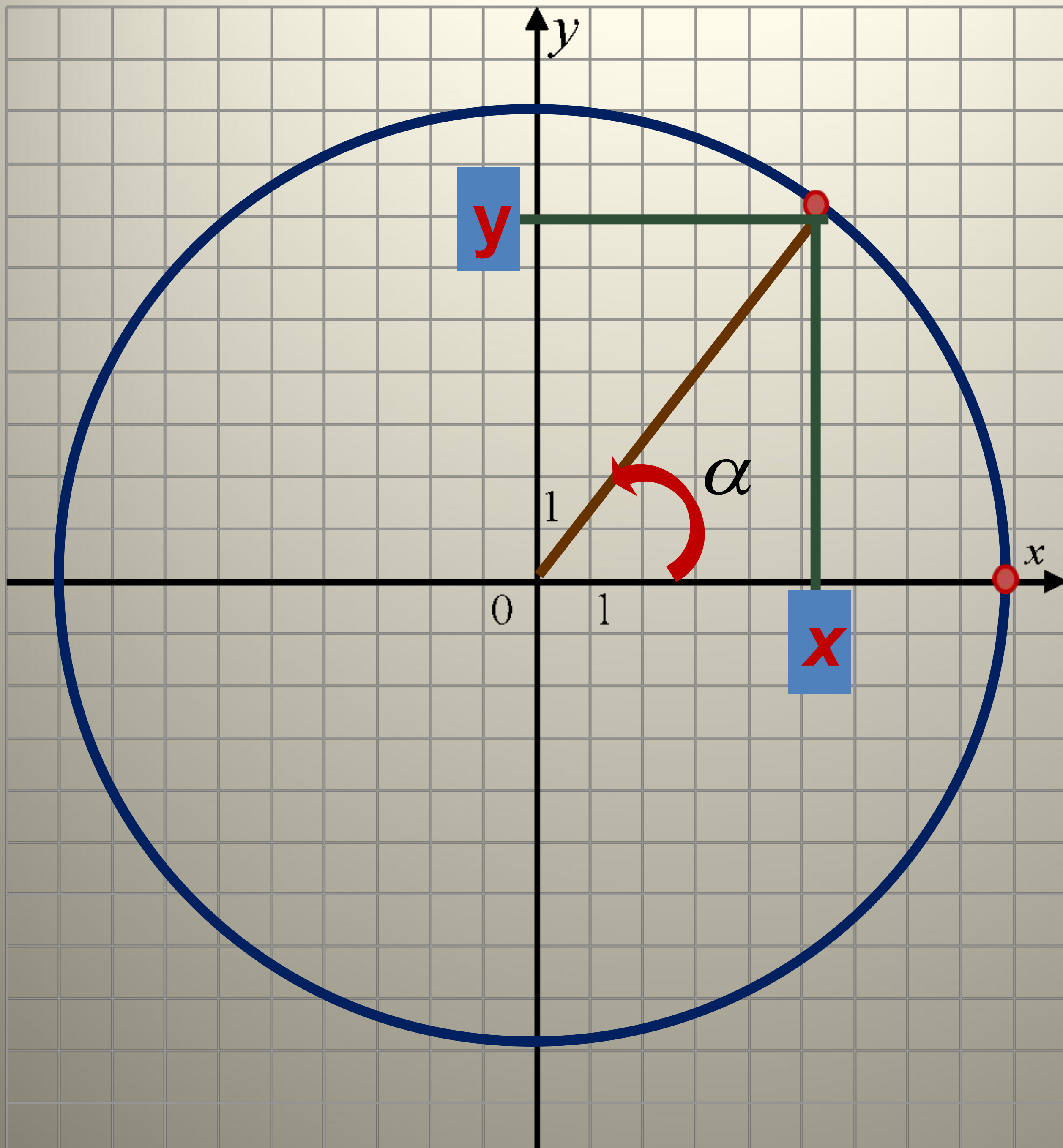
$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

Четная функция

Периодичность тригонометрических функций

При изменении угла на целое число оборотов
значения синуса, косинуса, тангенса, котангенса
не изменяются

Т – период
Для синусаи косинуса:Т=2π
Для тангенса и котангенса: Т=2π

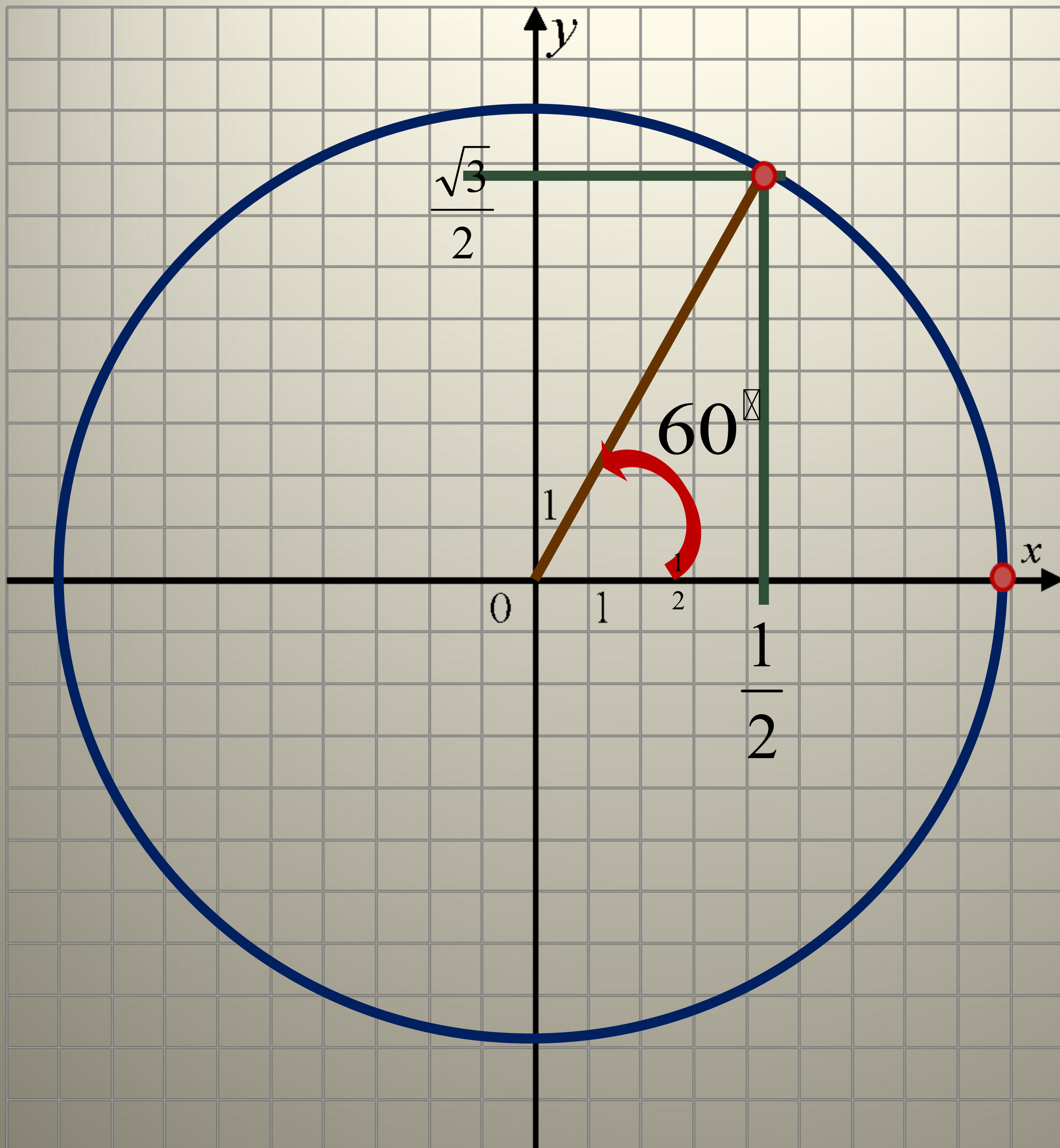


$$\sin\alpha =$$
$$= \sin(\alpha + 360^\circ) =$$
$$= \sin(\alpha + 2\cdot 360^\circ) =$$
$$= \sin(\alpha + n\cdot 360^\circ)$$

$$\cos\alpha =$$
$$= \cos(\alpha + 360^\circ) =$$
$$= \cos(\alpha + 2\cdot 360^\circ) =$$
$$= \cos(\alpha + n\cdot 360^\circ)$$

$$tg\alpha =$$
$$= tg(\alpha + n\cdot 180^\circ)$$

$$ctg\alpha =$$
$$= ctg(\alpha + n\cdot 180^\circ)$$



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 420^\circ = ?$$

$$\sin 780^\circ = ?$$

$$\cos 420^\circ = ?$$

$$\cos 780^\circ = ?$$

$$\sin 780^\circ = \sin(60^\circ + 2\cdot 360^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 420^\circ = \sin(60^\circ + 360^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 780^\circ = \cos(60^\circ + 2\cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 420^\circ = \cos(60^\circ + 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 765^\circ = \sin(45^\circ + 2\cdot 360^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 1110^\circ = \cos(30^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(-1470^\circ) = -\sin 1470^\circ = -\sin(30^\circ + 4\cdot 360^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(-1140^\circ) = \cos 1140^\circ = \cos(60^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin(-810^\circ) = -\sin 810^\circ = -\sin(90^\circ + 2\cdot 360^\circ) = -\sin 90^\circ = -1$$

$$\cos(-1170^\circ) = \cos 1170^\circ = \cos(90^\circ + 3\cdot 360^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

$$\sin(-\frac{\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2{,}5\pi = \sin(0{,}5\pi + 2\pi) = \sin 0{,}5\pi = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$\cos(-\frac{9\pi}{4}) = \cos(2\frac{1}{4}\pi) = \cos(2\pi + \frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\frac{13\pi}{6} = tg(2\frac{1}{6}\pi) = tg(\frac{\pi}{6} + 2\pi) = tg\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$ctg(-\frac{7\pi}{3}) = -ctg(2\frac{1}{3}\pi) = -ctg(\frac{\pi}{3} + 2\pi) = -ctg\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$