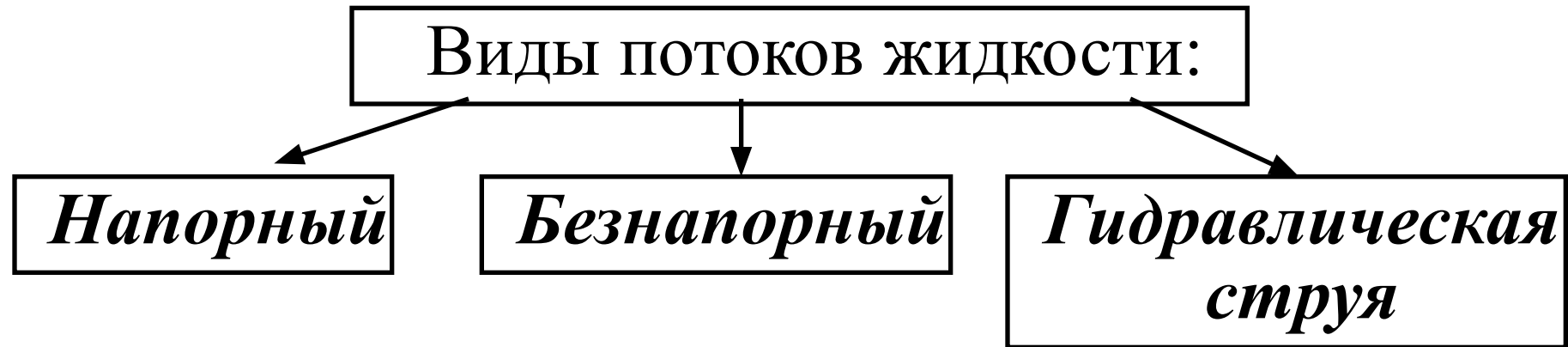


ГИДРОДИНАМИКА

Поток жидкости и его основные понятия

Поток жидкости – совокупность элементарных струек, ограниченных твердыми, жидкими или газообразными телами.



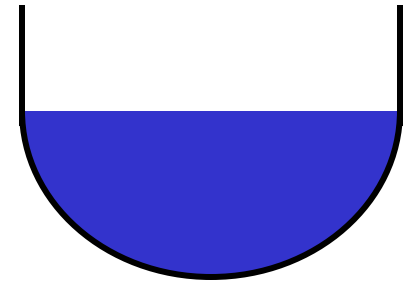
Параметры потока жидкости:

1. Живое сечение S , м^2 — поперечное сечение, нормальное к направлению движения потока.

2. Смоченный периметр χ , м — длина контура живого сечения потока по твердым стенкам, ограничивающим поток.

3. Гидравлический радиус R_{Γ} , м

$$R_{\Gamma} = S / \chi$$



4. Эквивалентный диаметр , м

$$d_{\text{ЭКВ}} = 4R_{\Gamma} = 4S / \chi$$

$$d_{\text{ЭКВ}} = 4S / \chi = \frac{4\pi d_{\text{тр}}^2}{4\pi d_{\text{тр}}} = d_{\text{тр}}$$

5. Расход – количество жидкости, протекающей за единицу времени через живое сечение потока.

объемный, $\text{м}^3/\text{с}$

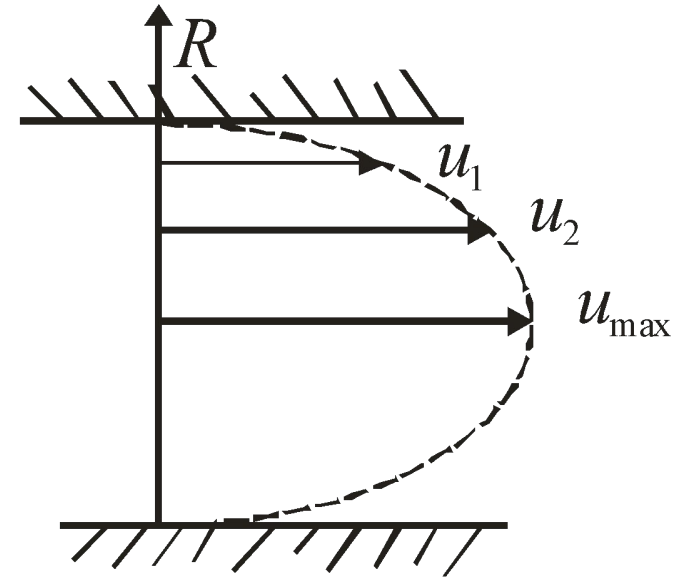
$$Q = V / t$$

массовый, $\text{кг}/\text{с}$

$$Q_m = m / t$$

весовой, $\text{Н}/\text{с}$

$$Q_G = G / t$$

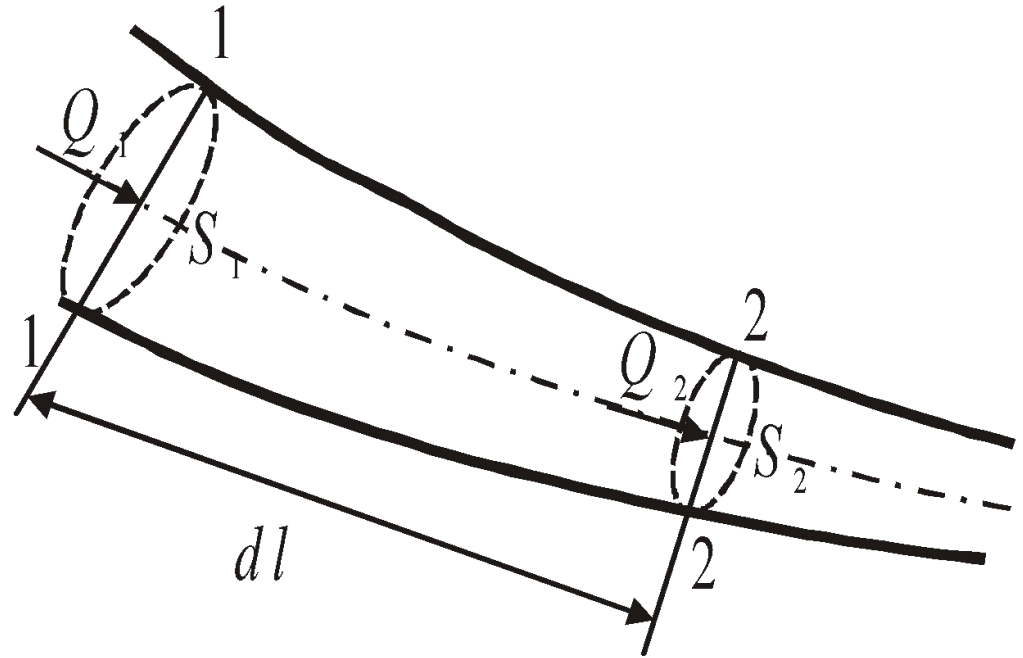


6. Средняя скорость – усредненная величина, выбранная таким образом, что расход жидкости, вычисленный по ней, равен действительному расходу жидкости.

$$v = \frac{Q}{S}$$

Уравнение неразрывности для потока жидкости

$$Q = vS = \text{const}$$



Уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости

Идеальная жидкость

1. абсолютно несжимаема
2. абсолютно текуча
(отсутствие сил внутреннего трения)

$$\mu = 0$$

$$H = \text{const}$$

**Физический смысл уравнения Бернулли:
величина гидродинамического напора
постоянна для всех живых сечений потока
идеальной жидкости.**

Геометрический и энергетический смысл уравнения Бернулли для идеальной жидкости

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} = H = \text{const}$$

z – геометрический напор,

$\frac{p}{\rho g}$ – пьезометрический напор,

$\frac{u^2}{2g}$ – скоростной напор.

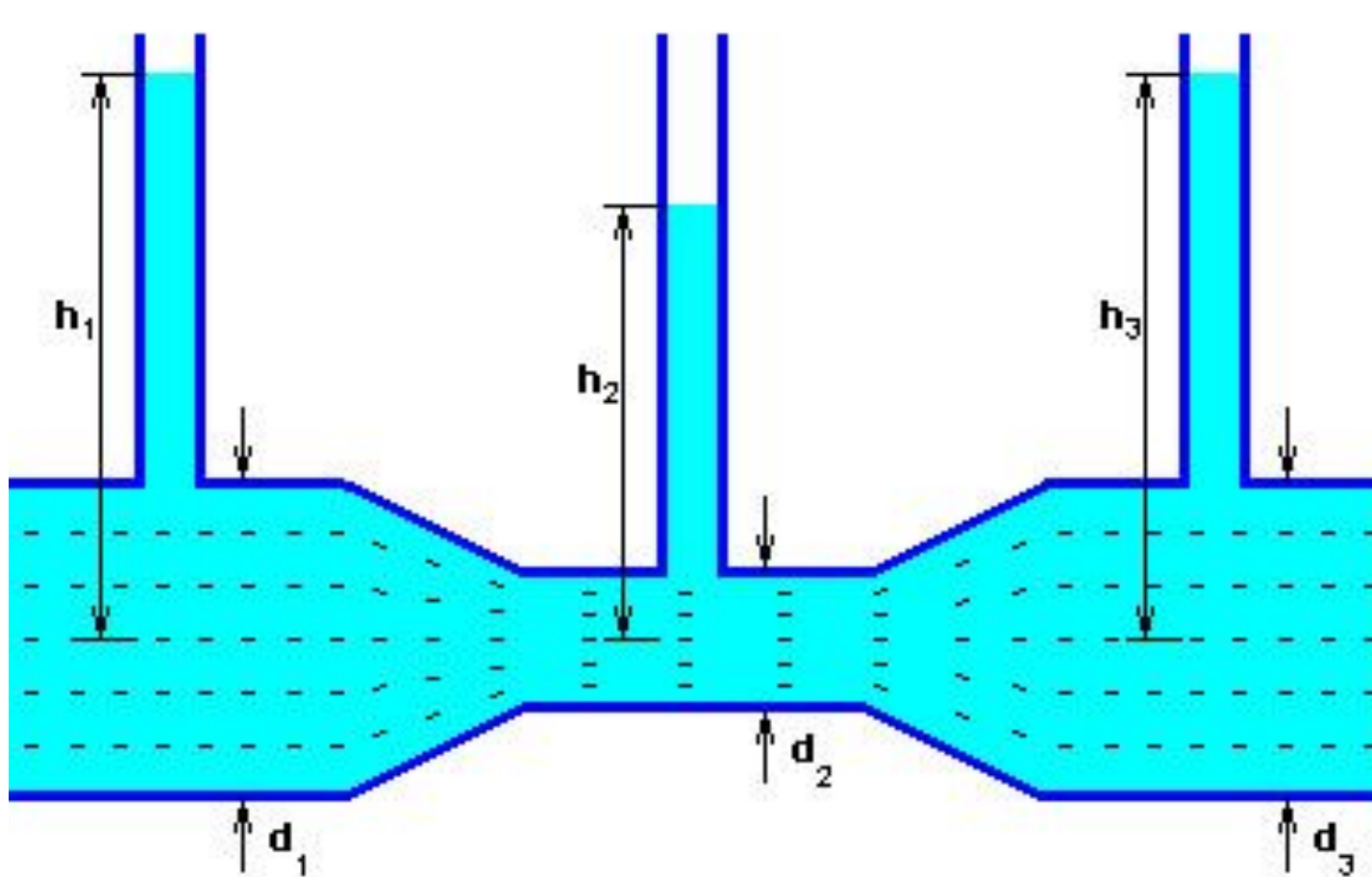
$$\frac{u^2}{2g} = \left(\frac{Q}{S} \right)^2 \frac{1}{2g}$$

$$mgz + \frac{mp}{\rho} + \frac{mu^2}{2} = mgH = \text{const}$$

mgz – потенциальная энергия положения частицы;
 mp/ρ – потенциальная энергия давления частицы;
 $mu^2/2$ – кинетическая энергия частицы;
 mgH – полная механическая энергия частицы.

Закон сохранения энергии в идеальной жидкости:
в процессе движения идеальной жидкости одна
форма энергии может преобразовываться в
другую, однако полная механическая энергия
жидкости остается постоянной.

В местах сужения скорость течения
возрастает, а давление понижается.



Уравнение Бернулли для установившегося потока реальной жидкости

Мощность потока – полная энергия, которую поток проносит через живое сечение в единицу времени:

$$N = H \rho g Q = H Q_G$$

$$H = \frac{N}{\rho g Q} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}$$

где $\alpha = \frac{\int u^3 dS}{v^3 S}$ – коэффициент Кориолиса.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h \quad ,$$

Уравнение Бернулли для реальной жидкости в сравнении с уравнением Бернулли для идеальной жидкости имеет следующие отличия:

1. скоростной напор определяется через среднюю по сечению потока скорость;
2. неравномерность распределения скорости по живому сечению потока учитывается коэффициентом Кориолиса;
3. учитываются существующие потери напора.

Физический смысл коэффициента Кориолиса

$$\alpha = \frac{\int_S u^3 dS}{u^3 S} = \frac{E_{\text{вращ}}}{E_{\text{пост}}}$$

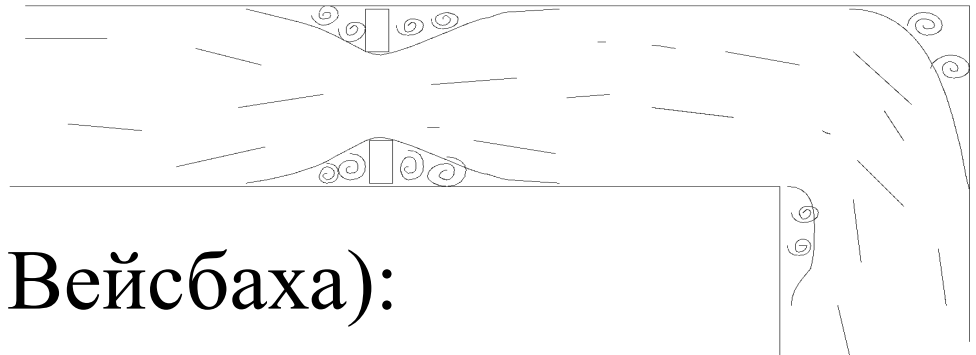
При $u = \text{const}$ $\alpha = 1$

При $u \neq \text{const}$ $\alpha > 1$

Общие сведения о гидравлических потерях

1. По длине (формула Дарси – Вейсбаха):

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad p_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho v^2}{2},$$

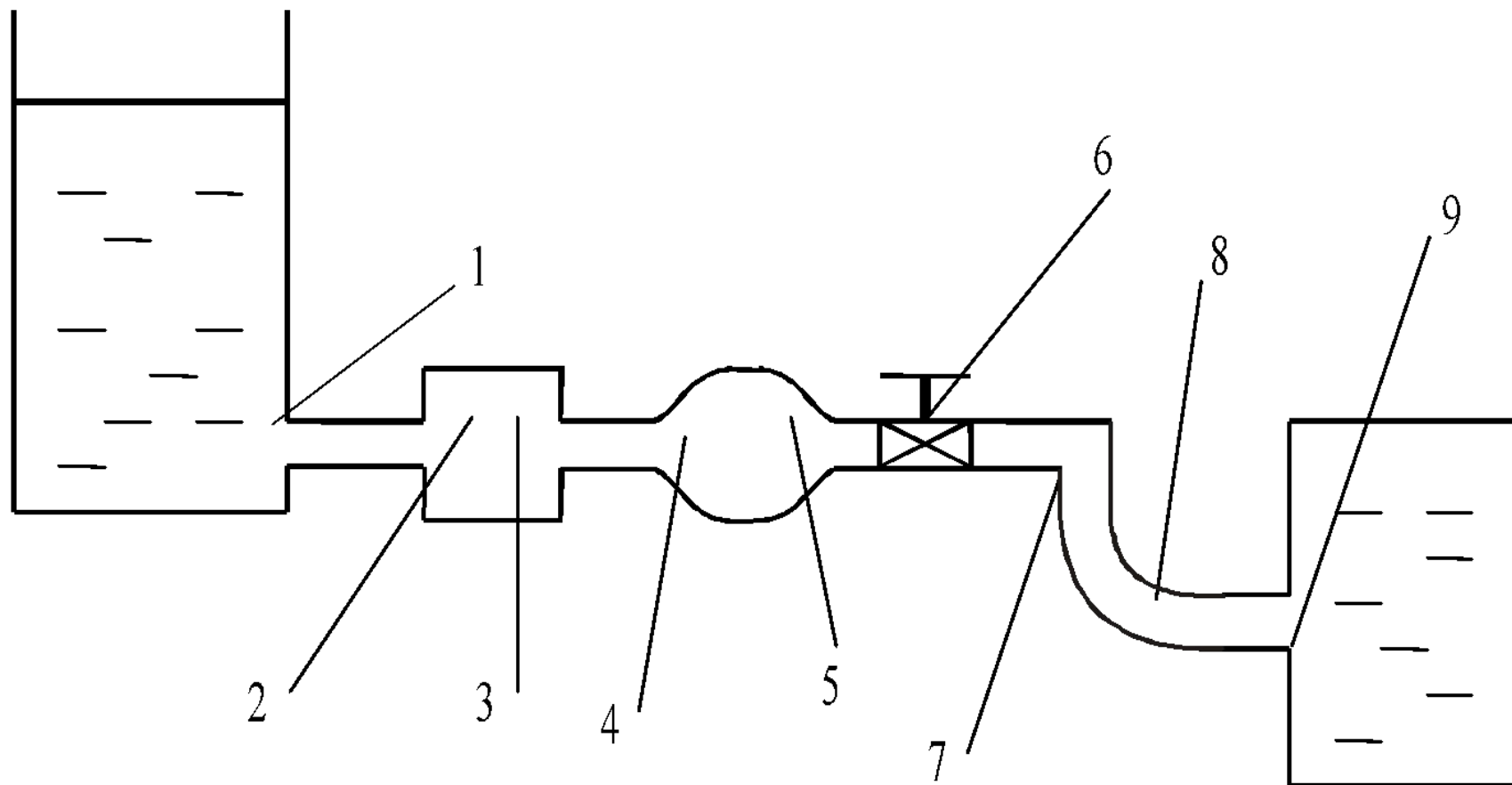


2. Местные (формула Вейсбаха):

$$h_{\text{м}} = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad p_{\text{м}} = \zeta \frac{\rho v^2}{2},$$

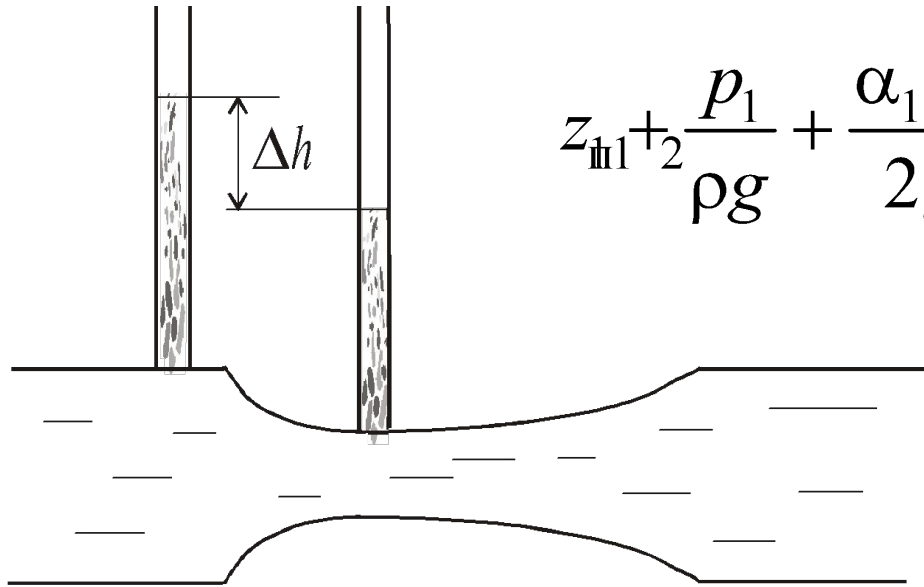
$$\sum h_{\text{п1-2}} = \sum h_{\text{дл}i} + \sum h_{\text{м}i}$$

Местные гидравлические сопротивления



1 - вход жидкости в трубу, 2 и 3 - внезапное расширение и сужение потока, 4 и 5 - постепенное расширение и сужение потока, 6 - кран, 7 и 8 - резкий и плавный поворот, 9 - выход из трубы.

Практическое применение уравнения Бернулли



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{\text{пот}}.$$

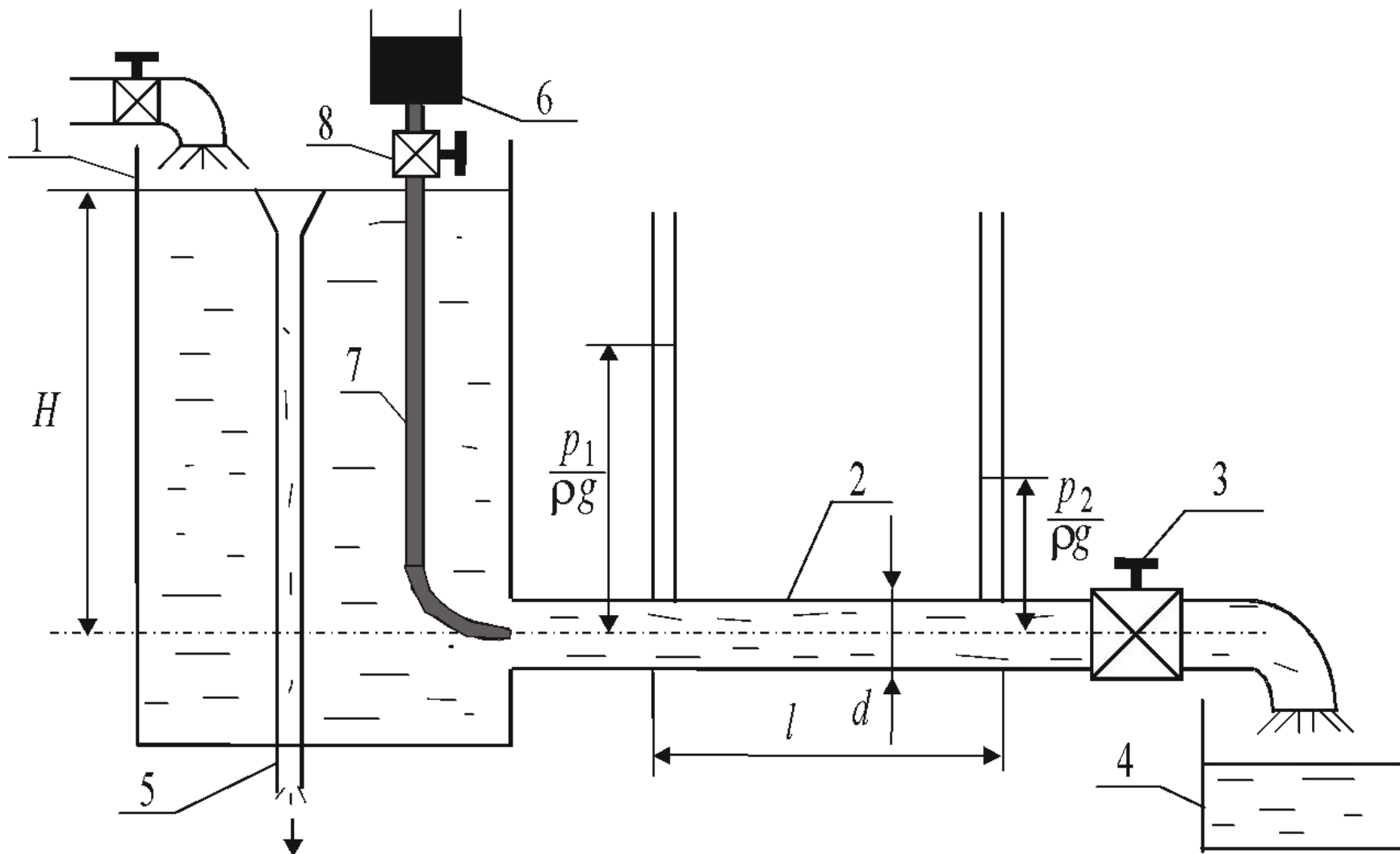
$$z_1 = z_2, \quad Q = v_1 S_1 = v_2 S_2$$

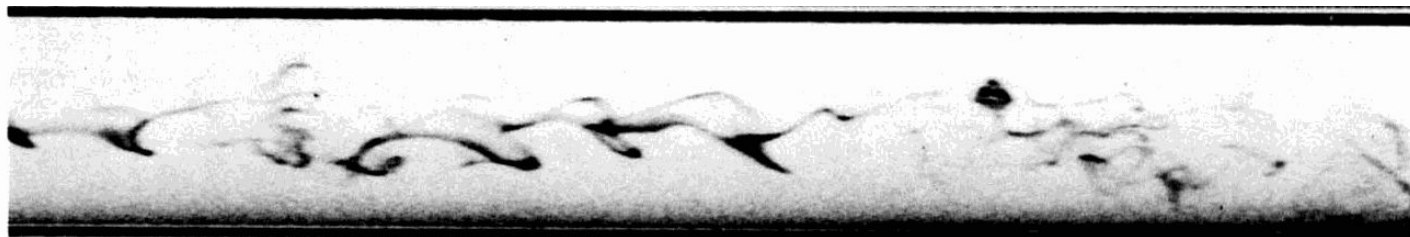
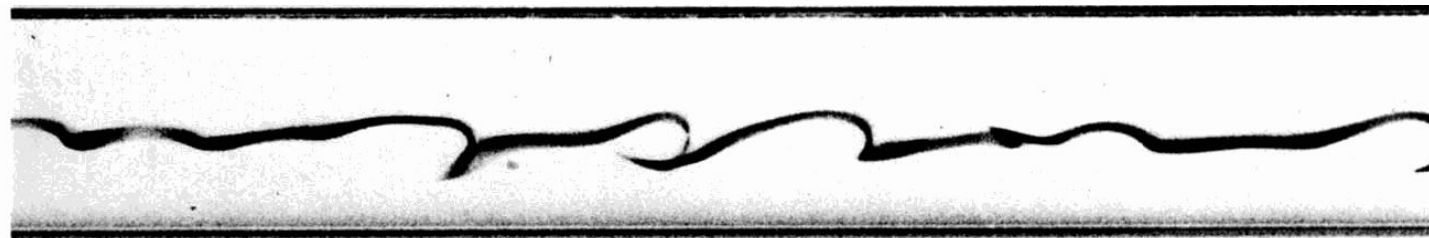
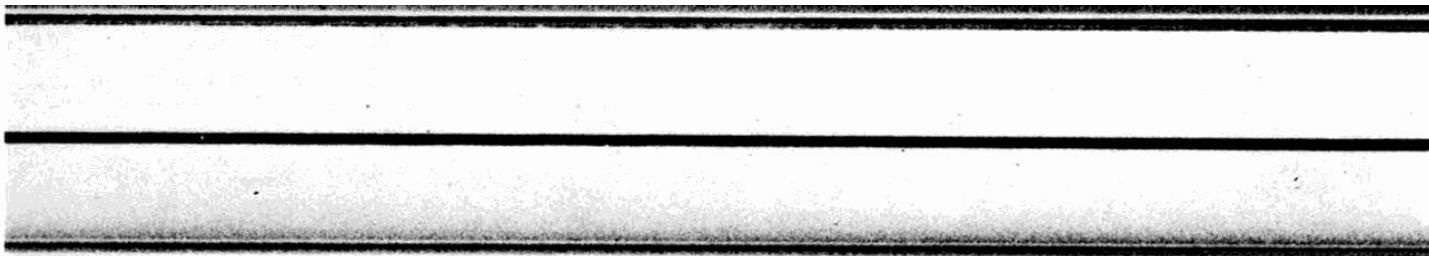
$$Q = \frac{S_2 \sqrt{2\Delta p / \rho}}{\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1 (S_2 / S_1)^2 + \zeta}} = \mu S_2 \sqrt{2\Delta p / \rho} = \mu S_2 \sqrt{2g\Delta h}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 2\rho g\Delta h, \quad \mu = \left(\alpha_2 - \alpha_1 (S_2 / S_1)^2 + \zeta \right)^{-0,5}$$

Режимы движения жидкости.

Опыт Рейнольдса





Ламинарный режим – слоистое движение.

Турбулентный режим – хаотичное движение.

$$\frac{v_{\text{ср}} \cdot d_{\text{т}}}{\nu} = \text{Re}$$

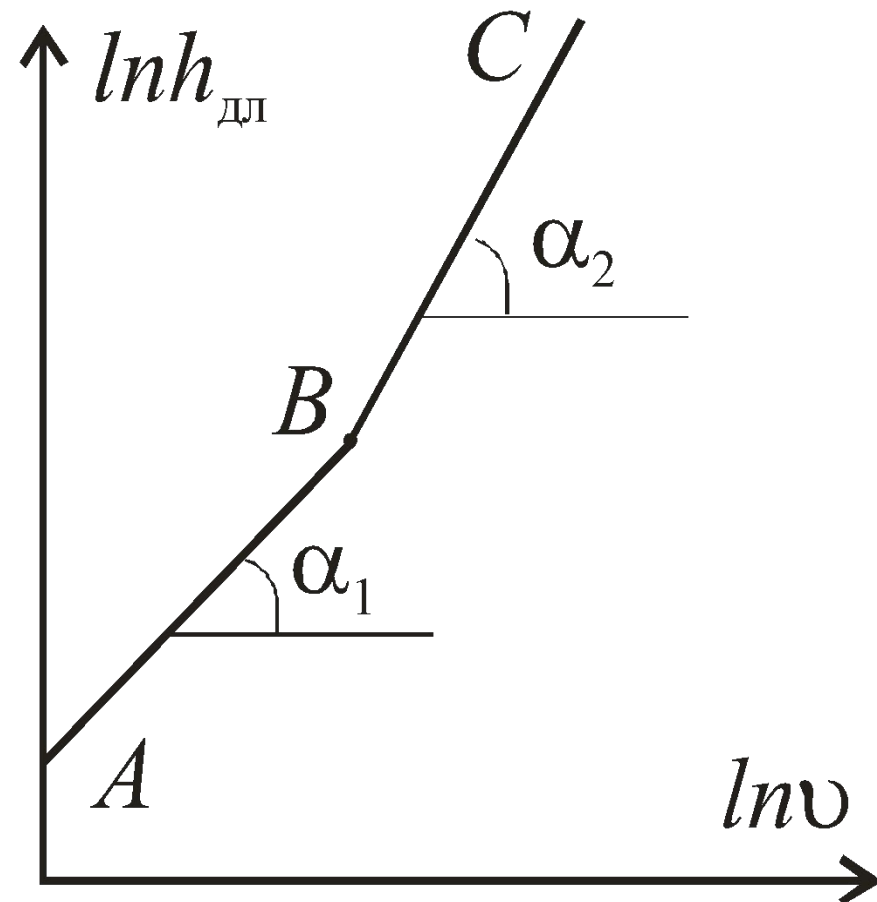
число Рейнольдса

$$\text{Re}_{\text{кр}} \approx 2320$$

$$h_{\text{дл}} = a v^n$$

$$n = \text{tg} \alpha_1 = 1$$

$$n = \text{tg} \alpha_2 = 1,75 \div 2$$



Основы теории ламинарного движения в круглой трубе

Распределение скорости частиц жидкости
вдоль сечения потока

$$u = u_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Соотношения скоростей

$$v = 0,5u_{\max}$$

Потери напора в ламинарном потоке жидкости

формула Пуазеля – Гагена

$$h_{\text{äë}} = \frac{128\nu l Q}{\pi g d^4} = \frac{32\nu l v}{g d^2}$$

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

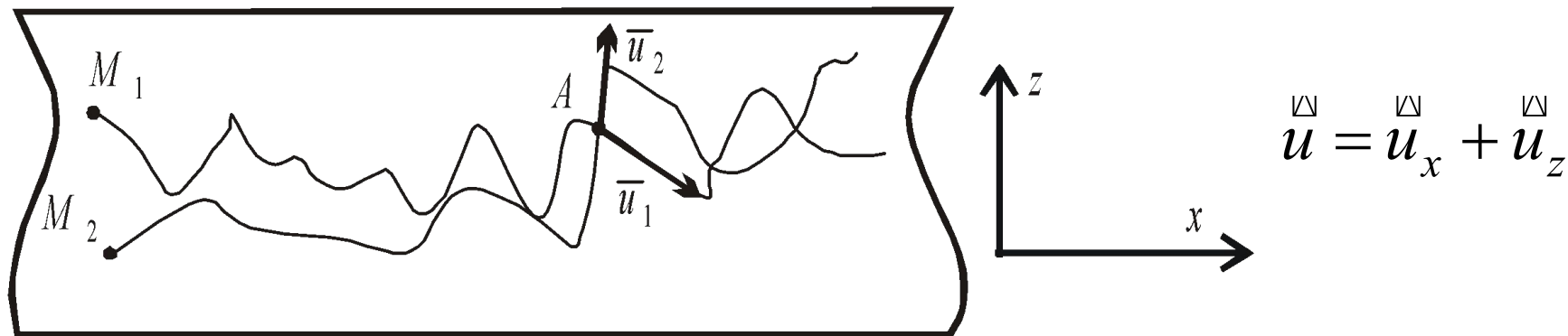
$$\lambda_{\text{л}} = 64 / \text{Re}$$

Коэффициент Кориолиса для ламинарного потока

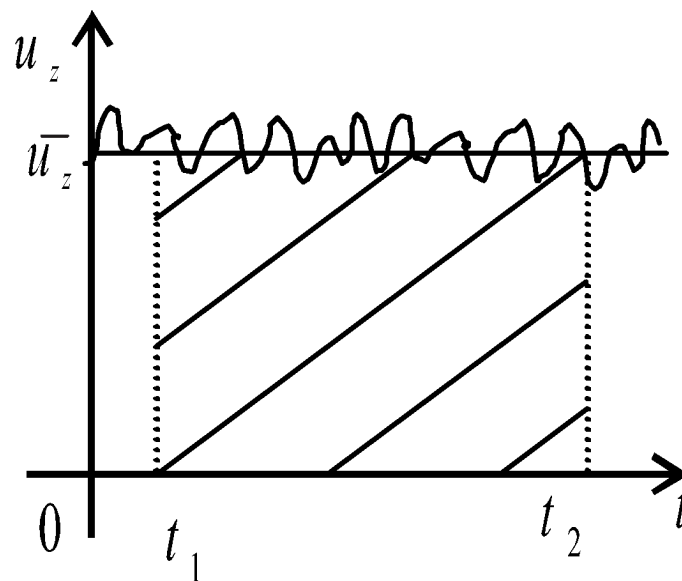
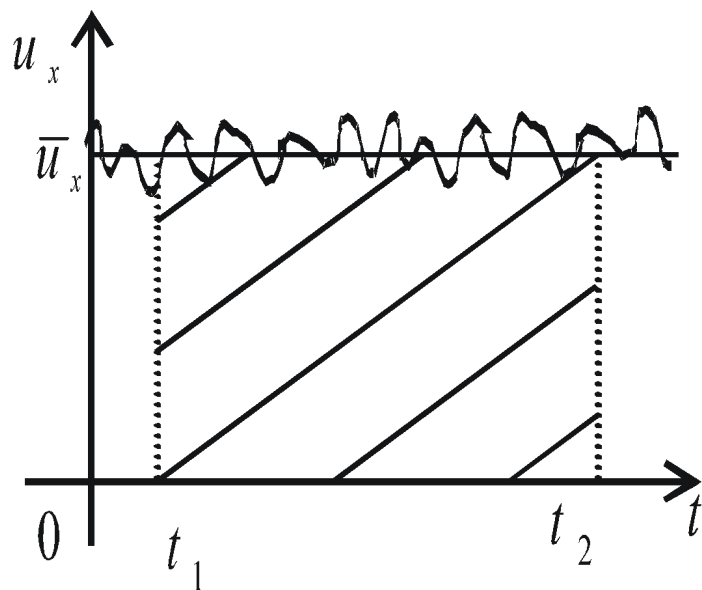
$$\alpha = \frac{\int u^3 dS}{v^3 S} = \frac{\int (2v)^3 \left(1 - (r/R)^2\right)^3 dS}{v^3 S} = 8 \int_0^R \frac{2r}{R^2} \left(1 - (r/R)^2\right)^3 dr$$

$$\boxed{\alpha = 2}$$

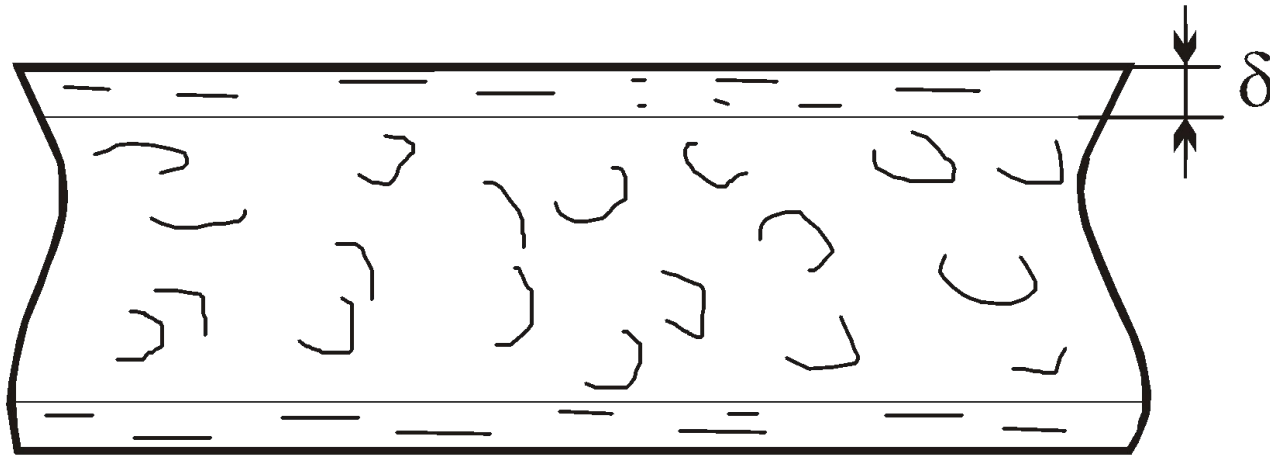
Основы теории турбулентного движения жидкости



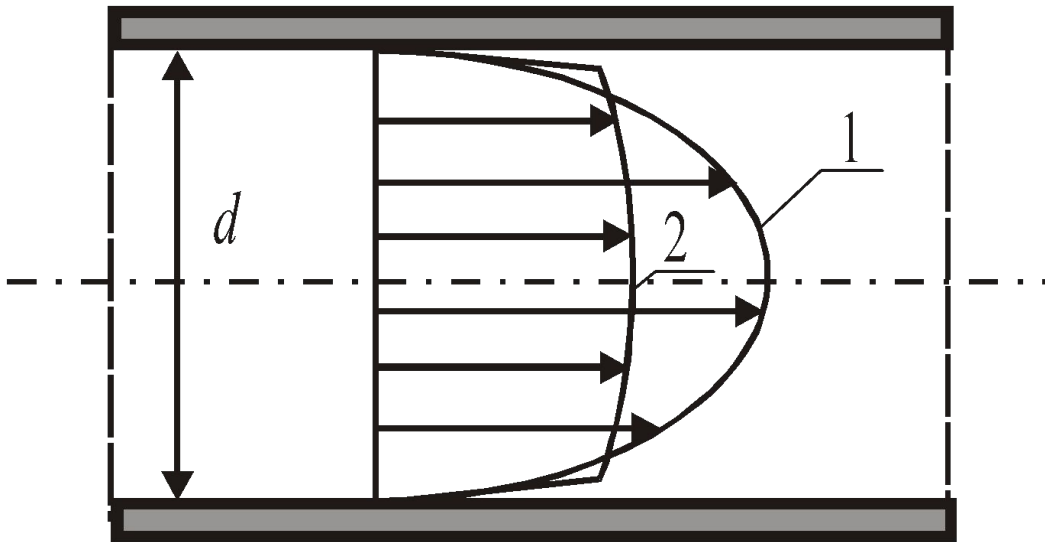
$$\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_z$$



Структура турбулентного потока



Распределение скоростей по сечению турбулентного потока

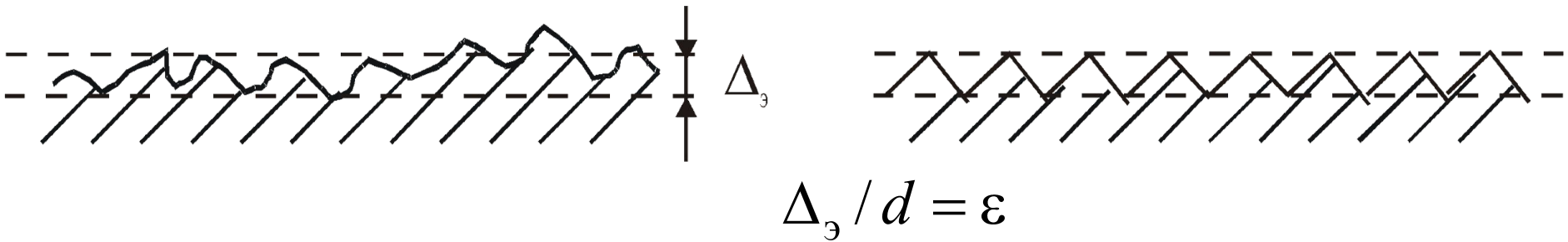


Формулы Альтшуля

$$u = u_{\max} \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{0,9\sqrt{\lambda}}, \quad \alpha = 1 + 2,65\lambda, \quad \frac{v}{u_{\max}} = \frac{1}{1 + 1,35\sqrt{\lambda}}$$

$(1 \div 1,13)$
 $(0,77 \div 0,88)$

Шероховатость поверхностей стенок и потери напора в турбулентном режиме



$(\delta \gg \Delta_{\text{э}})$ - гидравлически гладкие трубы

$(\delta < \Delta_{\text{э}})$ - гидравлически шероховатые трубы

$(\delta \approx \Delta_{\text{э}})$ - гидравлически переходные трубы

I зона – ламинарный режим

$$\text{Re} < 2320, \quad h_{\text{дл}} = f(v^1), \quad \lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

II зона – турбулентный режим

$$\text{Re} > 2320, \quad h_{\text{дл}} = f(v^2);$$

$$\lambda = 0,11 \left(\varepsilon + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} \quad - \text{формула Альштуля.}$$