



Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Академия социального управления»

Видеолекция

Возможности программ динамической геометрии в проведении учебного исследования и проекта по математике

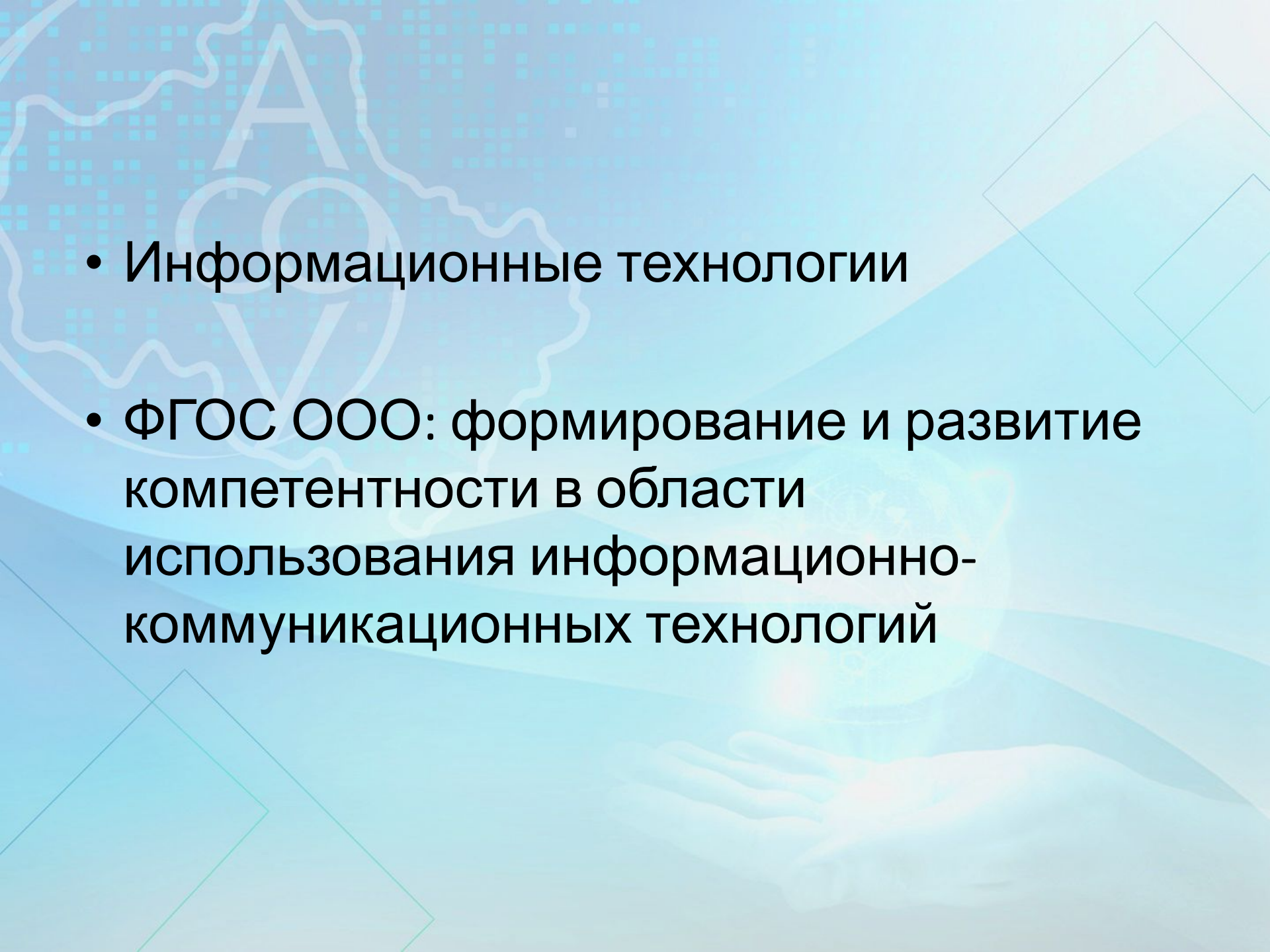
кандидат педагогических наук, доцент кафедры общих
математических и естественнонаучных дисциплин и
методик их преподавания

Кашицына Юлия Николаевна
kaschitsyna2010@yandex.ru

Структура видео лекции



- 1.Актуальность применения информационных технологий в проведении учебного исследования и проекта
- 2.Обзор программ динамической геометрии: GeoGebra и Живая математика
- 3.Примеры решения исследовательских задач по математике с помощью программ GeoGebra и Живая математика

- 
- Информационные технологии
 - ФГОС ООО: формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий

Современная картина научного познания ребёнка

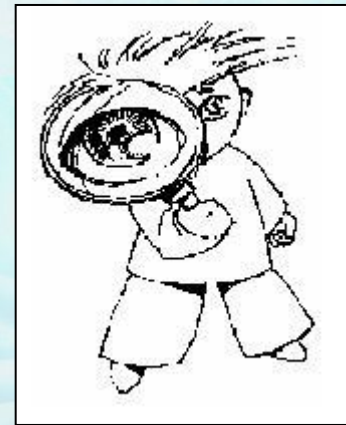


Задачи учителя:

- Выявлять и создавать условия для развития **исследовательских способностей**
- Создавать условия для поддержания и развития **поисковой активности** школьников
- Создавать условия для овладения учащимися навыками **исследовательского поведения**
- Создавать условия для развития **исследовательского типа мышления**

**Способствовать становлению
исследовательской позиции личности**

Исследовательская задача



Обзор программ динамической геометрии

- Живая математика
- GeoGebra
- 1С Математический конструктор

Организация учебного исследования по математике с ИКТ технологиями

- Программы интерактивной динамической среды для поведения компьютерного эксперимента
- Живая математика
- Геогейбра
- 1С МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНСТРУКТОР

Задачи на доказательство в курсе геометрии

Задача1: Свойство биссектрис
вертикальных углов

Докажите, что биссектрисы вертикальных
углов лежат на одной прямой.



ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GEOGEBRA



Панель объектов

Прямая

- $a: -3.9x + 8.42y = 13.81$
- $b: 3.88x + 12.5y = 49.6$
- $c: 0.07x - 1y = -2.83$
- $d: -0.07x + 1y = 2.83$

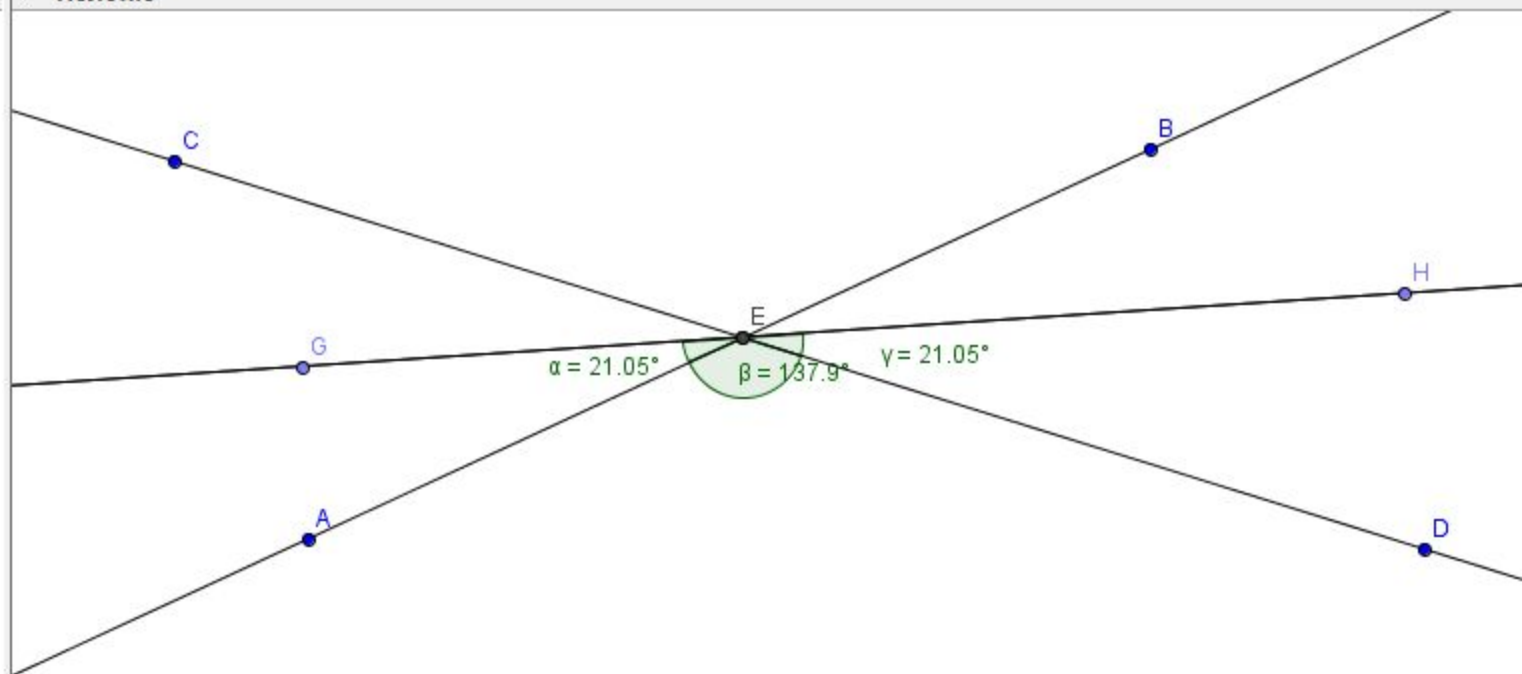
Точка

- $A = (-1.34, 1.02)$
- $B = (7.08, 4.92)$
- $C = (-2.68, 4.8)$
- $D = (9.82, 0.92)$
- $E = (3.01, 3.03)$
- $F = (3.01, 3.03)$
- $G = (-1.41, 2.74)$
- $H = (9.62, 3.47)$

Угол

- $\alpha = 21.05^\circ$
- $\beta = 137.9^\circ$
- $\gamma = 21.05^\circ$
- $\delta = 180^\circ$

Полотно



Задачи на доказательство в курсе геометрии

Задача 2: Теорема Вариньоне.

Средины сторон произвольного четырёхугольника являются вершинами параллелограмма.



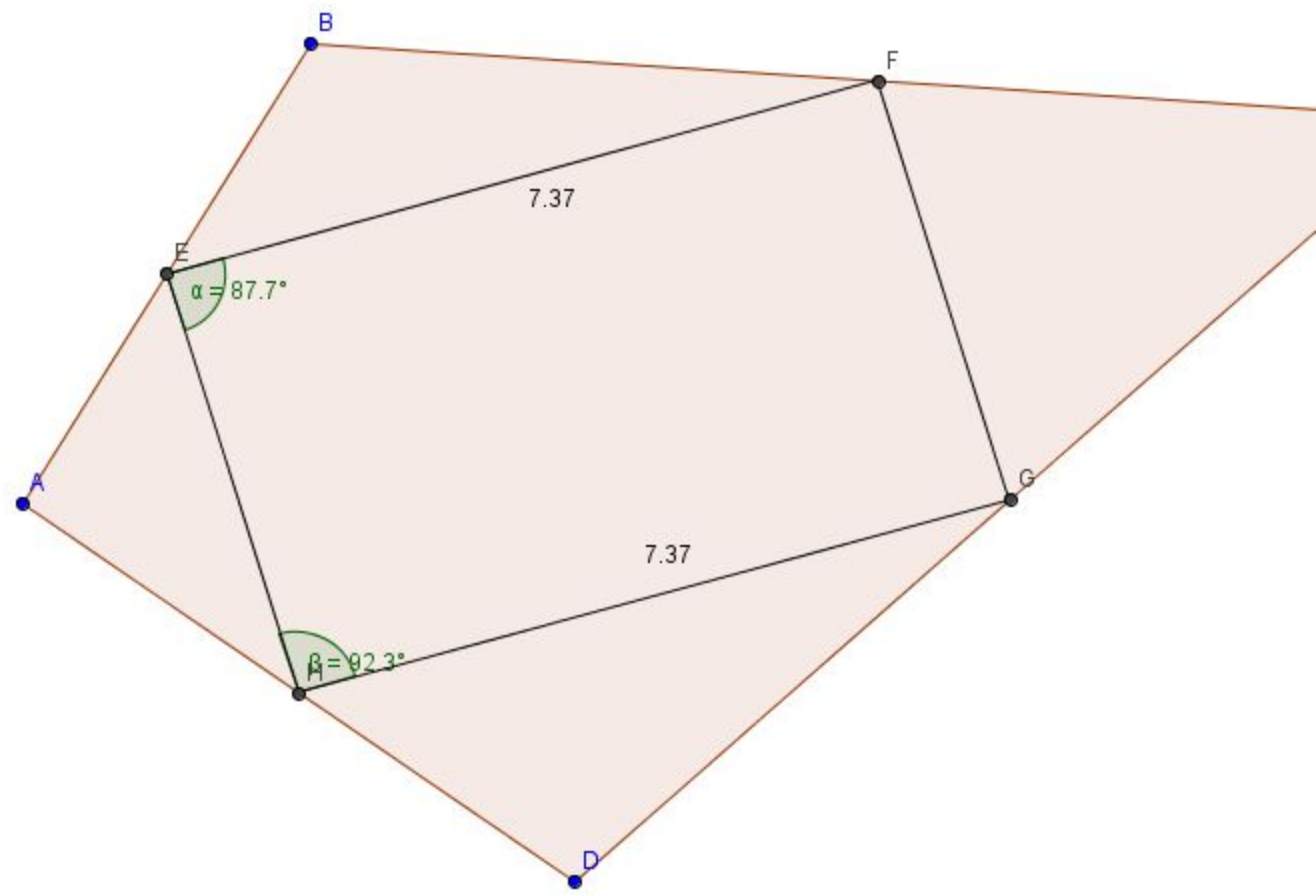
ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GEOGEBRA



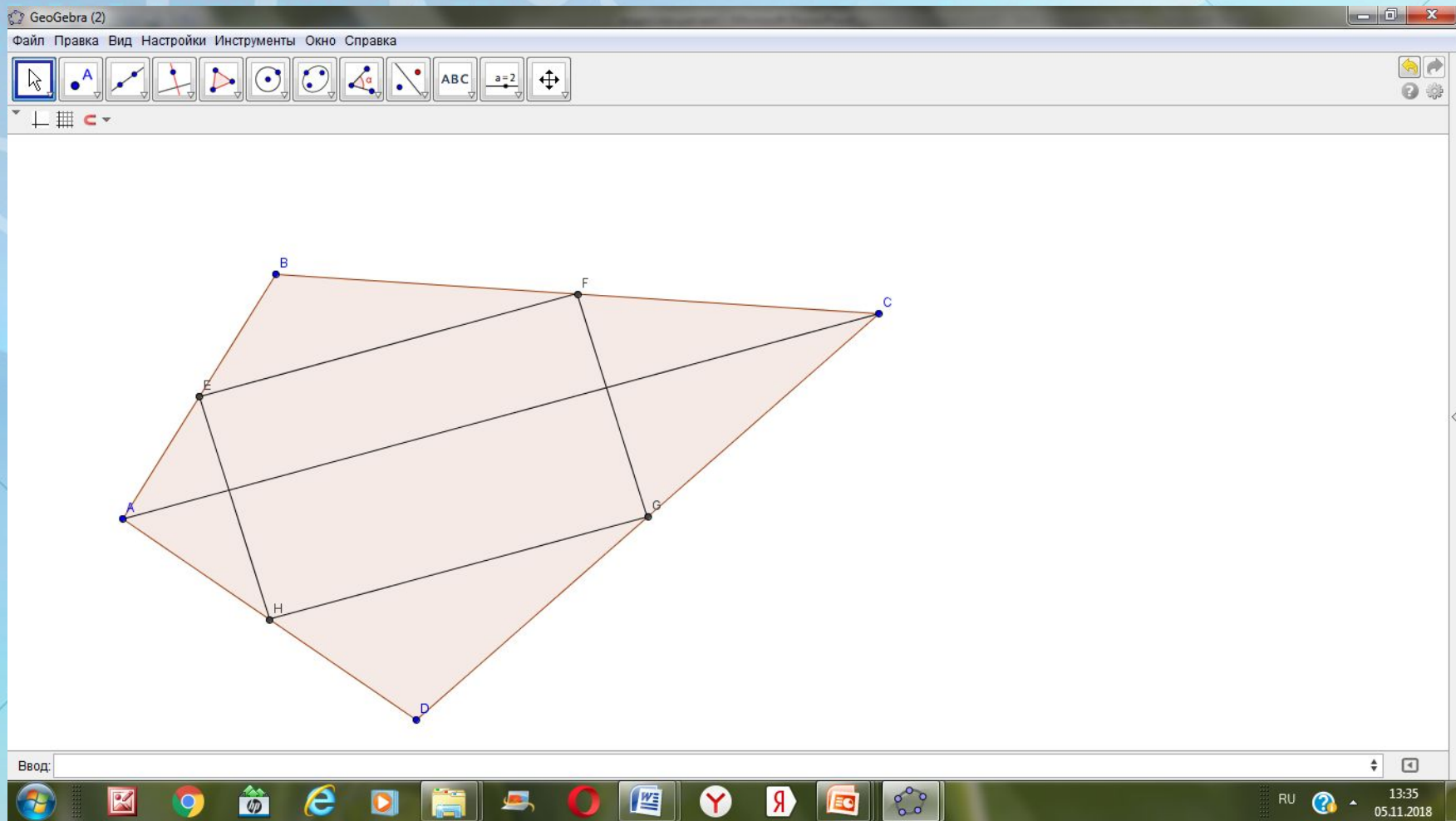
Панель объектов

- Отрезок
 - $a = 5.43$
 - $b = 11.36$
 - $c = 11.58$
 - $d = 6.69$
 - $e = 7.37$
 - $f = 4.39$
 - $g = 7.37$
 - $h = 4.39$
- Точка
 - $A = (-2.14, -0.92)$
 - $B = (0.74, 3.68)$
 - $C = (12.08, 2.94)$
 - $D = (3.38, -4.7)$
 - $E = (-0.7, 1.38)$
 - $F = (6.41, 3.31)$
 - $G = (7.73, -0.88)$
 - $H = (0.62, -2.81)$
- Угол
 - $\alpha = 87.7^\circ$
 - $\beta = 92.3^\circ$
 - $\gamma = 180^\circ$
- Четырёхугольник
 - многоугольник1 = 64.68

Полотно



Логическое доказательство

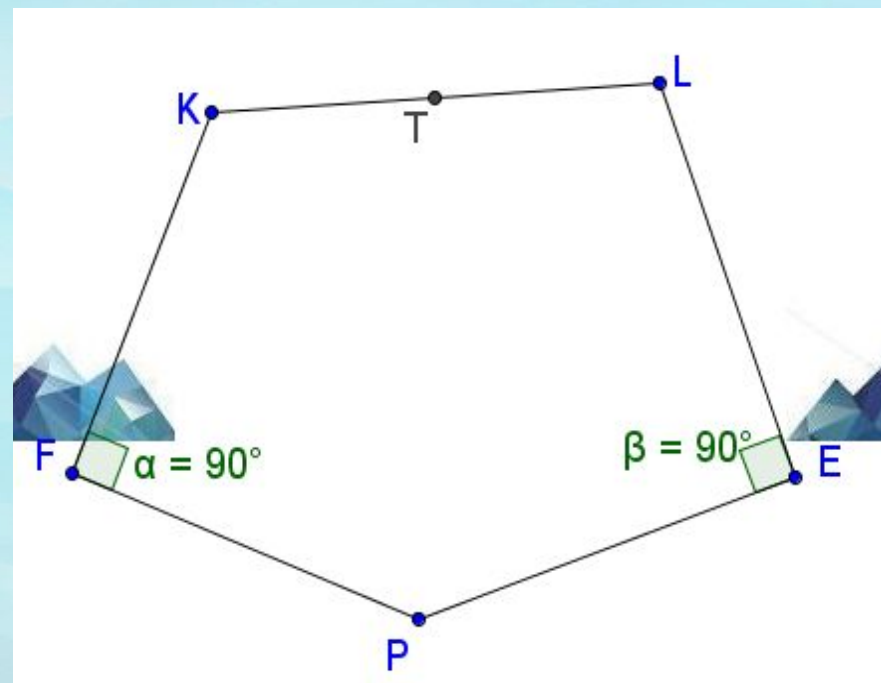


Задача о пиратском кладе

- В 1785 году на маленьком острове в Карибском море пираты закопали клад. Для того чтобы впоследствии найти клад, они в качестве ориентиров заметили две высокие горы и одинокую пальму. Затем записка с описанием поиска клада попала к исследователям. Текст записки гласил: *«От пальмы идите к Соколиной горе и считайте шаги. Затем поверните под прямым углом направо, сделайте такое же количество шагов и воткните в землю палку. Вернитесь к пальме и идите к Орлиной горе, считая шаги. Поверните под прямым углом налево и сделайте такое же количество шагов. Воткните в землю другую палку. В этом случае клад будет точно посередине между двумя палками»*. Исследователи нашли обе горы, пальма тоже была. Но это их не остановило. Как найти клад?



Даны два равнобедренных прямоугольных треугольника KFP и LEP , имеющих единственную общую точку P (пальма). Точка T – середина отрезка KL . Исследуйте **Гипотеза 1**, зависит ли положение точки T (клада) от положения точки P (пальмы)?

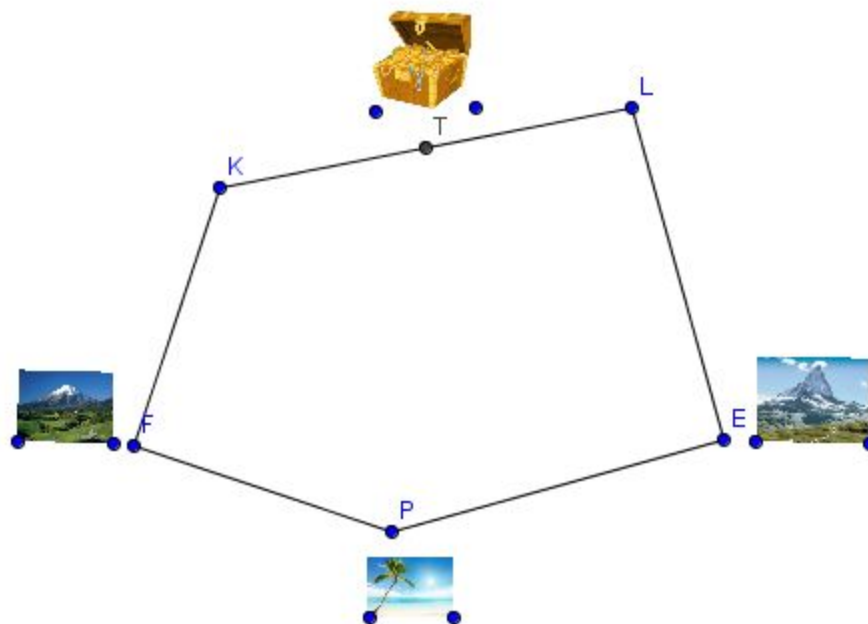




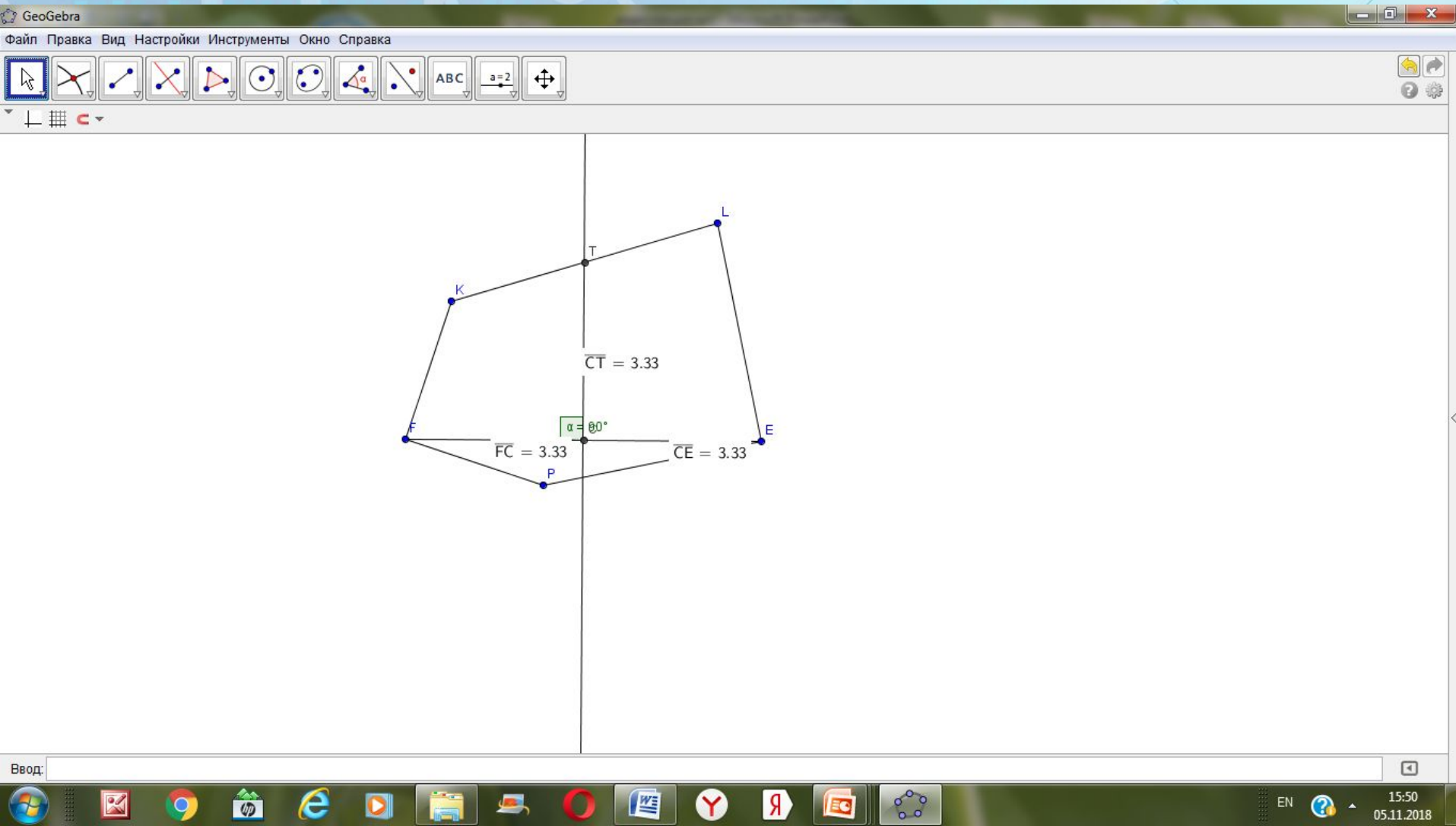
ЗАПУСК ПРОГРАММЫ GEOGEBRA

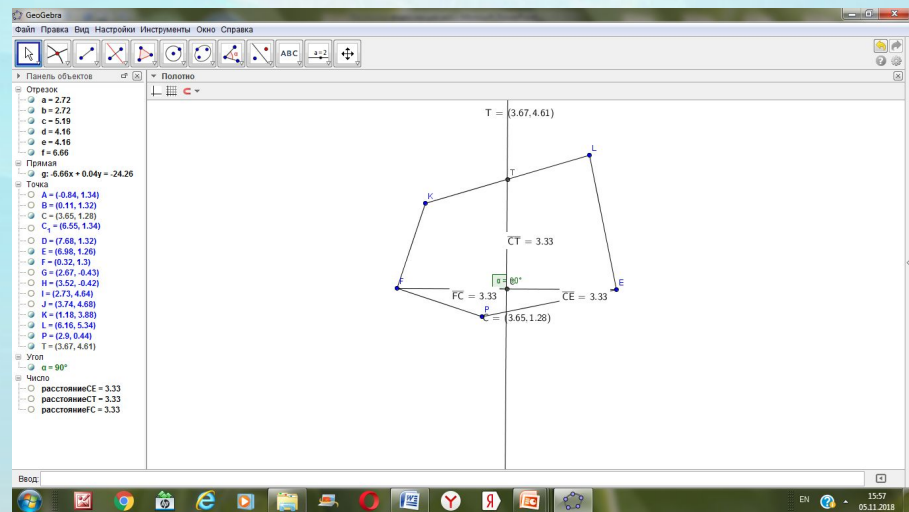
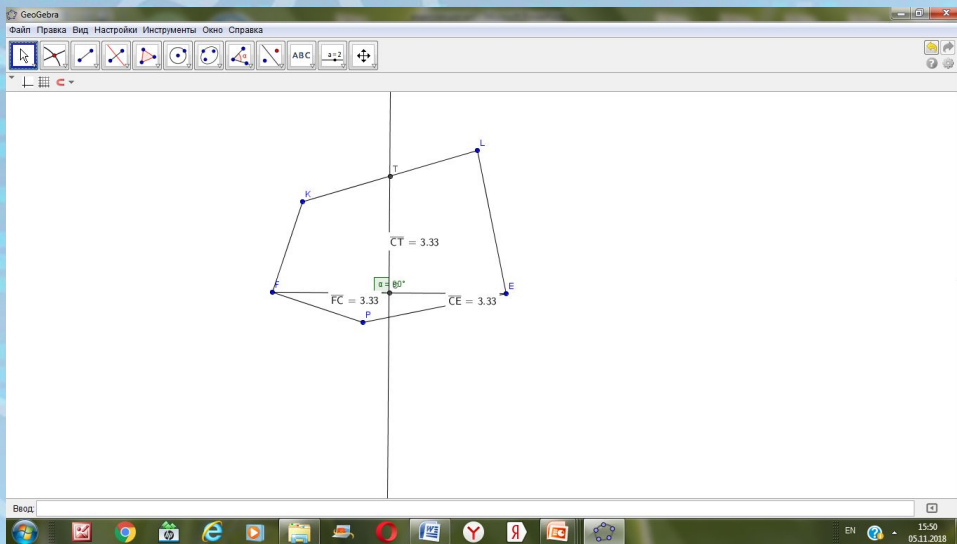


Полотно



Компьютерный эксперимент







Панель объектов

Отрезок

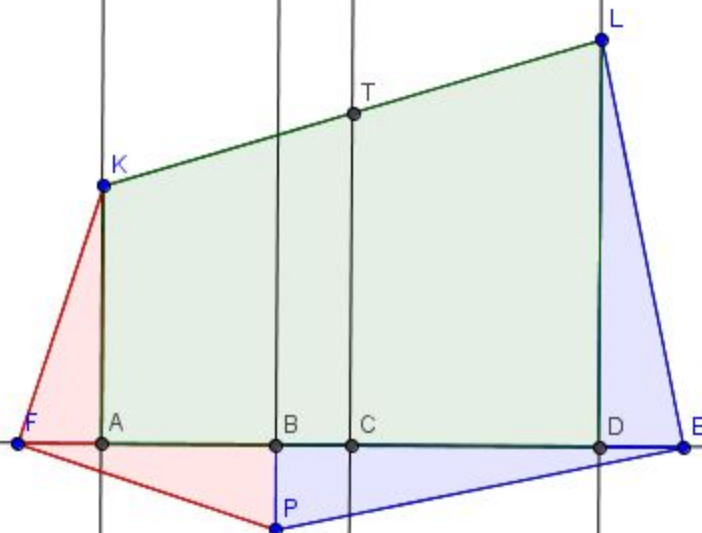
- $a = 2.72$
- $a_1 = 2.72$
- $a_2 = 4.97$
- $b = 2.72$
- $b_1 = 2.72$
- $b_2 = 4.16$
- $c = 5.19$
- $d = 4.16$
- $d_1 = 4.16$
- $d_2 = 4.08$
- $e = 4.16$
- $e_1 = 4.08$
- $e_2 = 0.84$
- $f = 6.66$
- $f_1 = 2.59$
- $f_2 = 0.84$
- $k_1 = 0.84$
- $k_2 = 2.59$
- $l = 0.84$
- $l_1 = 5.19$
- $p = 2.59$
- $p_1 = 4.08$

Прямая

- $g: -6.66x + 0.04y = -24.26$
- $h: 0.04x + 6.66y = 8.67$
- $i: -6.66x + 0.04y = -19.3$
- $j: -6.66x + 0.04y = -40.81$
- $k: -6.66x + 0.04y = -7.7$

Точка

Полотно



Этап послекомпьютерно решения

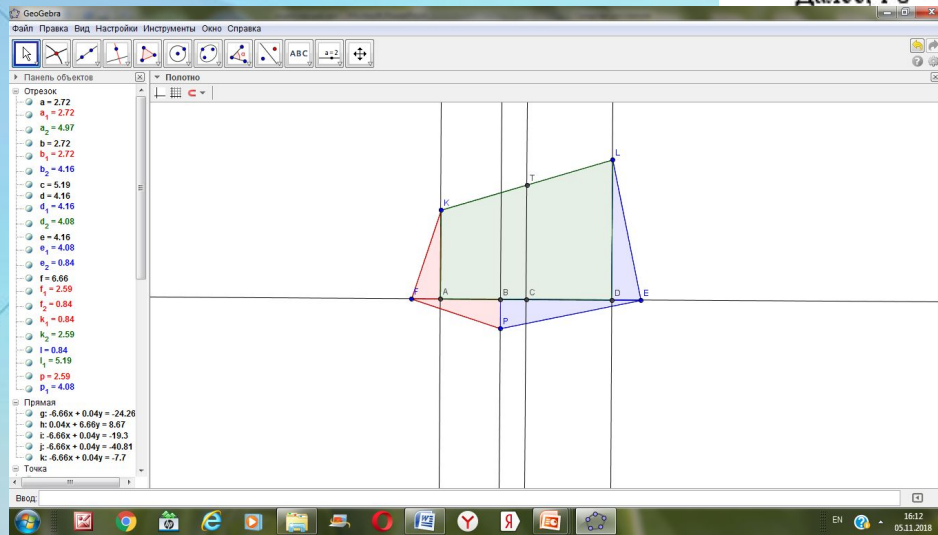


Один из способов доказательства гипотезы 2:

Так как KA , TC и LD перпендикулярны FE , то KA параллельно LD , поэтому $KADL$ – трапеция. Так как TC перпендикулярна FE и $KT = TL$ (по условию), следовательно, TC – средняя линия трапеции, поэтому $TC = \frac{KA+LD}{2}$.

Треугольники FKA и PFB – прямоугольные с равными гипотенузами, поскольку $FK = FP$ по построению. Так как KA перпендикулярна FB и KF перпендикулярна FP , получаем, что угол AKF равен углу PFB , следовательно, треугольник FKA равен треугольнику PFB и $KA = FB$. Аналогично можно доказать, что треугольник ELD равен треугольнику PEB и $LD = EB$.

$$\text{Далее, } TC = \frac{KA+LD}{2} = \frac{FB+EB}{2} = \frac{EF}{2}.$$



Этап послекомпьютерно решения

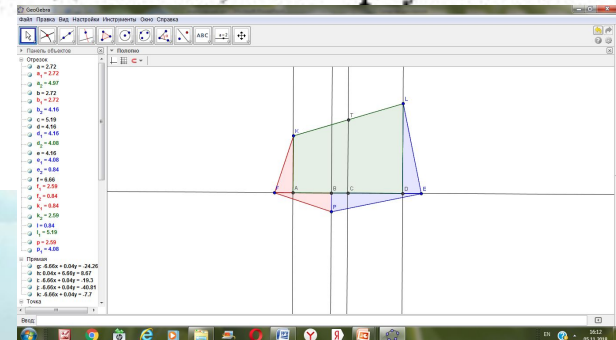


Один из способов доказательства

Так как KA , TC и LD перпендикулярны FE , то KA параллельно LD , поэтому $KADL$ – трапеция. Так как TC перпендикулярна FE и $KT = TL$ (по условию), следовательно, TC – средняя линия трапеции, поэтому $TC = \frac{KA+LD}{2}$.

Треугольники FKA и PFB – прямоугольные с равными гипотенузами, поскольку $FK = FP$ по построению. Так как KA перпендикулярна FB и KF перпендикулярна FP , получаем, что угол AKF равен углу PFB , следовательно, треугольник FKA равен треугольнику PFB и $KA = FB$. Аналогично можно доказать, что треугольник ELD равен треугольнику PEB и $LD = EB$.

$$\text{Далее, } TC = \frac{KA+LD}{2} = \frac{FB+EB}{2} = \frac{EF}{2}.$$



Этап послекомпьютерного решения

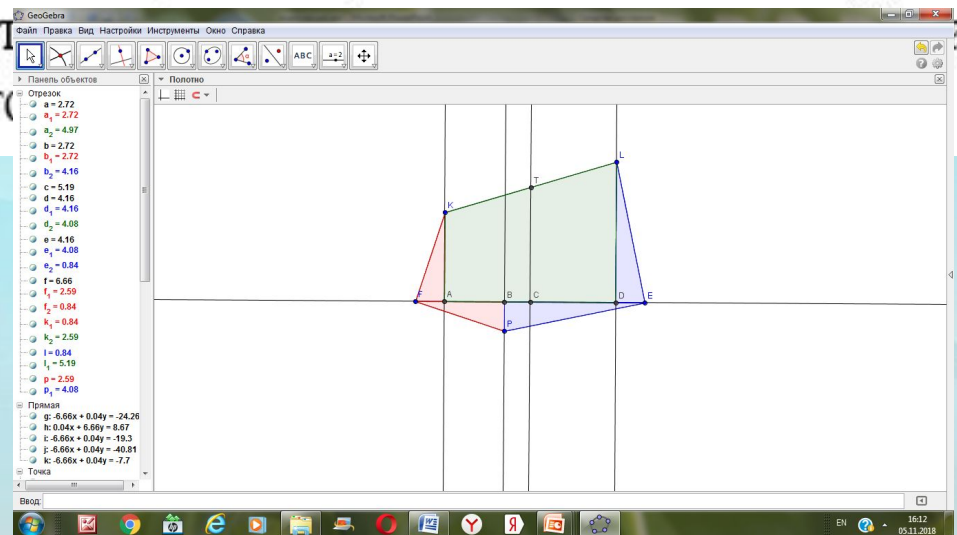


Один из способов доказательства гипотезы 2:

Поскольку расстояние FE постоянно, длина отрезка TC также постоянна. Кроме того, поскольку TC – средняя линия трапеции $KADL$, то $AC = CD$. Из равенства треугольников, доказанного выше, следует, что $PB = AF = ED$.

Следовательно, $FC = CE$, то есть C – середина отрезка FE .

Таким образом, точка T лежит на расстоянии половины длины FE от этой



Этап послекомпьютерно решения



После того как док-во гипотезы завершено
учащимся необходимо предложить
проверить его на универсальность:
взаимное положение точек E и F ,
изменению определений точек которые
были получены поворотом точки P .

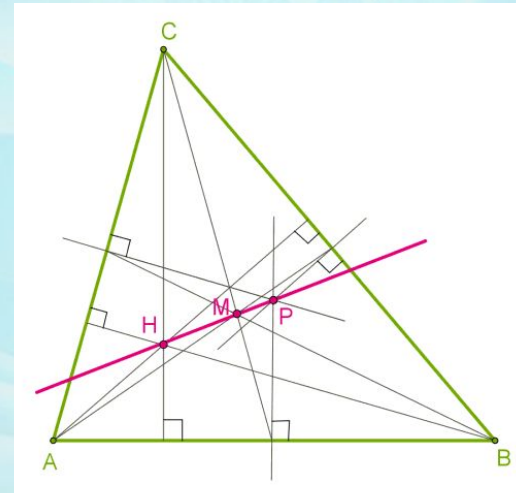
Рефлексивный анализ

Цели компьютерного эксперимента:

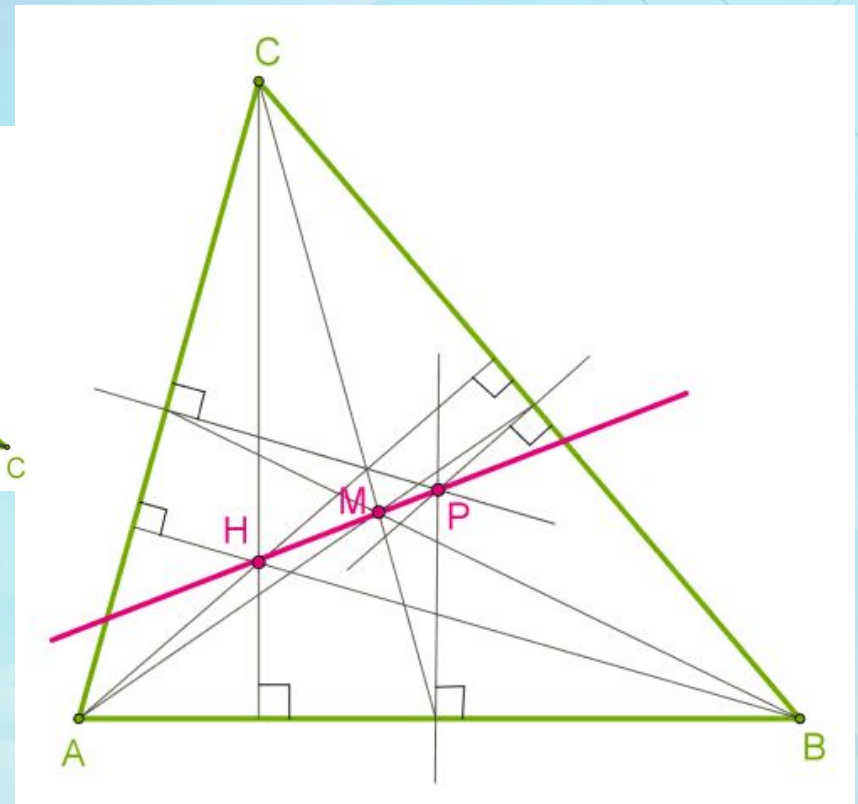
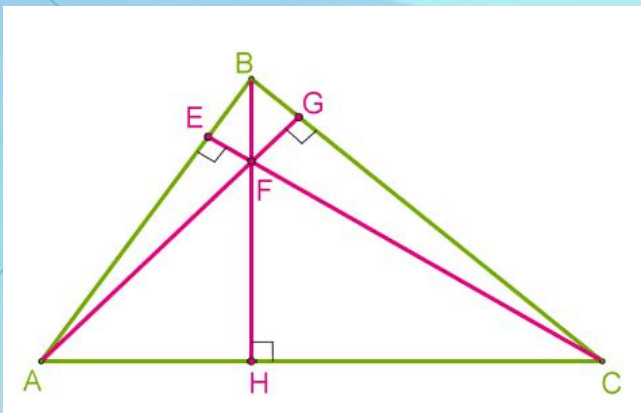
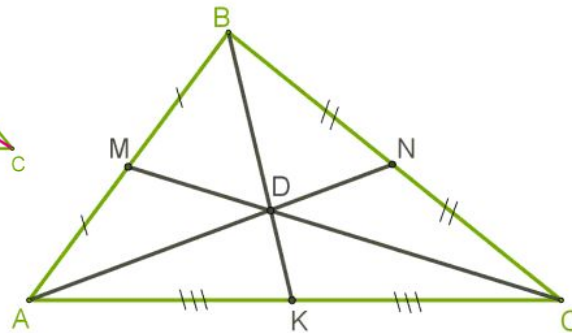
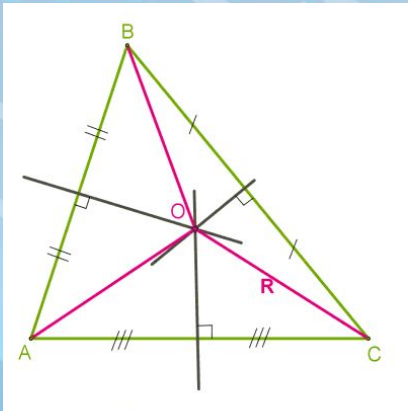
- проверка гипотез,
- поиск гипотез,
- исследование результата решения задачи.

Замечательные точки треугольника. Прямая Эйлера

Прямая Эйлера может быть определена как прямая, проходящая через центр описанной окружности и ортоцентр треугольника.

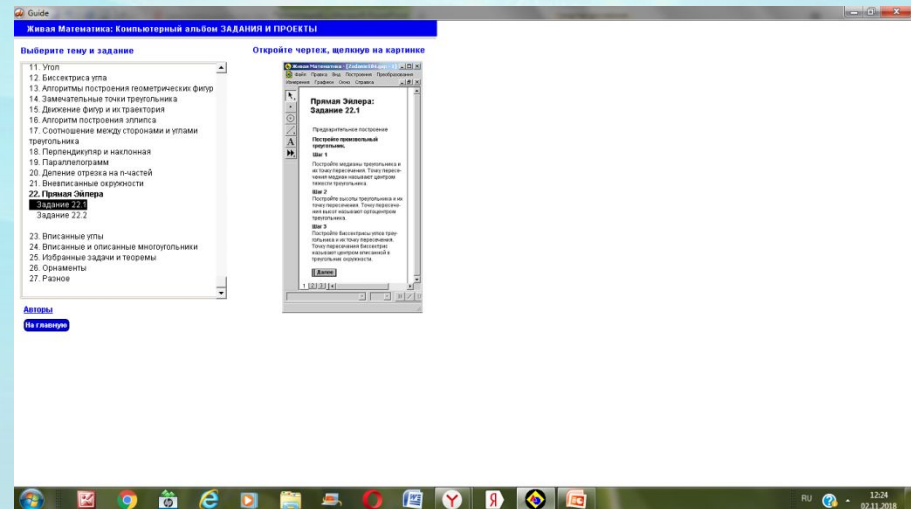
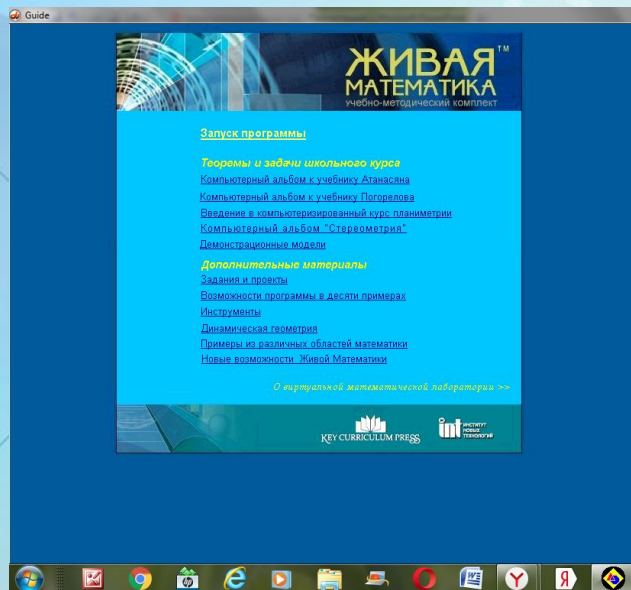


Теорема: Центр окружности, описанной около треугольника, центроид треугольника, а так же ортоцентр лежат на одной прямой.



Решение задачи Эйлера в УМК Живая математика

- Дополнительные материалы:
 - Задания и проекты
 - Прямая Эйлера





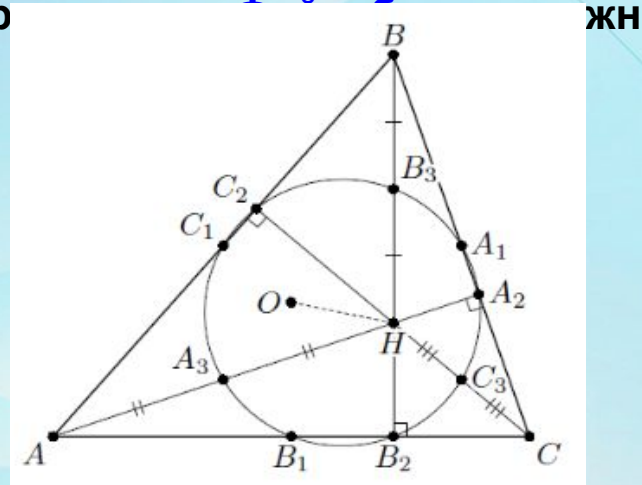
ЗАПУСК ПРОГРАММЫ УМК ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

Продолжение исследования

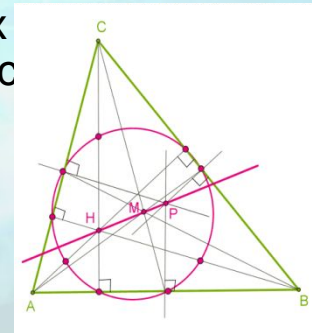
Окружность Эйлера

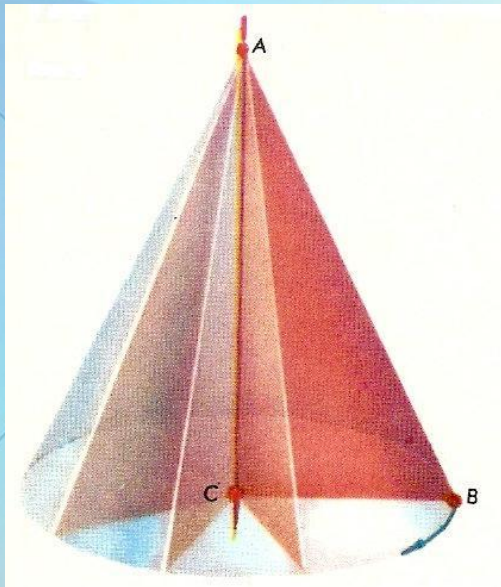
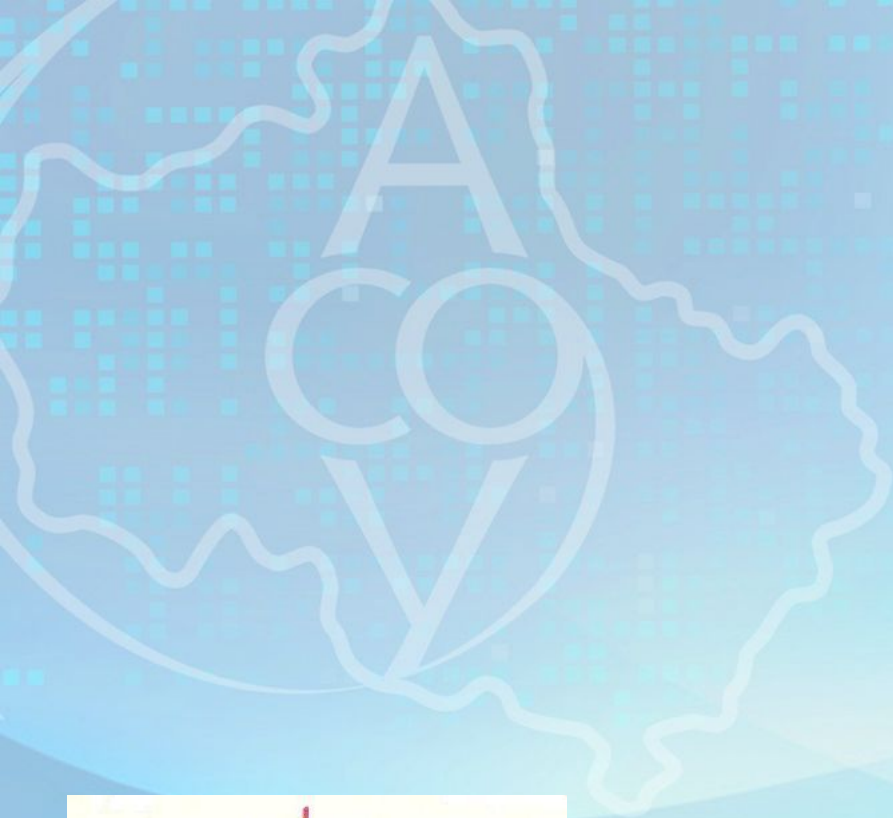
окружность 9 точек

Окружность девяти точек — это окружность, проходящая через середины всех трёх сторон треугольника.
Она также называется **окружностью Эйлера**, **окружностью шести точек**



В двадцатых годах XIX века французские математики Понселе, Брианшон и другие установили независимо друг от друга следующую теорему: основания медиан, основания высот и середины отрезков высот, соединяющих вершинами треугольника, лежат на одной и той же окружности.





Список литературы

- Васильева М.В. Использование информационных технологий при обучении математике: учебно-метод.пособие, АСОУ, 2015Г.-132С.
- Сергеева Т.Ф Основы динамической геометрии: монография, АСОУ, 2016-152С
- Кашицына Ю.Н. Возможности программы «Живая математика» в процессе решения задач по геометрии на доказательство, статья в сборнике конференции МПГУ, 2018
- Кружок «Экспериментальная математика» с учащимися 7-9 классов
<http://itprojects.narfu.ru/kruzhok-exp-mat/>

Благодарю за внимание!



Контакты:

e-mail: kaschitsyna2010@yandex.ru.