

**Закончился двадцатый век.
Куда стремится человек?
Изучен космос и моря,
Строенье звезд и вся земля.
Но математиков зовет
Известный лозунг:**

«Прогрессио — движение вперед».

Прогрессии

или...



У С
О О
С О
Т Т
А В
Н Е
О Т
В С
И Т
Т В
Е И
Е

1	Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии	1	$a_n = a_1 - d(n-1)$
		2	$b_n = b_1 q^{n-1}$
		3	$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 0$
2	Рекуррентное задание арифметической прогрессии	4	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$
		5	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
3	Формула n-го члена геометрической прогрессии	6	$a_n = a_1 + d(n-1)$
4	Разность арифметической прогрессии	7	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
5	Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии	8	$b_n = \sqrt{b_{n-1} b_{n+1}}, b_n > 0, n > 1$
6	Рекуррентное задание геометрической прогрессии	9	$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$
		10	$q = b_{n+1} : b_n$
7	Формула среднего арифметического	11	$b_n = b_1 q^n$
8	Формула суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии	12	$b_{n+1} = b_n q$
		13	$q = b_{n+1} - b_n$
9	Формула среднего геометрического	14	$d = a_{n+1} - a_n$
10	Формула n-го члена арифметической прогрессии	15	$S_n = \frac{b_1}{1-q}, q < 1$
11	Знаменатель геометрической прогрессии	16	$S_n = \frac{b_n}{1-q}, q < 1$
		17	$d = a_{n+1} : a_n$
		18	$a_{n+1} = a_n + d$

Проверь себя!

1	3
2	18
3	2
4	14
5	7,9
6	12
7	4
8	15
9	8
10	6
11	10

Обобщающая таблица

	Прогрессии	
	Арифметическая	Геометрическая
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n \cdot q$
Формула n-го члена прогрессии	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Сумма n первых членов прогрессии	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$ $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$	$S_n = \frac{b_1 - b_n q}{1 - q}$ $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$
Свойства	$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$	$ b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$

Прогрессии в литературе

Даже в литературе мы встречаемся с математическими понятиями!

Ямб - это стихотворный размер с ударением на чётных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии 2.

Ямб *«Мой дядя сАмых чЕстных прАвил...»*

Прогрессия: 2; 4; 6; 8...

Прогрессии в литературе

Ямб

Я помню чудное мгновенье...

Унылая пора, очей очарованье...

Прогрессии в литературе

Хорей - это стихотворный размер с ударением на нечётных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7... С первым членом 1 и разностью прогрессии 2.

Хорей

«Я пропАл, как звЕрь в загОне»

Б. Л. Пастернак

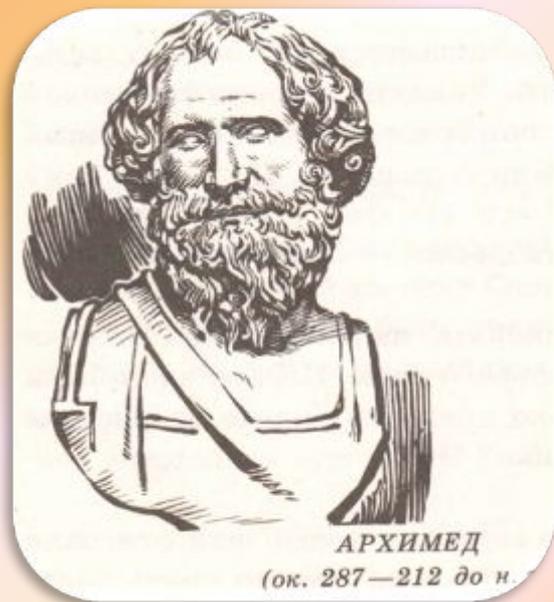
Прогрессия: 1; 3 ;5; 7...

Хорей

Буря мглою небо кроет...

НАЗАД, В ИСТОРИЮ!

Понятие числовой последовательности возникло и развивалось задолго до создания учения о функциях.



На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий
АРХИМЕД
(ок. 287—212 г. до н.э.)

Прогрессии в древности



**Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни:
распределение продуктов, деление наследства и др.**

Задача из папируса Райнда



«У семи лиц по семи кошек; каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?»

«У семи лиц по семи кошек; каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?»

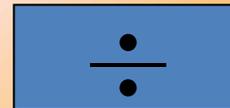
Решение задачи

Людей всего 7, кошек $7^2 = 49$, они съедают всего $7^3 = 343$ мыши, которые съедают всего $7^4 = 2401$ колосьев, из них вырастает $7^5 = 16807$ мер ячменя, в сумме эти числа дают 19 607.

Англия XVIII век

В XVIII в. в английских учебниках появились обозначения арифметической и геометрической прогрессий:

Арифметическая



Геометрическая





**Задача –
легенда о
шахматной игре**

Стоит ли царю смеяться?



Решение задачи - легенды

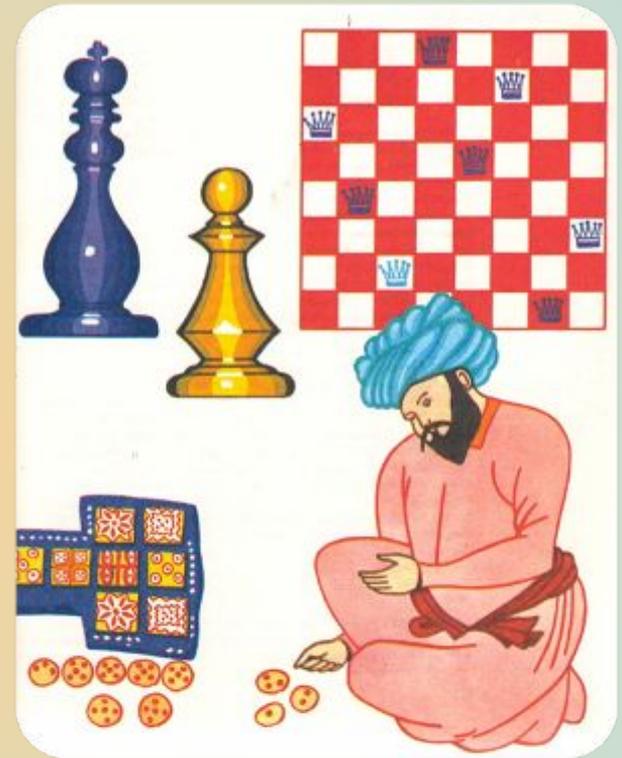
Дано $\frac{\cdot}{\cdot}$; 1, 2, 4, 8, 16...

Найти: S_{64}

$$b_1 = 1, q = 2, n = 64$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad S_{64} = 2^{64} - 1$$

Её сумма равна 18 446 744 073 709 551 615



Наградой должно было быть
18 446 744 073 709 551 615

**восемнадцать квинтиллионов
четыреста сорок шесть квадриллионов
семьсот сорок четыре триллиона
семьдесят три миллиарда
семьсот девять миллионов
пятьсот пятьдесят одна тысяча
шестьсот пятнадцать зёрен.**



**Если всё это зерно засыпать в амбар высотой
4 метра и шириной 10 метров, то длина амбара
была бы вдвое больше, чем расстояние от
Земли до Солнца...**

Вывод



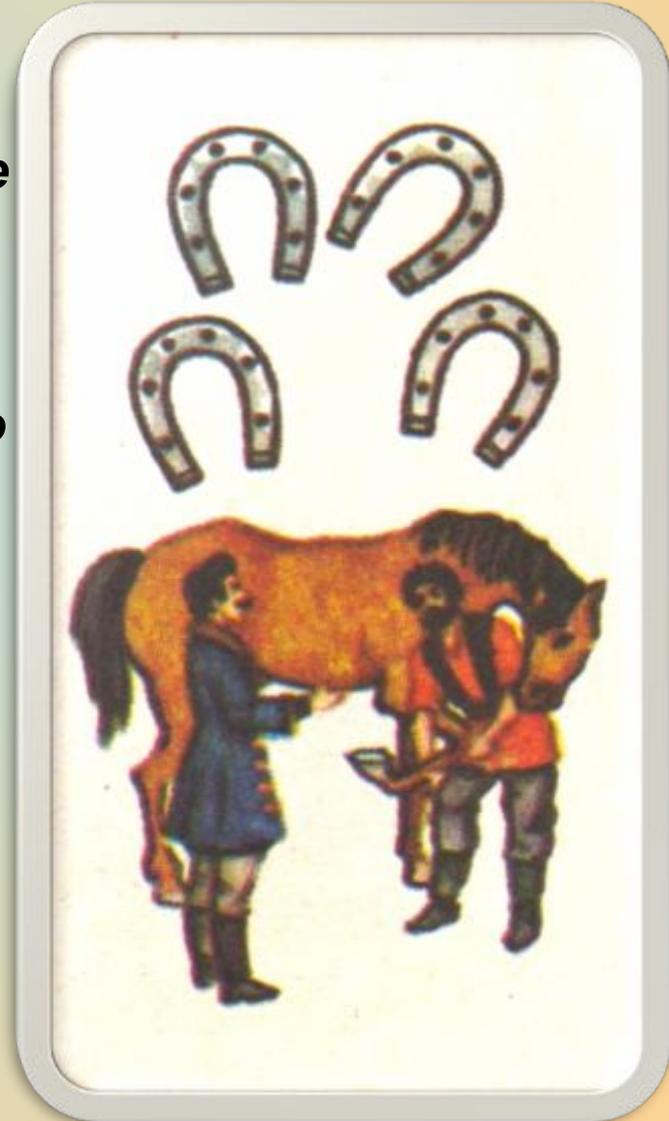
Если бы царю удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности Земли, считая моря, и океаны, и горы, и пустыню, и Арктику с Антарктикой, и получить удовлетворительный урожай, то, пожалуй, лет за 5 он смог бы рассчитаться.

Такое количество зёрен пшеницы можно собрать лишь с площади в 2000 раз большей поверхности Земли. Это превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.

Задача из арифметики Магницкого

Некто продал лошадь за 156 рублей. Но покупатель, обретя лошадь, раздумал и возвратил ее продавцу, говоря: «Нет мне расчёта покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит». Тогда продавец предложил другие условия: "Если по-твоему цена лошади высока, то купи её подковные гвозди, лошадь же получишь тогда в придачу бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне $\frac{1}{4}$ коп., за второй- $\frac{1}{2}$ коп., за третий-1 коп., и т.д.“

Покупатель, соблазненный низкой ценой, и желая даром получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется уплатить не более 10 рублей.



Решение задачи из арифметики Магницкого

1. Составим последовательность чисел $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 2^2; \dots$

2. Данная последовательность является геометрической

прогрессией со знаменателем $q=2$, $b_1 = \frac{1}{4}$ $n = 24$, (4 подковы по 6 гвоздей)

3. Попробуем подсчитать сумму $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 2^2; \dots$

4. Зная формулу
$$S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q - 1}$$



5. Имеем
$$S_{24} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 2^{24} - \frac{1}{4}}{2 - 1} = \frac{1}{2^2} \cdot 2^{24} - \frac{1}{4} = 2^{22} - \frac{1}{4} = 4194303 \frac{3}{4} \approx 42000(p)$$

БАКТЕРИИ



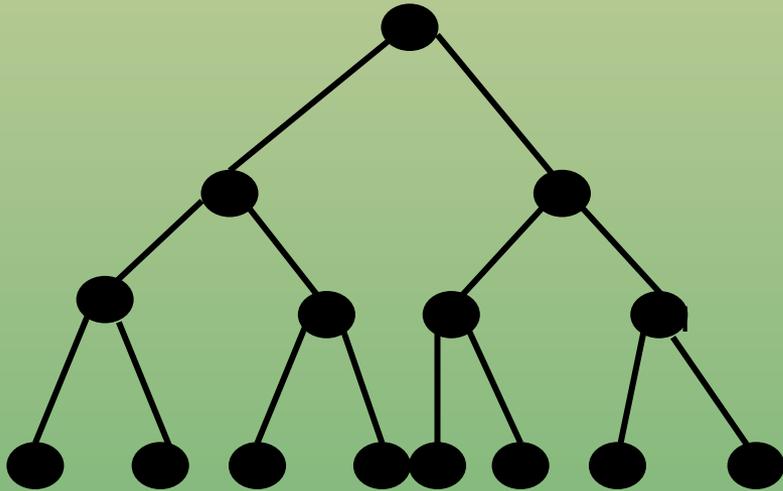
В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рожденных одной бактерией за 7 минут.

Решение

Данная последовательность является геометрической прогрессией со знаменателем $q = 2$, $n = 7$. $b_1 = 1$

Зная формулу

$$S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q - 1}$$



Получаем $S_7 = \frac{1 \cdot 2^7 - 1}{2 - 1} = 127$

ФИЗМИНУТКА

1. Горизонтальные движения глаз: направо - налево.
2. Движение глазами вертикально вверх-вниз.
3. Круговые движения глазами: по часовой стрелке и в противоположном направлении.
4. Интенсивные сжимания и разжимания глаз в быстром темпе.
5. Движение глаз по диагонали: скосить глаза в левый нижний угол, затем по прямой перевести взгляд вверх. Аналогично в противоположном направлении.
6. Сведение глаз к носу. Для этого к переносице поставьте палец и посмотрите на него - глаза легко "соединятся".
7. Частое моргание глазами.



Самостоятельная работа



Домашнее задание

Узнайте автора строк, решив предложенные задания

Вариант 1

Что есть больше всего на свете? – Пространство.

Что быстрее всего? – Ум.

Что мудрее всего? – Время.

Что приятнее всего? – Достичь желанного.

Вариант 2

Именно математика в первую очередь защищает нас от обмана чувств...

Эта наука дает надежнейшие правила. Кто им следует, тому не опасен обман чувств.

Вариант 3

Математика является самой древней из всех наук, вместе с тем она остается вечно молодой.

Вариант 4

Я утверждаю, что в каждой науке можно найти собственно науку лишь постольку, поскольку в ней можно встретить математику.

**Считай несчастным тот день или тот час, в который ты
не усвоил ничего нового, ничего не прибавил к своему
образованию**

Ян Амос Коменский

Прогрессии

ариф

рессиям



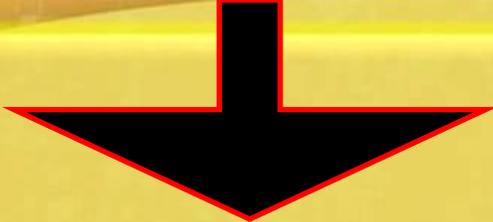
БЕНЕФИС –

**театрализованное
представление в
честь одного из
участников,
признательность,
воспевание.**

БЕНЕФИС

(от франц. «benefice»)

–
**прибыль,
польза**



- ✓ Обобщили и систематизировали знания по прогрессиям*
- ✓ Применяли формулы для решения различных задач, из которых узнали много нового и интересного.*

Прогрессио - движение в пр

