

Тема «Тригонометрические уравнения» 10 класс к первому уроку темы

Составила:

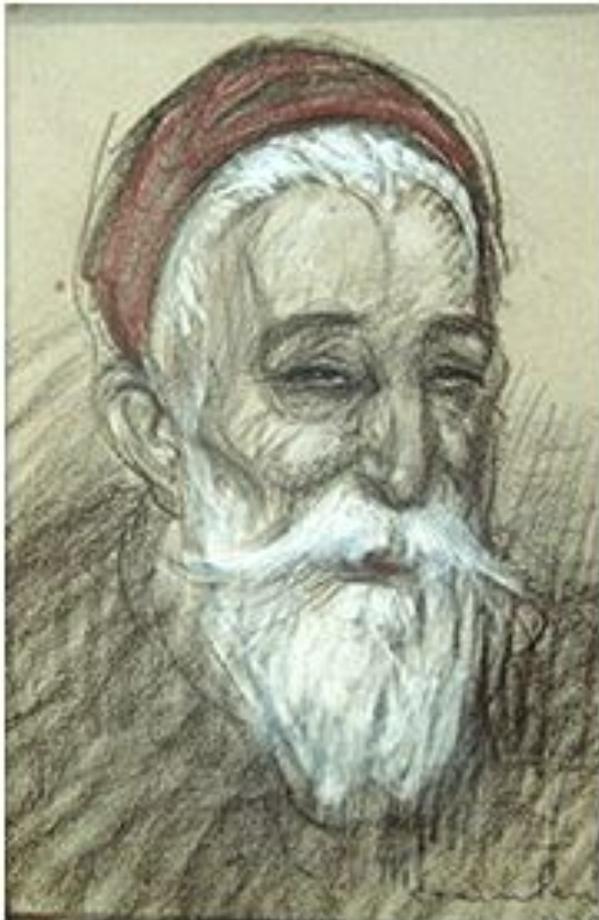
Овчинникова Елена Петровна

учитель математики

МБОУ Красногорской СОШ №2

пгт Красная Гора

Брянской области



Анатоль Франс

1844 - 1924

*Учиться можно только
весело...
Чтобы переваривать
знания, надо поглощать
их с аппетитом.*

Тема урока



● *Тригонометрические уравнения*

Формулы корней простых тригонометрических уравнений

$$1. \cos t = a, \text{ где } |a| \leq 1$$

$$\begin{cases} t = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

ИЛИ

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

$$1) \underline{\cos t = 0}$$

$$t = \pi/2 + \pi k, k \in Z$$

$$2) \underline{\cos t = 1}$$

$$t = 0 + 2\pi k, k \in Z$$

$$3) \underline{\cos t = -1}$$

$$t = \pi + 2\pi k, k \in Z$$

$$2. \sin t = a, \text{ где } |a| \leq 1$$

$$\begin{cases} t = \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in Z \end{cases}$$

ИЛИ

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

Частные случаи

$$1) \underline{\sin t = 0}$$

$$t = 0 + \pi k, k \in Z$$

$$2) \underline{\sin t = 1}$$

$$t = \pi/2 + 2\pi k, k \in Z$$

$$3) \underline{\sin t = -1}$$

$$t = -\pi/2 + 2\pi k, k \in Z$$

$$3. \operatorname{tg} t = a, a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in Z$$

$$4. \operatorname{ctg} t = a, a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in Z$$

***К простейшим также относятся
уравнения вида***

● $f(kx+m)=a$

Решение простейших уравнений

1) $\operatorname{tg}2x = -1$

$$2x = \operatorname{arctg}(-1) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos(x+\pi/3) = 1/2$

$$x+\pi/3 = \pm \arccos 1/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x+\pi/3 = \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\sin(\pi - x/3) = 0$

упростим по формулам

приведения

$$\sin(x/3) = 0$$

частный случай

$$x/3 = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $3\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Примеры уравнений.

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(4x + \frac{3\pi}{2}\right)$, однако можно

применить формулы приведения и упростить его.

$$-\cos 4x = 0$$

$$\cos \overset{t}{4x} = 0$$

Это частный вид
уравнения $\cos t = a$
 $a = 0$

$$\overset{t}{4x} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Разделим обе части на 4.

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$

Примеры уравнений.

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

Уравнение переносом слагаемого и делением обеих частей легко сводится к простейшему.

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

t

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

Разделим обе части на 4.

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

Ответ:

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 0$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$

Это частный вид
уравнения $\cos t = a$
 $a = 0$

$$\frac{\pi}{3} - 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

→

$$-3x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi k$$

$$-3x = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad | \quad \div (-3)$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

Ответ:

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ однако,

можно использовать четность функции \cos , применить формулы приведения и упростить его.

$$2x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | \quad \div 2$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

Ответ:

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

Потренируйтесь.

1 вариант

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = \frac{1}{2}$$

$$-2 \cos x = 0$$

$$-\sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{x}{4} = 3$$

2 вариант

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos(-x) = -1$$

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$$

Домашняя работа

- §18, п.1 разобрать примеры
- №18.3—18.5(а,б)



Спасибо за то, что стараетесь!