02.03.2012

Решение заданий С1, С3

© Варганова Л.Ю.

Задания С1

Задание С1

Тип задания по кодификатору требований — Уравнение или система уравнений.

Характеристика задания — Относительно несложное уравнение или система уравнений с отбором корней. Может содержать тригонометрические функции, логарифмы, степени, корни.

Комментарий — Как правило, решение задачи требует замены переменной, позволяющей свести уравнение к квадратному, и отбора корней, связанного с условием задачи или с ограниченностью новой переменной, наличием выражений с переменной в знаменателях алгебраических дробей, под знаками корней четной степени и логарифмов.

Задание С1

1. Решите уравнение:

$$\frac{\cos 2x + \cos x + 1}{2\sin x + \sqrt{3}} = 0.$$

2. **Решите уравнение:**

$$\left(\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \sqrt{3x^2 - 7x + 4} = 0$$

3. **Решите уравнение:**

$$\frac{26\cos^2 x - 23\cos x + 5}{13\sin x - 12} = 0$$

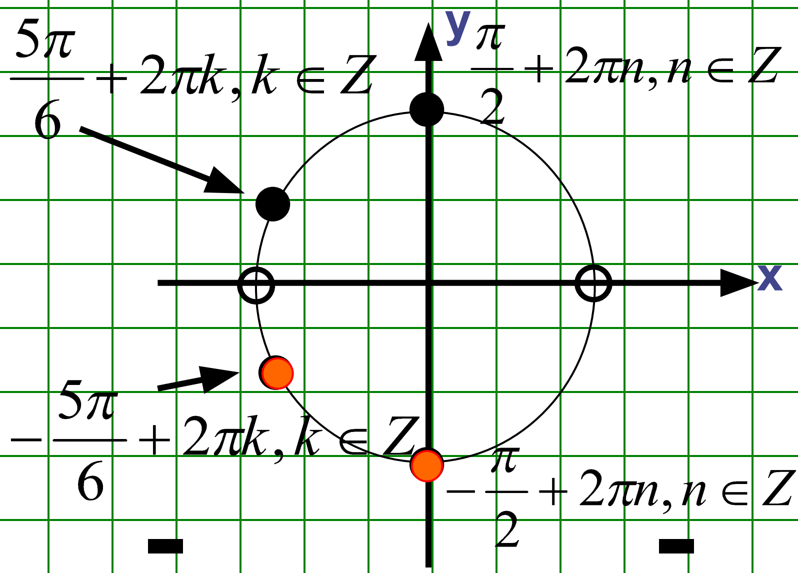
Решите самостоятельно:

Найдите все корни уравнения $2\cos^2 x+\sqrt{3}\cos x=0$, удовлетворяющие неравенству $\sin x<0$.

$$\cos x\left(2\cos x+\sqrt{3}\right)=0 \qquad \sin x<0$$

$$\cos x=0 \qquad \cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\, n\in Z \qquad x=\pm\frac{5\pi}{6}+2\pi\kappa,\, \kappa\in Z$$



Ответ: $-\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\, k\in Z$ **;** $-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\, n\in Z$

Решите самостоятельно:

Решите уравнение $2\,\mathrm{tg}^2\,x - \dfrac{7}{\cos x} + 8 = 0$ и укажите те из его корней, которые принадлежат отрезку $\left[-\dfrac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

Проверим решение уравнения:

$$tg^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\frac{2}{\cos^2 x} - \frac{7}{\cos x} + 6 = 0$$

$$\frac{1}{cosx} = t$$

$$2t^2 - 7t + 6 = 0$$

$$t = \frac{3}{2}; t = 2$$

1) $\cos x = \frac{2}{3}$

$$x = \pm \arccos\frac{2}{3} + 2\pi m, m \in Z$$

2) $\cos x = \frac{1}{2}$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

Отбор корней:

$$m = 0; x = \pm\arccos\frac{2}{3}$$

$$n = 0; x = \pm\frac{\pi}{3}$$

Ответ : $x = \pm\arccos\frac{2}{3} + 2\pi m, m \in Z$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

$$x = \pm\arccos\frac{2}{3};\ x = \pm\frac{\pi}{3}$$

Задания С3

Задание С3

Тип задания по кодификатору требований	Неравенство или система неравенств.
Характеристика задания	Неравенство или система неравенств, содержащих степени, дроби, корни, логарифмы (в том числе с переменным основанием).

Правила преобразования

1) равенство $\log_a f(x)+\log_a g(x)=\log_a(f(x)g(x))$ выполняется не при любых значениях переменной, поскольку области определения его левой и правой частей различны.

ОДЗ

2) переход от $\log_a(f(x)g(x))$ к $\log_a f(x)+\log_a g(x))$ таит еще больше опасностей: в этом случае область допустимых значений переменной сужается, и можно просто потерять решения неравенства.

а) $f(x)>0$, $g(x)>0$ (в этом случае $\log_a(f(x)g(x))=\log_a f(x)+$ $+\log_a g(x)$);

б) $f(x)<0$, $g(x)<0$ (при этом $\log_a(f(x)g(x))=\log_a(-f(x))+$ $+\log_a(-g(x))$).

Правила преобразования

3) $\log_a(f(x)\cdot g(x)) + \log_a \dfrac{f(x)}{g(x)} < p(x)$

$$\boxed{\begin{cases} \log_a f^2(x) < p(x), \\ f(x)g(x) > 0 \end{cases}}$$

4) $\log_a f^{2n}(x) \rightarrow \boxed{\log_a f^{2n}(x) = 2n\cdot\log_a |f(x)|}$

Задания С3

Решите систему неравенств $\begin{cases} \log_{\log_x 2x}(6x-2) \geq 0, \\ 20^x - 64 \cdot 5^x - 4^x + 64 \leq 0. \end{cases}$

1. **Решите систему неравенств**

$$\begin{cases} 9^{x+1} - 244 \cdot 3^x + 27 \leqslant 0, \\ 2\log_2 \dfrac{x-1}{10x+11} + \log_2(10x+11)^2 \geqslant 2. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств $\begin{cases} 6^x + \left(\dfrac{1}{6}\right)^x > 2, \\ 2^{x^2} \leq 4 \cdot 2^x. \end{cases}$

Решение системы неравенств

1) $6^{2x}+1>2\cdot 6^{x}$

$6^{2x}-2\cdot 6^{x}+1>0$

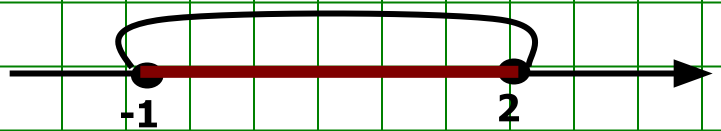
$\left(6^{x}-1\right)^{2}>0$

$x\neq 0$

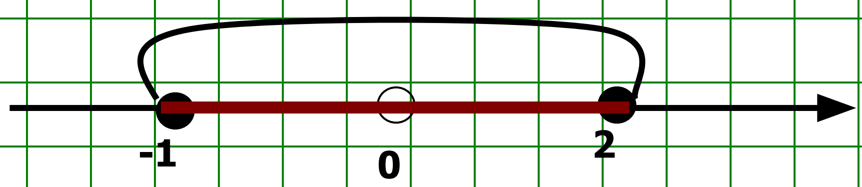
2) $2^{x^{2}}\leq 2^{x+2}$

$x^{2}-x-2\leq 0$

$x=-1;x=2$



3)



$Ответ:\left[-1;0\right)\cup\left(0;2\right]$

Задания С3

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \log_7^2 \left(x^2 + 4x - 20\right) \leqslant x - 3, \\ \log_7^2 \left(x^2 + 2x - 14\right) \leqslant 3 - x. \end{cases}$$

4. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \left(9 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 1\right) \log_{x+1} |x - 3{,}5| \geqslant 0, \\ 9^{x+1} + \log_{x+1} |x - 3{,}5| + 1 \geqslant 10 \cdot 3^x. \end{cases}$$

Литература

- Корянов А.Г., Прокофьев А.А., Математика ЕГЭ 2012. Системы неравенств с одной переменной (типовые задания С3)
- Ященко И.В., Подготовка к ЕГЭ по математике в 2012году. Методические указания – М.: МЦНМО, 2012. – 208 с.