Множества

Понятие множества.

- *Георг Кантор (1845-1918)*
- *Профессор математики и философии, основоположник современной теории множеств.*
- *«Под множеством мы подразумеваем объединение в целое определённых, различающихся между собой объектов нашего представления или мышления».* *Георг Кантор*

Понятие множества.

Основное понятие в математике - понятие множества.

Понятие множество относится к первоначальным понятиям, не подлежащим определению.

Под множеством подразумевается некоторая совокупность однородных объектов.

Предметы (объекты), составляющие множество, называются элементами.

Обозначение множества

Множества обозначаются заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C, X и др.

Элементы множества обозначаются строчными буквами латинского алфавита : a, b, c, d и др.

Запись $M = \{ a , b, c, d\}$ *означает, что множество М состоит из элементов* a , b, c, d.

Є *– знак принадлежности. Запись а є М обозначает, что объект а является элементом множества М и читается так:*

« а принадлежит множеству М »

Численность множества

Численность множества- число элементов в данном множестве.

Обозначается так : *n*

Записывается так : n (М) $= 4$

Множества бывают:

Конечные множества- состоят из конечного числа элементов, когда можно пересчитать все элементы множества.

Бесконечные множества- когда невозможно пересчитать все элементы множества.

Пустые множества- множества, не содержащие элементов и обозначают так: $\varnothing$. Записывают так: $n(A)=0$; $A = \varnothing$

Пустое множество является подмножеством любого множества.

Виды множеств:

Дискретные множества(прерывные)- имеют отдельные элементы. Путём счёта распознаются.

Непрерывные множества- нет отдельных элементов. Распознаются путём измерения.

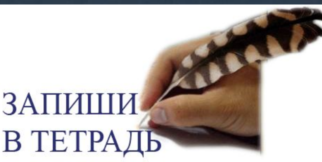
Конечные множества- состоят из конечного числа элементов, когда можно пересчитать все элементы множества.

Бесконечные множества- когда невозможно пересчитать все элементы множества.

Упорядочные множества. Элемент из множества предшествует или следует за другим. Множество натуральных чисел, расположенных в виде натурального ряда.

Неупорядочные множества. Любое неупорядочное множество можно упорядочить.

Обозначения некоторых числовых множеств:



N – множество натуральных чисел;

Z – множество целых чисел;

Q – множество рациональных чисел;

I - множество иррациональных чисел;

R – множество действительных чисел.

Способы задания множеств

Перечислением элементов (подходит для конечных множеств).

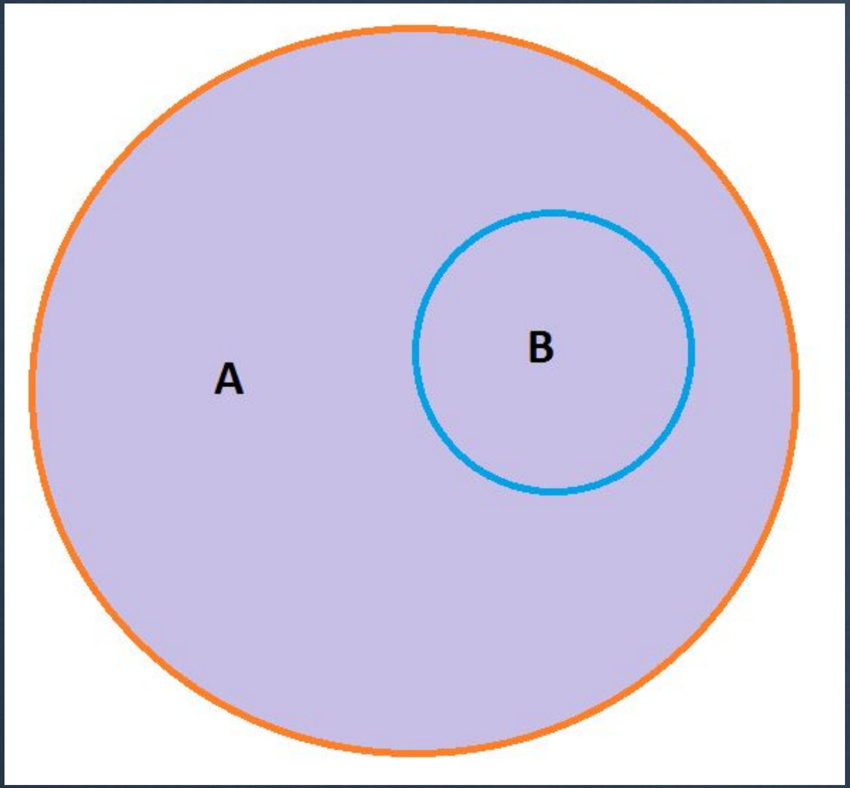
Указать характеристическое свойство множества, т.е. то свойство, которым обладают все элементы данного множества.

С помощью изображения :

- На луче
- В виде графика

С помощью кругов Эйлера. В основном используется при выполнении действий с множествами или демонстрации их отношений.

Подмножество



Если любой элемент множества В принадлежит множеству А,

то множество В называется подмножеством множества А.

- *Знак включения.*

Запись В А означает,

что множество В

Виды подмножеств

Собственное подмножество. Множество В называется собственным подмножеством множества А, если выполняются условия: В≠∅, В≠А.

Не собственные подмножества. Множество В называется не собственным подмножеством множества А, если выполняются условия: В≠∅, В=А.

Пустое множество является подмножеством любого множества.

Любое множество является подмножеством самого себя.

Равенства множеств

Множества равны, если они состоят из одних и тех же элементов.

Два множества являются равными , если каждый из них является подмножеством другого.

В этом случае пишут: A=B

A=B

Операции над множествами

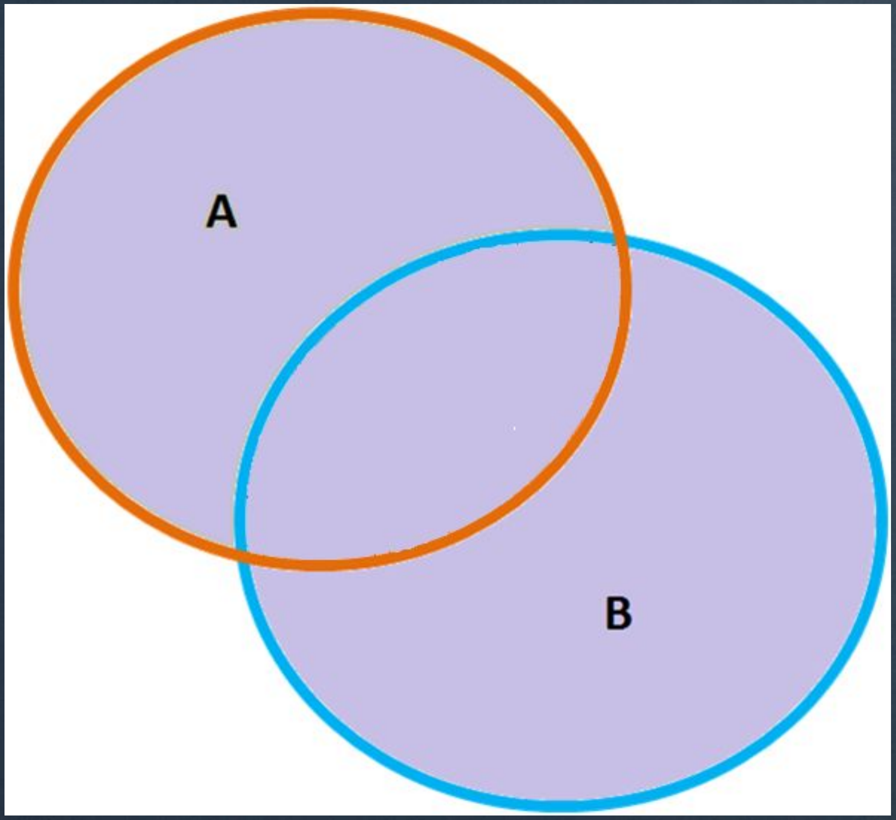
Пересечение множеств.

Объединение множеств.

Разность множеств.

Дополнение множества.

Объединение множеств



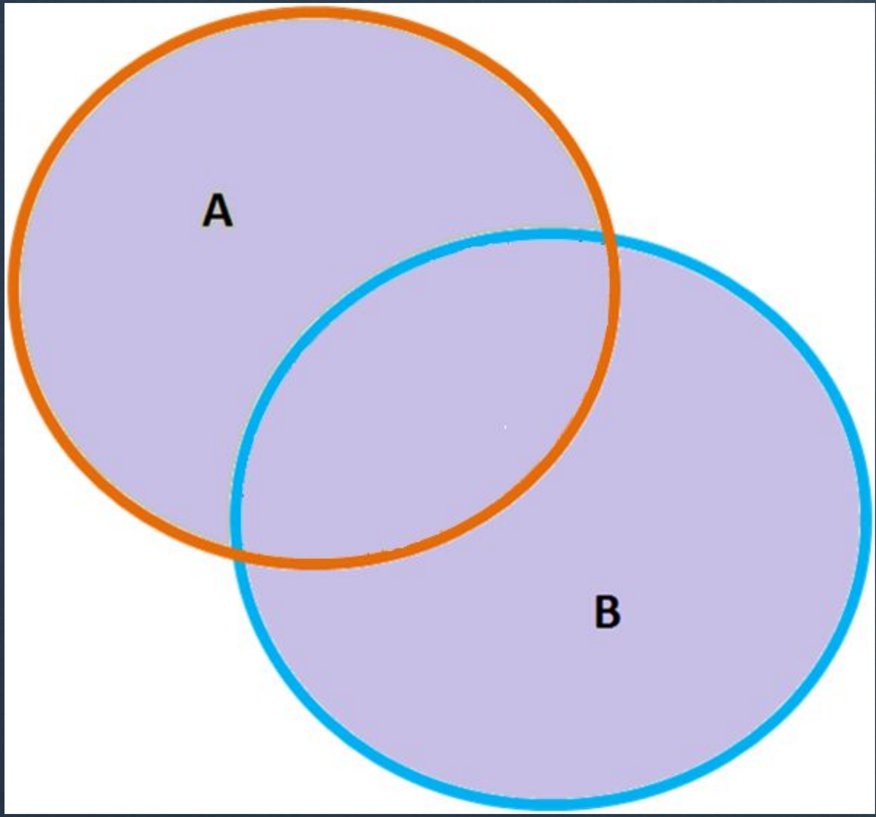
Объединением множеств А и В называется множество всех объектов, являющихся элементами множества А или множества В.

U- знак объединения.

А U В читается так:

«Объединение

Пересечение множеств



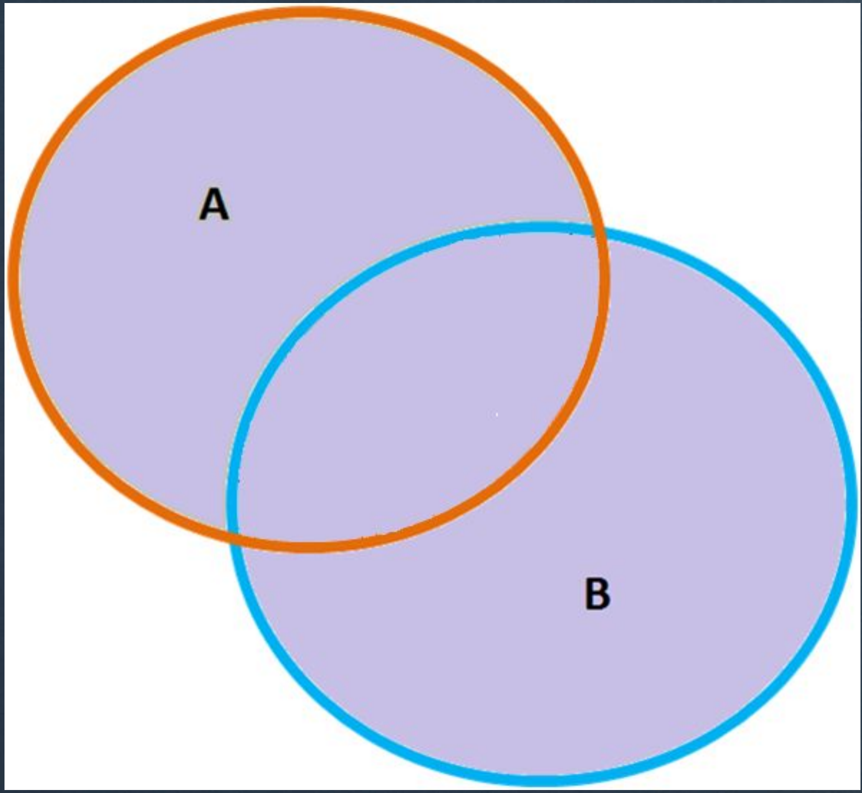
Пересечением множеств А и В называется множество, содержащее только те элементы, которые одновременно принадлежат и множеству А и множеству В.

∩-знак пересечения, соответствует союзу «и».

A ∩ B читается так:

«Пересечение множеств А

Разность множеств

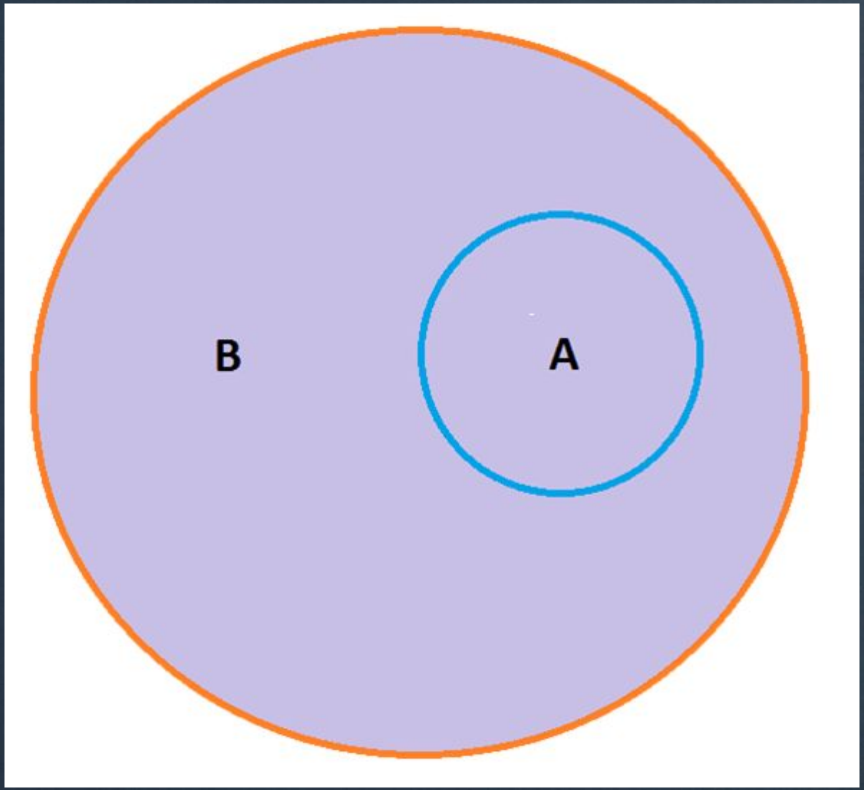


- Разностью множеств А и В называется множество всех объектов, являющихся элементами множества А и не принадлежащих множеству В.

\ - знак разности, соответствует предлогу «без».

Разность множеств А и В записывается так: А \ В

Дополнение множества



- Множество элементов множества B, не принадлежащих множеству A, называется дополнением множества A до множества B.

Часто множества являются подмножествами некоторого основного, или универсального множества $\mathcal{U}$.

Дополнение обозначается $\bar{A}$

Свойства множеств

Пересечение и объединение множеств обладают свойствами:

Коммутативность

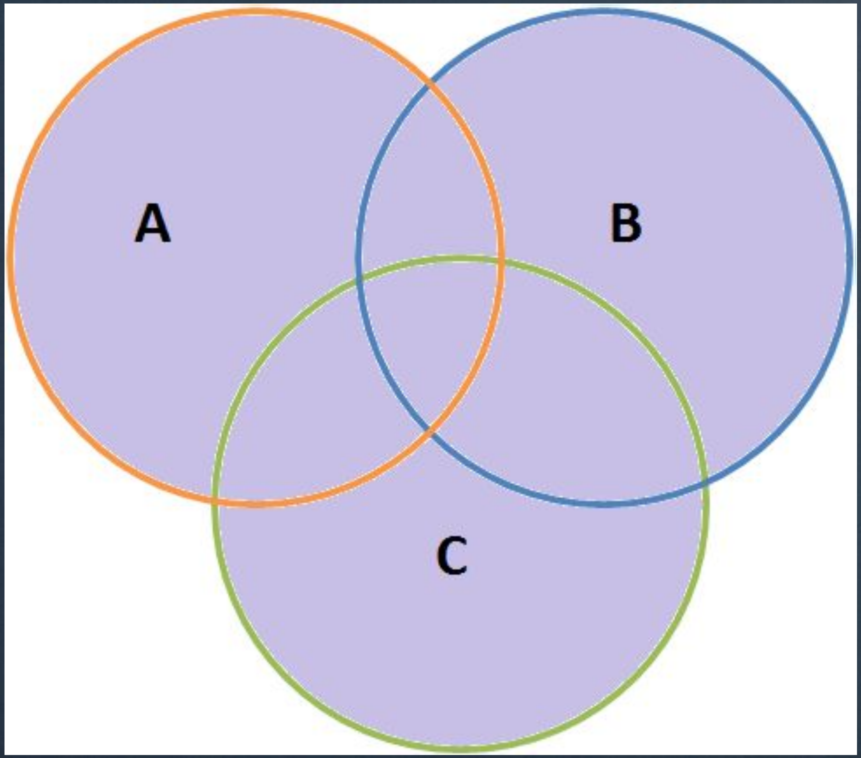
Ассоциативность

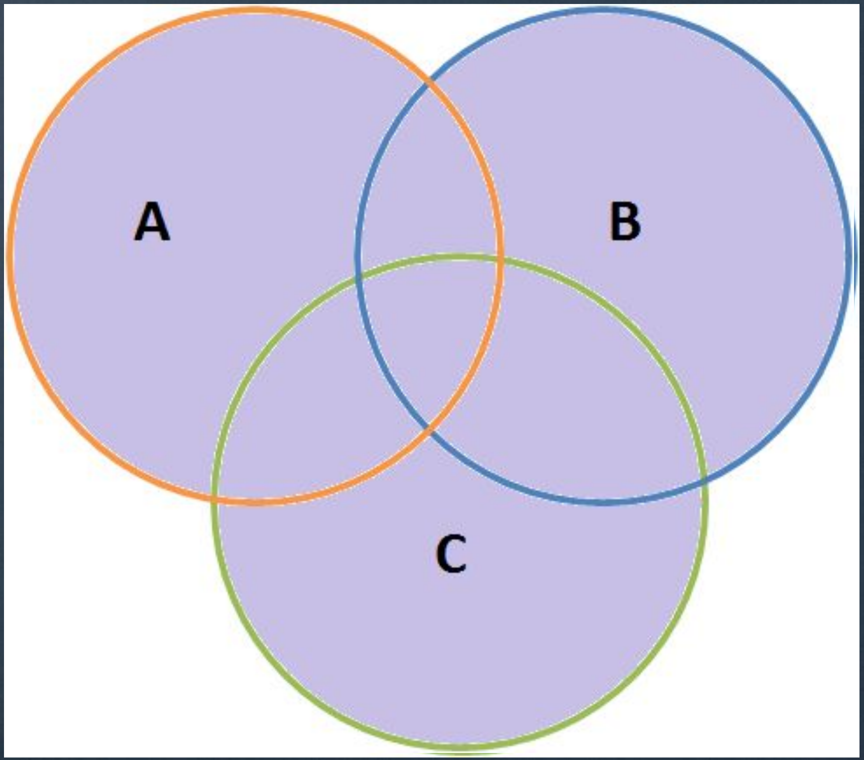
Дистрибутивность

Ассоциативность

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

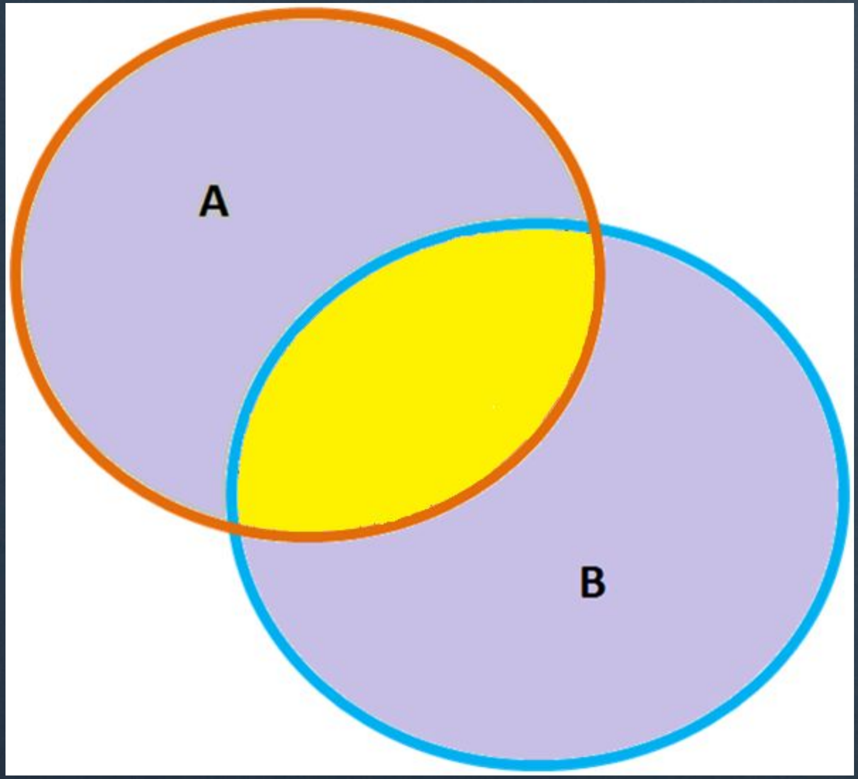
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$



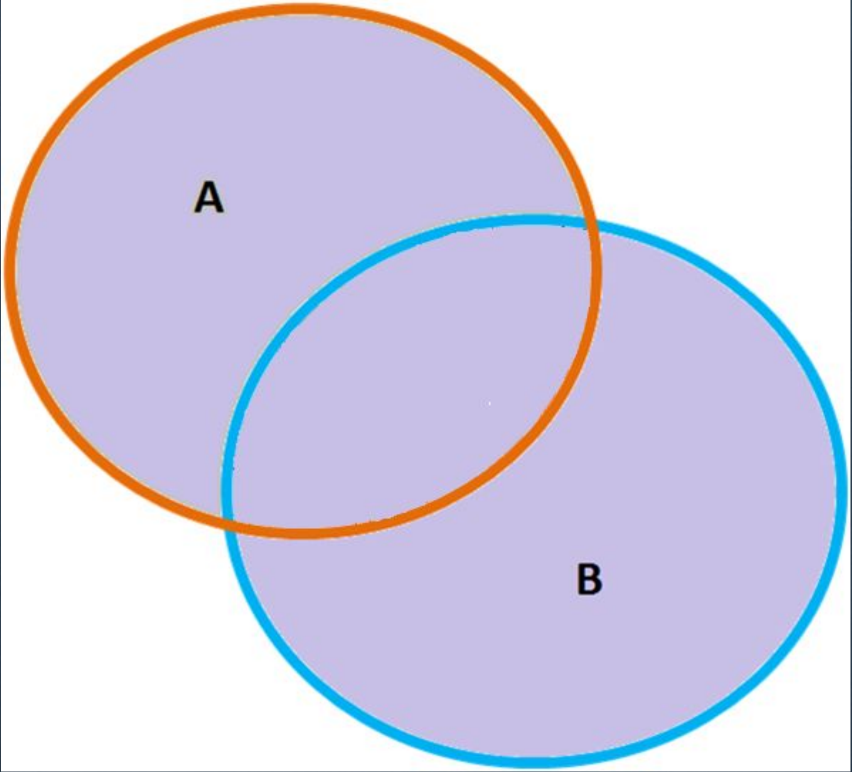


Коммутативность

A ∩ B = B ∩ A

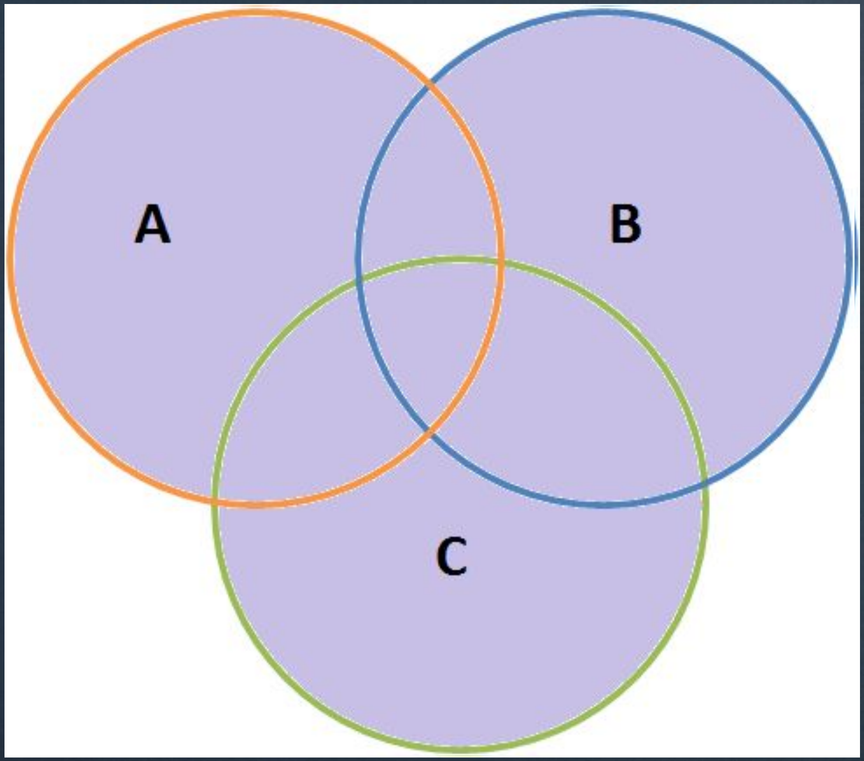


A ∪ B = B ∪ A

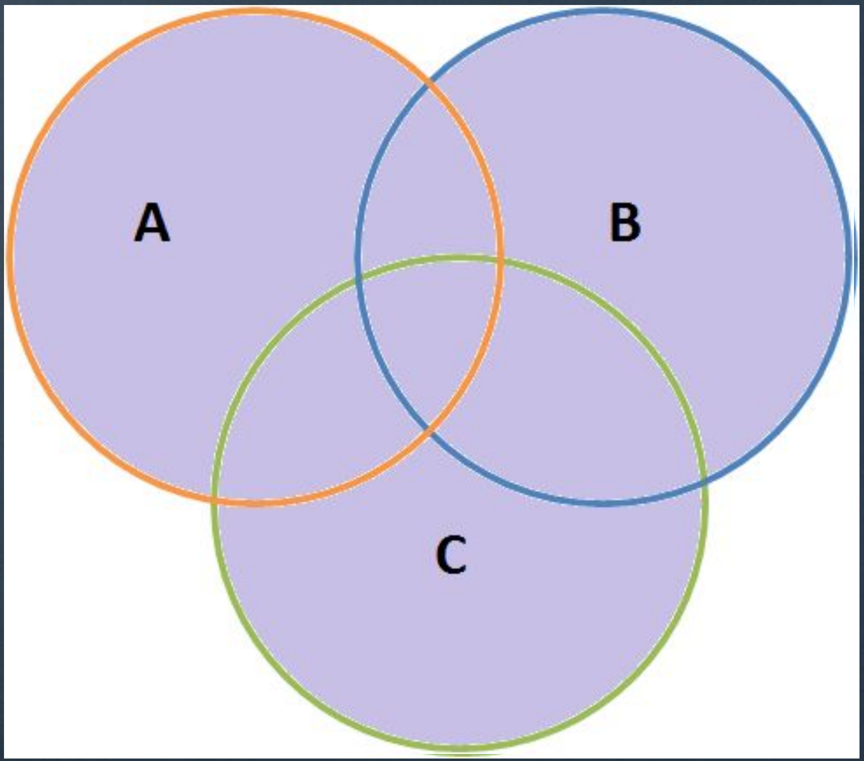


Дистрибутивность

(A ∪ B) ∩ C = (A ∩ C) ∪ (B ∩ C)



(A ∩ B) ∪ C = (A ∪ C) ∩ (B ∪ C)



Отношения множеств

В теории множеств рассматриваются отношения между множествами:

Тождественность. Если каждый элемент множества А является также и элементом множества В , и каждый элемент множества В есть также элементом множества А, то эти множества тождественны. Обозначается так : А=В.

Эквивалентность. Соответствие между элементами множеств А и В, при котором каждому элементу множества А соответствует единственный элемент множества В, и наоборот, различным элементам одного множества соответствуют различные элементы другого множества, называется взаимно однозначными. Если существует, по крайней мере, одно взаимно однозначное соответствие между элементами множеств А и В, то такие множества называются эквивалентными.

Свойства эквивалентности

Отношение эквивалентности обладает следующими свойствами:

Симметричность(взаимность). Если множество А эквивалентно множеству В , то множество В эквивалентно множеству А.

А~В, В~А

Транзитивность (переходность). Если множество А эквивалентно множеству В , а множество В эквивалентно множеству С, то множества А и С эквивалентны.

А~В, В~С, А~ С.

Рефлексивность (возвратность). Всякое множество эквивалентно самому себе.

А~А

Использование отношения эквивалентности позволяет разбить всевозможные множества на классы эквивалентных