

Глава 4.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

4.1. Общие сведения о схемах замещения

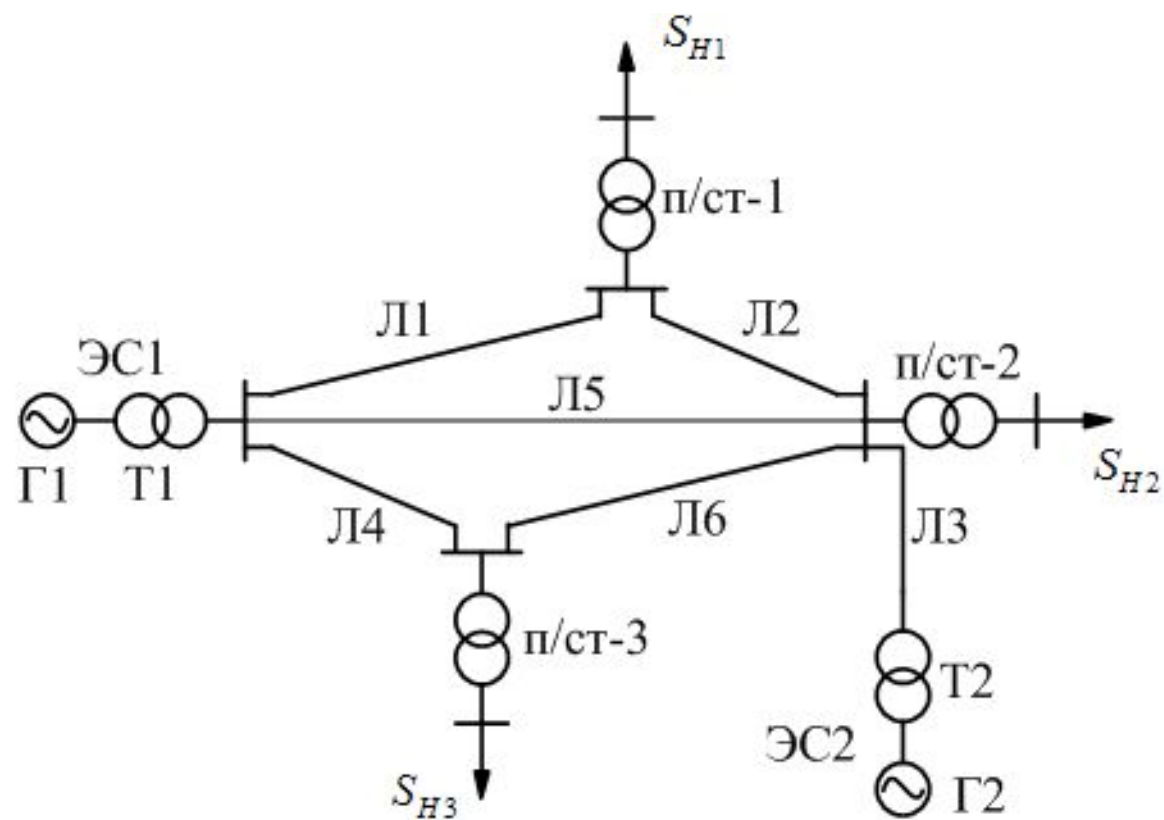


Рис. 4.1 Принципиальная схема простейшей электрической системы

Основными элементами энергосистемы, с точки зрения расчета установившегося режима, являются:

- генераторы – источники выработки электроэнергии;
- нагрузка – потребители электроэнергии;
- трансформаторы, линии электропередачи, токоограничивающие и компенсирующие реакторы – элементы передачи и распределения электрической энергии.

Генераторы вводятся в схему замещения одним из следующих вариантов заданных величин:

- P_G, Q_G - активной и реактивной мощностью;
- U_G, P_G - модулем напряжения на его клеммах и активной мощностью.

Нагрузка, в зависимости от класса напряжения на её зажимах (0,4; 6-10; 110 кВ) и точности её описания, представляется в установившемся режиме тремя наиболее распространенными моделями.

Наиболее простая модель – представление нагрузки постоянными значениями мощностей P и Q .

Наиболее строгое отражение свойств нагрузки – представление её статическими характеристиками по напряжению:

$$P = f_p(U), Q = f_q(U). \quad (4.1)$$

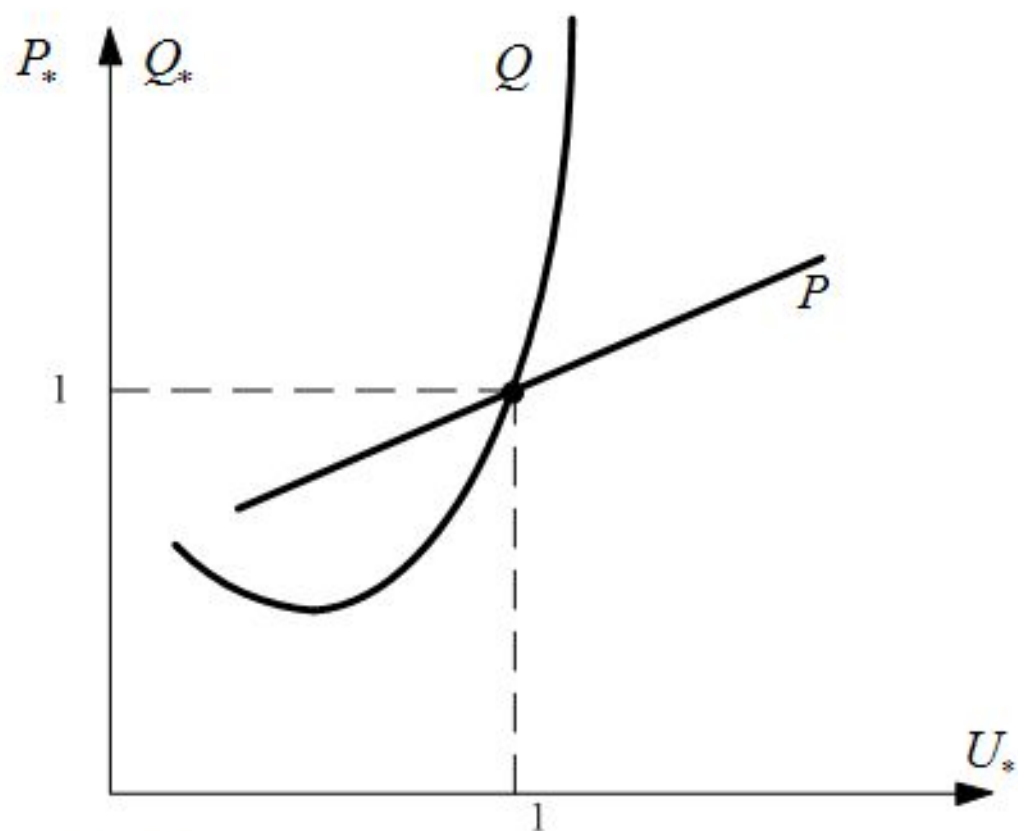


Рис. 4.2 Статические характеристики нагрузки по напряжению

Обычно зависимости (4.1) представляют полиномами 2-ой степени относительно U :

$$\begin{aligned} P(U) &= P_{\text{ном}} \left[a_0 + a_1 \frac{U}{U_{\text{ном}}} + a_2 \left(\frac{U}{U_{\text{ном}}} \right)^2 \right], \\ Q(U) &= Q_{\text{ном}} \left[b_0 + b_1 \frac{U}{U_{\text{ном}}} + b_2 \left(\frac{U}{U_{\text{ном}}} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (4.2)$$

Иногда нагрузка в расчетной схеме представляется поперечной ветвью сопротивлений или проводимостей (рис. 4.3).

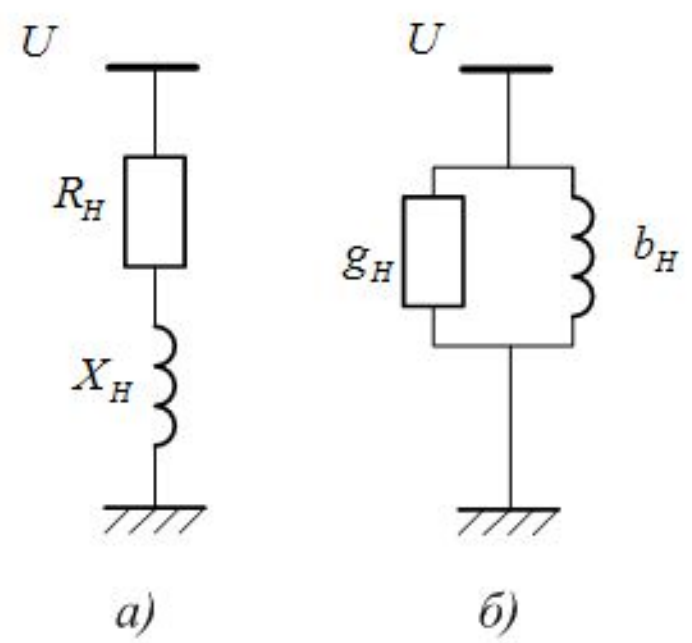


Рис. 4.3 Схемы замещения нагрузки

При последовательном соединении элементов

$$Z_H = \frac{U}{\sqrt{3} \underline{I}} = \frac{U \overset{*}{U}}{S} = \frac{U^2}{S} \angle \varphi = \frac{U^2}{S} (\cos \varphi + j \sin \varphi), \quad (4.3)$$
$$R_H = \frac{U^2}{S} \cos \varphi; \quad X_H = \frac{U^2}{S} \sin \varphi.$$

При параллельном соединении элементов схемы для вычисления проводимостей:

$$g_H = \frac{P}{U^2}; \quad b_H = \frac{Q}{U^2}. \quad (4.4)$$

Силовые трансформаторы наиболее точно представляются Т-образной схемой замещения. Для практических расчетов более удобной является Г-образная схема замещения (рис. 4.4), в которой потери холостого хода считаются постоянными.

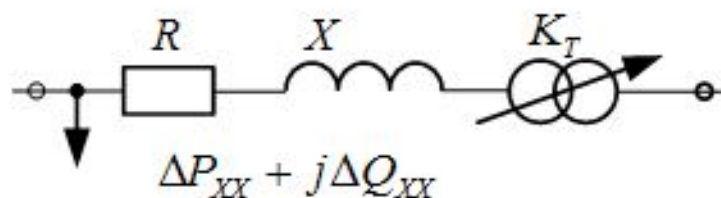
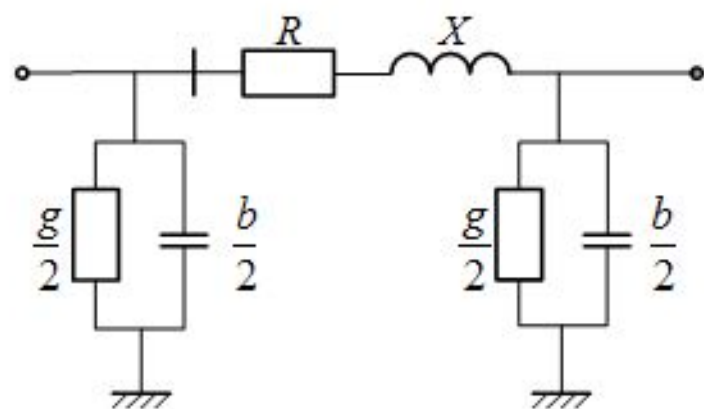
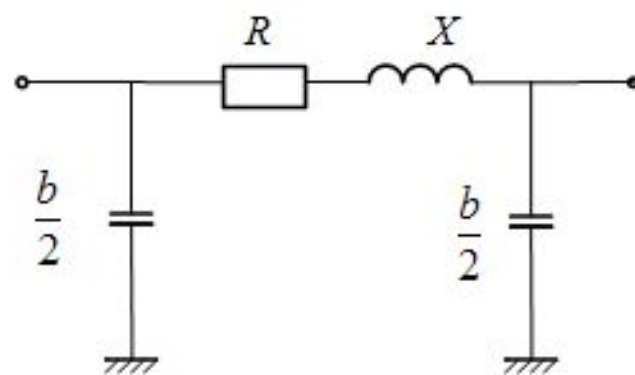


Рис. 4.4 Г-образная схема замещения двухобмоточного трансформатора

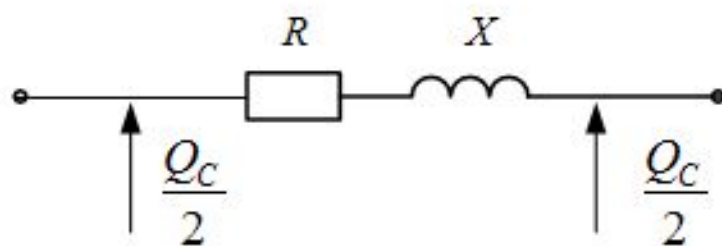
Воздушные линии электропередачи (ВЛ) наиболее точно моделируются П-образной схемой замещения (рис. 4.5, а). Вариант «б» - для ВЛ 110 кВ и выше. Вариант «в» - для ВЛ 35, 110 кВ; зарядная мощность принимается постоянной, не зависящей от изменения уровня напряжения по концам ВЛ.



a)



б)



в)

Рис. 4.5. Схемы замещения ЛЭП

Токоограничивающие реакторы в схеме замещения

выступают как продольный элемент.

Шунтирующие реакторы используются для компенсации емкостных токов ВЛ и в схеме замещения

является поперечным элементом.

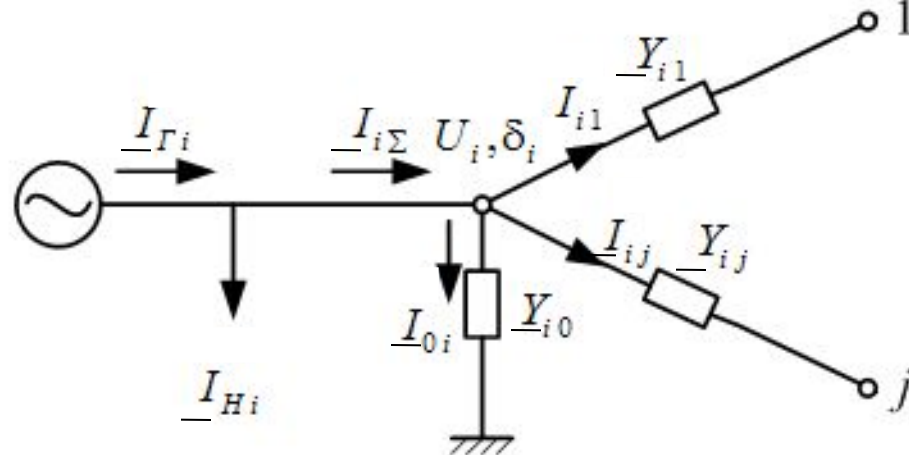


Рис. 4.6. Схема обобщенного узла энергосистемы

Она предполагает, что в каждом узле (i) есть:

- генератор, являющийся источником тока I_{Gi} ,
- нагрузка, представленная её током I_{Ni} ,
- напряжение узла, представленное его модулем U_i и фазой δ_i , отсчитываемой от общей для моделируемой схемы оси отсчета узлов,
- проводимости связи между узлами Y_{ij} и проводимость связи узла i с землей Y_{i0} ,

- токи (I_{i1}, I_{ij}, I_{0i}) , протекающие по пассивной части схемы, т.е. проводимостями ветвей, примыкающих к узлу i .

$$\underline{I}_{i\Sigma} = \underline{I}_{\Gamma i} - \underline{I}_{Hi} \,, \tag{4.6}$$

4.2. Формы записи параметров электрических систем

Так, для комплексного сопротивления $\underline{Z}$ активно-индуктивного характера имеем

$\underline{Z} = Ze^{j\psi} = Z\angle\psi$ - показательную форму,

$\underline{Z} = Z(\cos\psi + j\sin\psi)$ - тригонометрическую форму,

$\underline{Z} = R + jX$ - алгебраическую форму.

$$\underline{Z} = Z \angle \psi = R + jX, \quad (4.7)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, $\psi = \arctg \frac{X}{R}$.

Тогда для проводимости $\underline{Y}$, как величине обратной $\underline{Z}$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{(R - jX)}{(R + jX)(R - jX)} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2}; \quad (4.8)$$

и, следовательно,

$$\underline{Y} = g - jb = Y \angle -\psi = Y(\cos \psi - j \sin \psi), \quad (4.9)$$

где $g = \frac{R}{Z^2}$; $b = \frac{X}{Z^2}$; $Y = \frac{1}{Z}$; $\psi = \arctg \frac{b}{g} = \arctg \frac{X}{R}$.

Отметим, что положительной реактивности $(+jX)$ в $\underline{Z}$ соответствует отрицательная проводимость $(-jb)$ в комплексе $\underline{Y}$.

Векторы напряжения и тока на комплексной плоскости можно представить в следующем виде (рис. 4.7):

$$\underline{U} = U \angle \delta = U' + jU'',$$

$$\underline{I} = I \angle \varphi_I = I' + jI'',$$

где U', I' - вещественные составляющие напряжения и тока, U'', I'' - мнимые составляющие напряжения и тока.

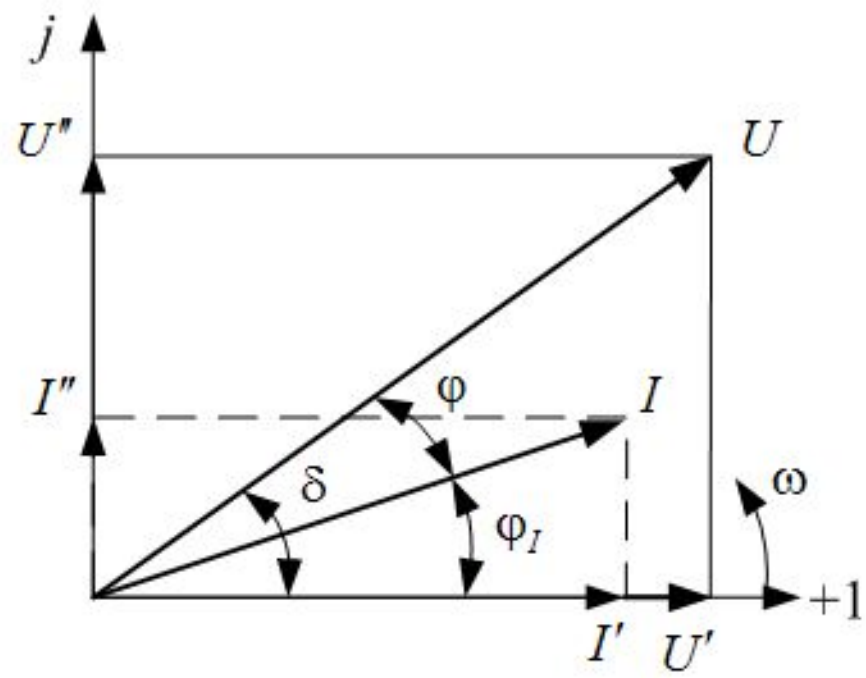


Рис. 4.7 Изображение векторов $\underline{U}, \underline{I}$ на комплексной плоскости

Нагрузка электрических систем имеет активно-индуктивный характер, т.е. вектор тока узла электропотребления отстает от вектора напряжения на угол φ . Выражение трехфазной мощности для этих условий в комплексной форме запишется так

$$\underline{S} = \sqrt{3} \underline{U}_L \overset{*}{I}_\Phi = \sqrt{3} \underline{U}_L I_\Phi \angle (\delta - \varphi_I) = \sqrt{3} \underline{U}_L I_\Phi \angle \varphi, \quad (4.10)$$

где $\underline{U}_L$ - действующее значение линейного (межфазного) напряжения,
 I_Φ - действующее значение фазного тока.

Для упрощения записи выражения трехфазной мощности примем

$$I_L = \sqrt{3} I_\Phi \quad (4.11)$$

и, опуская индекс «Л», имеем

$$\underline{S} = \underline{U} \overset{*}{I} = UI \angle \varphi = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + jQ. \quad (4.12)$$

4.3. Общие сведения о формах математического описания установившихся режимов энергосистем

4.4. Линейные уравнения узловых напряжений с комплексными переменными в форме баланса токов и методы их решения

Для отработки общих правил формирования УУН с комплексными переменными обратимся к схеме замещения, представленной на рис. 4.11.

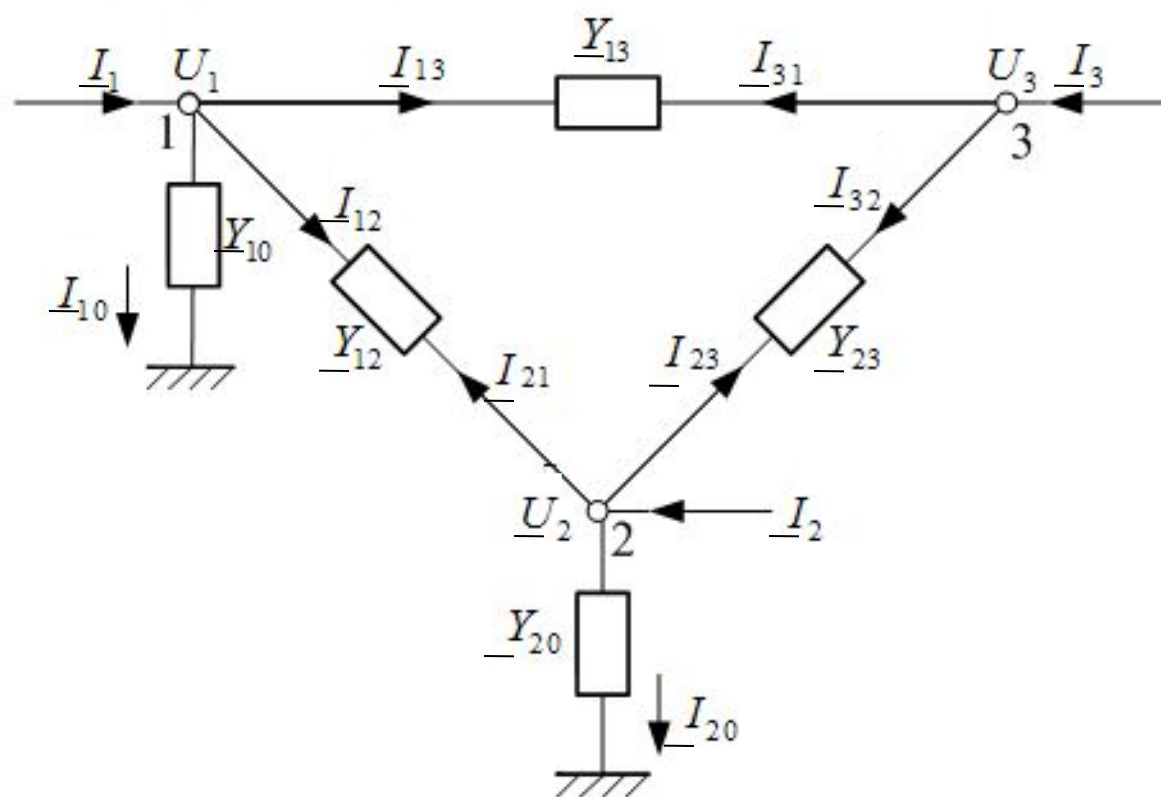


Рис. 4.11 Схема замещения

На схеме замещения представлены:

– $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ - задающие токи (известные величины),

– $\underline{Y}_{13}, \underline{Y}_{12}, \underline{Y}_{23}$ - проводимости связи между узлами (величины известные),

– $\underline{Y}_{10}, \underline{Y}_{20}$ - взаимные проводимости между узлом и землей (величины известные),

– $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$ - напряжения узлов (неизвестные величины – подлежат расчету),

– $\underline{I}_{13}, \underline{I}_{12}, \underline{I}_{10}$ и т.д. – токораспределение (величины неизвестные).

Для рассматриваемой схемы на основе первого закона Кирхгофа можно записать систему трех линейно независимых уравнений баланса токов, которая с учетом принятых положительных направлений имеет вид:

$$\underline{I}_{10} + \underline{I}_{12} + \underline{I}_{13} = \underline{I}_1, \quad (4.13)$$

$$\underline{I}_{20} + \underline{I}_{21} + \underline{I}_{23} = \underline{I}_2,$$

$$\underline{I}_{31} + \underline{I}_{32} = \underline{I}_3.$$

Для ветви ij схемы (рис. 4.11) согласно второму закону Кирхгофа справедливо соотношение

$$\underline{U}_i - \underline{U}_j = \underline{I}_{ij} \underline{Z}_{ij}. \quad (4.14)$$

Следовательно,

$$\underline{I}_{ij} = \frac{\underline{U}_i - \underline{U}_j}{\underline{Z}_{ij}} = \left(\underline{U}_i - \underline{U}_j \right) \underline{Y}_{ij}. \quad (4.15)$$

В частности, для составляющих токов узла №1:

$$\underline{I}_{10} = \left(\underline{U}_1 - \underline{U}_0 \right) \underline{Y}_{10}; \quad \underline{I}_{12} = \left(\underline{U}_1 - \underline{U}_2 \right) \underline{Y}_{12}; \quad \underline{I}_{13} = \left(\underline{U}_1 - \underline{U}_3 \right) \underline{Y}_{13}.$$

Заменяя в (4.13) неизвестные токи согласно (4.15), имеем

$$\begin{aligned} \left(\underline{U}_1 - \underline{U}_0 \right) \underline{Y}_{10} + \left(\underline{U}_1 - \underline{U}_2 \right) \underline{Y}_{12} + \left(\underline{U}_1 - \underline{U}_3 \right) \underline{Y}_{13} &= \underline{I}_1, \\ \left(\underline{U}_2 - \underline{U}_0 \right) \underline{Y}_{20} + \left(\underline{U}_2 - \underline{U}_1 \right) \underline{Y}_{21} + \left(\underline{U}_2 - \underline{U}_3 \right) \underline{Y}_{23} &= \underline{I}_2, \\ \left(\underline{U}_3 - \underline{U}_1 \right) \underline{Y}_{31} + \left(\underline{U}_3 - \underline{U}_2 \right) \underline{Y}_{32} &= \underline{I}_3. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Упорядочим систему (4.16) и учтем, что потенциал земли равен нулю ($U_0 = 0$):

$$\begin{aligned} (\underline{Y}_{10} + \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{13})\underline{U}_1 - \underline{Y}_{12}\underline{U}_2 - \underline{Y}_{13}\underline{U}_3 &= \underline{I}_1, \\ -\underline{Y}_{21}\underline{U}_1 + (\underline{Y}_{20} + \underline{Y}_{21} + \underline{Y}_{23})\underline{U}_2 - \underline{Y}_{23}\underline{U}_3 &= \underline{I}_2, \\ -\underline{Y}_{31}\underline{U}_1 - \underline{Y}_{32}\underline{U}_2 + (\underline{Y}_{31} + \underline{Y}_{32})\underline{U}_3 &= \underline{I}_3. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Введем понятие собственной проводимости узла i

$$\underline{Y}_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n \underline{Y}_{ij}, \quad (4.18)$$

— это алгебраическая сумма взаимных проводимостей ветвей, примыкающих к данному узлу.

Применительно к рассматриваемой схеме имеем:

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11} &= \underline{Y}_{10} + \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{13}, \\ \underline{Y}_{22} &= \underline{Y}_{20} + \underline{Y}_{21} + \underline{Y}_{23}, \\ \underline{Y}_{33} &= \underline{Y}_{31} + \underline{Y}_{32}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Для рассматриваемой схемы (рис. 4.11) должен выполняться первый закон Кирхгофа

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_0 = 0, \quad (4.20)$$

т.е. для выполнения этого условия произвольным образом можно задать только три тока, например $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$.

Правило: Уравнение, соответствующее балансирующему узлу, в общей системе уравнений не участвует.

$$\underline{Y}_{11}\underline{U}_1-\underline{Y}_{12}\underline{U}_2=\underline{I}_1+\underline{Y}_{13}\underline{U}_3\,,\tag{4.21}$$

$$-\underline{Y}_{21}\underline{U}_1+\underline{Y}_{22}\underline{U}_2=\underline{I}_2+\underline{Y}_{23}\underline{U}_3\,.$$

Для схемы с n узлами система УУН в форме баланса токов запишется так:

$$\underline{Y}_{ii} \underline{U}_i - \sum_{j=0, j \neq i}^n \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j = \underline{I}_i + \underline{Y}_{i0} U_0, i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (4.22)$$

где $\underline{Y}_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n \underline{Y}_{ij}$, $\underline{I}_i = \underline{I}_{iG} - \underline{I}_{iH}$.

В собственную проводимость узла i входит и проводимость его связи с землей Y_{i0} . Знак задающего тока является положительным при преобладающем токе генерации и отрицательным — при преобладающем токе нагрузки.

Используя матричную запись для системы (4.22), имеем

$$\underline{Y} \underline{U} = \tilde{\underline{I}}, \quad (4.23)$$

где $\tilde{\underline{I}} = \underline{I} + \underline{Y}_{i0} U_0$, U_0 - напряжение базисного узла.

Содержание матриц, входящих в (4.23), имеет следующий вид:

$$\underline{Y} = \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} & \dots & -Y_{1,n-1} \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} & \dots & -Y_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -Y_{n-1,1} & -Y_{n-1,2} & -Y_{n-1,3} & \dots & Y_{n-1,n-1} \end{pmatrix} - \text{симметричная матрица узловых проводимостей,}$$

$$\underline{U} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_{n-1} \end{pmatrix} - \text{вектор-столбец искомых напряжений, } \tilde{I} = \begin{pmatrix} I_1 + Y_{1,0} U_0 \\ I_2 + Y_{2,0} U_0 \\ \dots \\ I_{n-1} + Y_{n-1,0} U_0 \end{pmatrix}.$$

Для приведения системы (4.22) к итерационному виду по методу Зейделя уравнение узла i разрешается в явном виде относительно его напряжения

$$\underline{U}_i = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left(\sum_{j=1}^{n-1} \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j + \underline{I}_i + \underline{Y}_{i0} \underline{U}_0 \right), i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (4.25)$$

В качестве начальных приближений принимают $\underline{U}_i = \underline{U}_{iHOM}$; $\delta_i = 0$. Анализируя достаточные условия сходимости линейной системы (4.22) применительно к процедуре Зейделя на основе критерия (2.39) можно отметить следующее.

- Для узлов i , связанных с базисным, $|\underline{Y}_{ii}| > \sum_{j=1}^{n-1} |\underline{Y}_{ij}|$ и условия сходимости выполняются.

- Для узлов i , не связанных с базисным, $|\underline{Y}_{ii}| < \sum_{j=1}^{n-1} |\underline{Y}_{ij}|$ и условия сходимости нарушаются.

- Емкостная проводимость связи узла i с землей (jb_{i0}) входит только в состав $\underline{Y}_{ii}$ и, имея знак противоположный знаку индуктивной проводимости связей ij , несколько уменьшает значение $\underline{Y}_{ii}$ и, следовательно, ухудшает условия сходимости.

Решение линейной системы (4.23) методом обратной матрицы запишется так:

$$\underline{U} = \underline{Y}^{-1} \left(\underline{I} + \underline{Y}_{i\phi} U_{\phi} \right) = \underline{Z} \left(\underline{I} + \underline{Y}_{i\phi} U_{\phi} \right), \tag{4.26}$$

где $\underline{Z} = \underline{Y}^{-1}$ - матрица узловых сопротивлений.

Для частного случая – отсутствия проводимостей связей узлов i с землей ($Y_{i0} = 0$) выражение (4.26) несколько упрощается.

При указанных условиях

$$\underline{Y}^{-1} \underline{Y}_{i\phi} = \tilde{E}, \tag{4.28}$$

где $\tilde{E}$ - единичный столбец.

С учетом (4.28) решение в форме (4.26) упростится:

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I} + U_{\phi}. \tag{4.29}$$

Произведение $\underline{Z} \underline{I}$ дает вектор падения напряжения между узлом i и базисным по напряжению.

Пример 4.2. Для схемы (рис. 4.12) записать линейную систему УУН с комплексными переменными в форме баланса токов в развернутом и матричном виде.

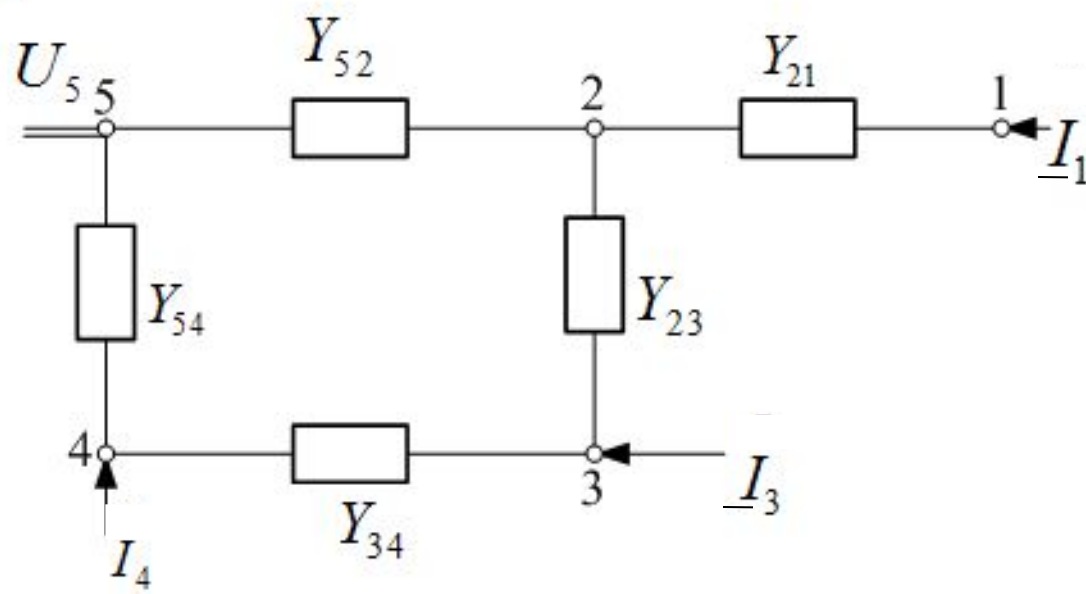


Рис. 4.12 Тестовая схема

Решение. Примем узел №5 за балансирующий и базисный.

1. В развернутой форме в соответствии с (4.22) имеем систему четырех уравнений:

$$Y_{11}\underline{U}_1 - Y_{12}\underline{U}_2 - 0\underline{U}_3 - 0\underline{U}_4 = \underline{I}_1$$

$$-Y_{21}\underline{U}_1 + Y_{22}\underline{U}_2 - Y_{23}\underline{U}_3 - 0\underline{U}_4 = 0 + Y_{25}\underline{U}_5$$

$$0\underline{U}_1 - Y_{32}\underline{U}_2 + Y_{33}\underline{U}_3 - Y_{34}\underline{U}_4 = \underline{I}_3$$

$$0\underline{U}_1 - 0\underline{U}_2 - Y_{43}\underline{U}_3 + Y_{44}\underline{U}_4 = \underline{I}_4 + Y_{45}\underline{U}_5$$

где $Y_{11} = Y_{12}$; $Y_{22} = Y_{21} + Y_{23} + Y_{25}$; $Y_{33} = Y_{32} + Y_{34}$; $Y_{44} = Y_{43} + Y_{45}$.

2. В матричной форме согласно (4.23)

$$\underline{Y}\underline{U} = \underline{\tilde{I}}, \text{ где } \underline{\tilde{I}} = \underline{I} + Y_{i5}U_5,$$

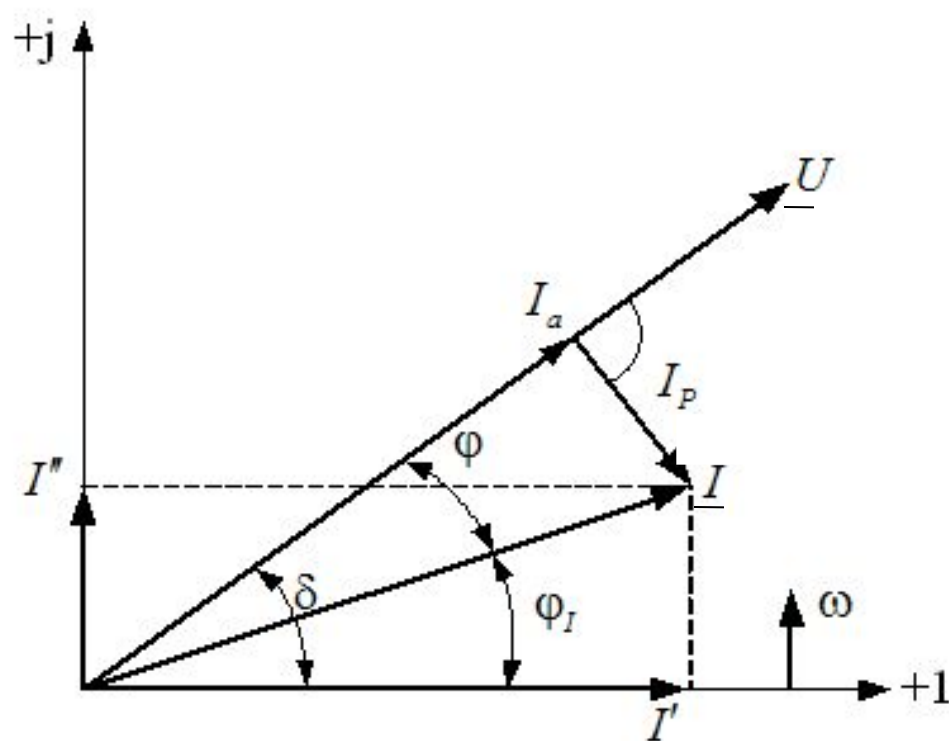
$$Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & 0 & 0 \\ -Y_{21} & Y_{22} & -Y_{23} & 0 \\ 0 & -Y_{32} & Y_{33} & -Y_{34} \\ 0 & 0 & -Y_{43} & Y_{44} \end{pmatrix} - \text{матрица узловых проводимостей,}$$

векторы напряжений и токов

$$U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}, \quad \tilde{I} = \begin{pmatrix} I_1 \\ Y_{25}U_5 \\ I_3 \\ I_4 + Y_{45}U_5 \end{pmatrix}.$$

4.5. Нелинейные уравнения узловых напряжений с комплексными переменными в форме баланса токов

Для уравнения (4.22) необходимо знать фазу (φ_I) задающего тока, отсчитываемую от общей для всей схемы оси (+1) отсчета углов. Значение этой фазы (φ_I) зависит от положения вектора напряжения $\underline{U} \angle \delta$, который подлежит расчету.



$$\underline{I} = I_a - jI_p = I \angle -\varphi \text{ — ось отсчета}$$

углов — вектор $\underline{U}$,

$$\underline{I} = I' - jI'' = I \angle \varphi_I \text{ — ось отсчета}$$

углов — ось +1 ,

$$\varphi_I = \delta - \varphi$$

Рис. 4.14 Системы отсчета углов

$$I_i^* = \frac{S_i}{U_i}, \quad (4.34)$$

где $\underline{S}_i = \underline{S}_{Gi} - \underline{S}_{Hi}$.

С учетом (4.34) система (4.22) принимает вид

$$\underline{Y}_{ii} \underline{U}_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n-1} \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j = \frac{S_i^*}{U_i} + \underline{Y}_{i\delta} U_\delta, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (4.35)$$

и является нелинейной относительно искомым напряжений. В этой форме уравнения могут использоваться для анализа режимов энергосистем. Наличие нелинейности существенно осложняет их решение.

Нелинейная система (4.35) в матричной форме совершенно аналогична (4.23):

$$\underline{Y} \underline{U} = \tilde{I}, \quad (4.36)$$

где $\tilde{I} = \frac{S^*}{U} + \underline{Y}_{i\delta} U_\delta$.

4.6. Нелинейные уравнения узловых напряжений с вещественными переменными в форме баланса токов

По причинам, указанным ранее, нелинейную систему УУН с комплексными переменными (4.36) заменяют эквивалентной системой с действительными (вещественными) переменными. Размерность системы уравнений при этом удваивается.

Возьмем за основу линейную систему (4.23)

$$\underline{Y}\underline{U} = \underline{I} + \underline{Y}_{i\delta}\underline{U}_{\delta}.$$

Представим комплексные переменные этого уравнения в алгебраической форме:

$$\underline{Y} = G - jB, \quad (4.40)$$

$$\underline{U} = U' + jU'',$$

$$\underline{I} = I' + jI'',$$

что позволяет записать

$$(G - jB)(U' + jU'') = I' + jI'' + (G_{i\delta} - jB_{i\delta})U_{\delta}. \quad (4.41)$$

Производя перемножение двучленов (4.41), имеем

$$(GU' + BU'') + j(-BU' + GU'') = (I' + G_{i\delta}U_{\delta}) + j(I'' - B_{i\delta}U_{\delta}). \quad (4.42)$$

Приравнивая отдельно вещественные и мнимые части уравнения (4.42), получаем два матричных уравнения с вещественными переменными:

$$\begin{aligned} GU' + BU'' &= I' + G_{i\delta}U_{\delta}, \\ -BU' + GU'' &= I'' - B_{i\delta}U_{\delta}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Совмещая два матричных уравнения в одно, имеем

$$\begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U' \\ U'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I' + G_{i\bar{6}} I J_{\bar{6}} \\ I'' - B_{i\bar{6}} I J_{\bar{6}} \end{pmatrix}, \quad (4.44)$$

где

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} & \cdots & -g_{1,n-1} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} & \cdots & -g_{2,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -g_{n-1,1} & -g_{n-1,2} & -g_{n-1,3} & \cdots & g_{n-1,n-1} \end{pmatrix},$$

Задающие токи узлов (I' , I'') являются функцией напряжений и вычисляются на основе (4.34), т.е.

$$\begin{aligned} \underline{I} = I' + jI'' &= \frac{S_i^*}{U_i} = \frac{P_i - jQ_i}{U_i' - jU_i''} = \frac{(P_i - jQ_i)(U_i' + jU_i'')}{(U_i' - jU_i'')(U_i' + jU_i'')} = \\ &= \frac{P_i U_i' + Q_i U_i''}{U_i^2} + j \frac{P_i U_i'' - Q_i U_i'}{U_i^2}. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Следовательно,

$$I_i' = \frac{P_i U_i' + Q_i U_i''}{(U_i')^2 + (U_i'')^2} - \text{вещественная часть задающего тока}, \quad (4.46)$$

$$I_i'' = \frac{P_i U_i'' - Q_i U_i'}{(U_i')^2 + (U_i'')^2} - \text{мнимая часть задающего тока}, \quad (4.47)$$

где $U_i' = U_i \cos \delta_i$, $U_i'' = U_i \sin \delta_i$, $U_i = \sqrt{(U_i')^2 + (U_i'')^2}$, $\operatorname{tg} \delta_i = \frac{U_i''}{U_i'}$.

Согласно (4.44), для каждого узла i в развернутой форме можно записать два уравнения с вещественными переменными:

$$\begin{aligned} g_{ii} U_i' - \sum_{j=1}^{n-1} g_{ij} U_j' + b_{ii} U_i'' - \sum_{j=1}^{n-1} b_{ij} U_j'' &= I_i' + g_{i\dot{a}} U_{\dot{a}}, \\ -b_{ii} U_i' + \sum_{j=1}^{n-1} b_{ij} U_j' + g_{ii} U_i'' - \sum_{j=1}^{n-1} g_{ij} U_j'' &= I_i'' - b_{i\dot{a}} U_{\dot{a}}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Следует особо подчеркнуть, что на стадии вывода уравнений (4.44), (4.48) был учтен знак «минус» для индуктивной проводимости (см. (4.40)). Поэтому в указанных УУН (4.44) и (4.48) при расчетах под b_{ii} и b_{ij} следует понимать положительные величины (модуль); у вещественных и мнимых составляющих токов (I' , I'') и напряжений (U' , U'') следует учитывать их реальные знаки.

Наибольшими по модулю коэффициентами в (4.48) являются b_{ii} . Поэтому, для соблюдения наилучших условий сходимости по методу Зейделя первое уравнение системы (4.48) разрешается в явном виде относительно U_i'' , второе – относительно U_i' .

Учитывая, что блочная матрица узловых проводимостей остается постоянной, итерационный процесс удобно построить на методе обратной матрицы:

$$\begin{pmatrix} U' \\ U'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I'(U) \\ I''(U) \end{pmatrix}^{(k)} + \begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} G_{i\delta} \\ -B_{i\delta} \end{pmatrix} U_{\delta}. \quad (4.49)$$

Для частного случая (при отсутствии поперечных связей узлов с землей), выражение (4.49) упрощается (см. (4.28)):

$$\begin{pmatrix} U' \\ U'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} G & B \\ -B & G \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I'(U) \\ I''(U) \end{pmatrix}^{(k)} + \tilde{E} U_{\delta}, \quad (4.50)$$

где

$$\tilde{E} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{matrix} n-1 \text{ строк} \\ n-1 \text{ строк} \end{matrix} .$$

В заключение обратимся к частному случаю, когда схема содержит только реактивную составляющую полного сопротивления, т.е. $R_{ij} = 0$; $x_{ij} \neq 0$.

Как следствие, в (4.44) подматрицы G и $G_{i\bar{6}}$ являются нулевыми. С учетом этого из (4.44) имеем:

$$BU'' = I'(U); \quad BU' = -I''(U) + B_{i\bar{6}}U_{\bar{6}}, \quad (4.51)$$

т.е. исходная система размерности $2(n-1) \times 2(n-1)$ распадается на две независимые системы (4.51), каждая из которых имеет размерности $(n-1) \times (n-1)$.

Пример 4.5.

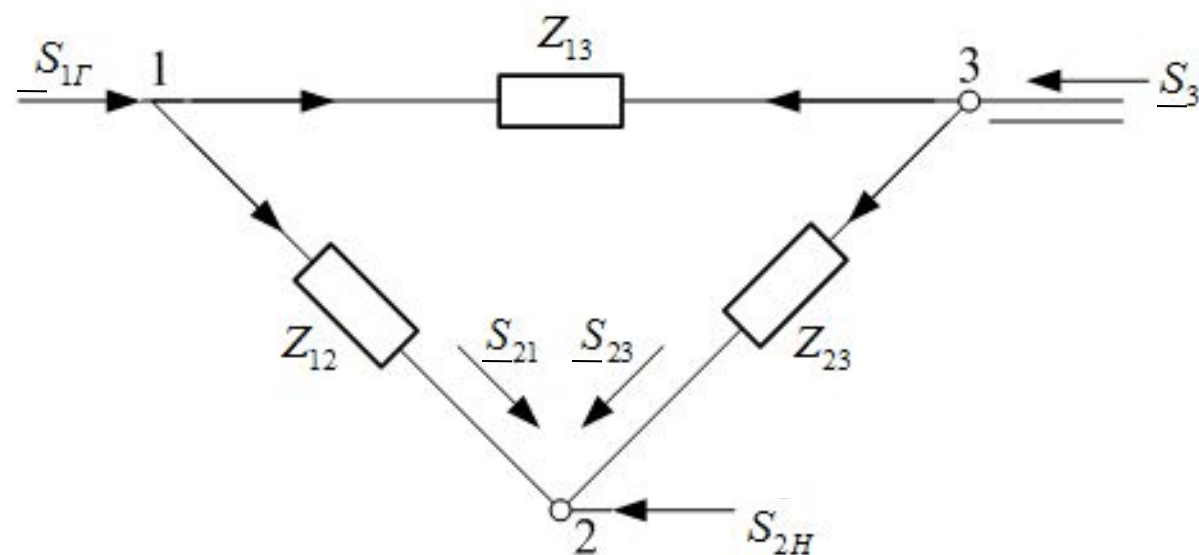


Рис. 4.15 Тестовая схема

Решение.

1. При условии, что балансирующим узлом является узел №3, матрица Y записывается как

$$Y = \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}$$

и дает нам структуру подматриц G и B в (4.44).

2. Нелинейная система УУН с вещественными переменными в форме баланса токов для рассматриваемой схемы в развернутом виде, согласно (4.44) или (4.48), имеет вид

$$\begin{aligned} g_{11}U'_1 - g_{12}U'_2 + b_{11}U''_1 - b_{12}U''_2 &= I'_1 + g_{13}U_3, \\ -g_{21}U'_1 + g_{22}U'_2 - b_{21}U''_1 + b_{22}U''_2 &= I'_2 + g_{23}U_3, \\ -b_{11}U'_1 + b_{12}U'_2 + g_{11}U''_1 - g_{12}U''_2 &= I''_1 - b_{13}U_3, \\ b_{21}U'_1 - b_{22}U'_2 - g_{21}U''_1 + g_{22}U''_2 &= I''_2 - b_{23}U_3. \end{aligned} \tag{4.52}$$

3. Приведем систему (4.52) к итерационному виду, разрешая её относительно составляющих напряжений при коэффициентах b_{11} и b_{22} , т.е. первое уравнение разрешаем относительно U_1'' , второе – относительно U_2'' и т.д.

$$\begin{aligned}
 U_1'' &= \frac{1}{b_{11}} \left[I_1'(U_1) - g_{11}U_1' + g_{12}U_2' + b_{12}U_2'' + g_{13}U_3 \right], \\
 U_2'' &= \frac{1}{b_{22}} \left[I_2'(U_2) + g_{21}U_2' - g_{22}U_2' + b_{21}U_1'' + g_{23}U_3 \right], \\
 U_1' &= \frac{1}{b_{11}} \left[-I_1''(U_1) + b_{12}U_2' + g_{11}U_1'' - g_{12}U_2'' + b_{13}U_3 \right], \\
 U_2' &= \frac{1}{b_{22}} \left[-I_2''(U_2) + b_{21}U_1' - g_{21}U_1'' + g_{22}U_2'' + b_{23}U_3 \right].
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

Пример 4.6. Для схемы (рис. 4.15), содержащей только реактивные сопротивления ветвей, рассчитать векторы напряжений узлов на базе нелинейных УУН с вещественными переменными в форме баланса токов. Решение осуществить итерационным методом на основе обратной матрицы. Определить потери реактивной мощности в схеме.

Дано:

$$X_{12} = 50; X_{13} = 40; X_{23} = 80 \text{ Ом};$$

$$\vec{S}_1 = 100 + j80 \text{ мВА} - \text{генерация}; \vec{S}_2 = -(150 + j120) \text{ мВА} - \text{нагрузка};$$

$$U_3 = 220 \text{ кВ} - \text{базисное напряжение}.$$

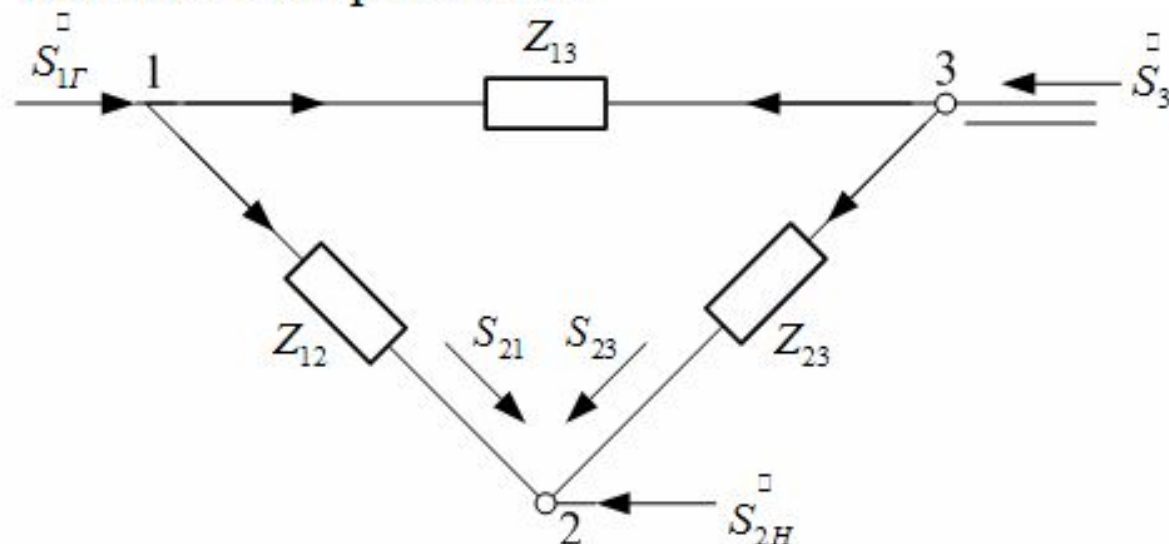


Рис. 4.15 Тестовая схема

1. Математическая модель режима схемы.

Учитывая отсутствие активных сопротивлений, режим будет описываться двумя матричными уравнениями (4.51). Применительно к рассматриваемой схеме, с учетом того, что узел №3 является балансирующим, имеем

$$\begin{pmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I''_1 \\ -I''_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{13} \\ b_{23} \end{pmatrix} U_3, \quad \begin{pmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix}. \quad (4.54)$$

Обратную матрицу B^{-1} можно записать в общем виде:

$$B^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} b_{22} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{pmatrix} \text{ или } B^{-1} = Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}, \quad (4.55)$$

где $\Delta = \det(B) = b_{11}b_{22} - b_{12}^2$.

Учитывая, что в схеме отсутствуют поперечные проводимости, решение (4.54) с учетом $B^{-1} = Z$ запишется так:

$$\begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I''_1 \\ -I''_2 \end{pmatrix}^{(k)} + \begin{pmatrix} U_3 \\ U_3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix}^{(k)}, \quad (4.56)$$

где I'_i, I''_i рассчитываются по (4.46).

Система (4.56) определяет итерационный процесс; матрица Z при этом является неизменной.

2. Расчет матрицы $B^{-1} = Z$.

Взаимные и собственные проводимости:

$$b_{12} = \frac{1}{X_{12}} = \frac{1}{50} = 0.02; \quad b_{13} = 0.025; \quad b_{23} = 0.0125;$$

$$b_{11} = b_{12} + b_{13} = 0.045; \quad b_{22} = b_{21} + b_{23} = 0.0325.$$

матрица B^{-1} по (4.55):

$$\Delta = \det(B) = 0.0010625,$$

$$B^{-1} = \frac{1}{0.0010625} \begin{pmatrix} 0.0325 & 0.02 \\ 0.02 & 0.045 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix}.$$

3. Итерационный процесс по (4.56):

$$\begin{pmatrix} U_1' \\ U_2'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -I_1'' \\ -I_2'' \end{pmatrix}^{(k)} + \begin{pmatrix} 220 \\ 220 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} U_1'' \\ U_2'' \end{pmatrix}^{(k+1)} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1' \\ I_2' \end{pmatrix}^{(k)}, \quad (4.57)$$

где

$$I_i' = \frac{P_i U_i' + Q_i U_i''}{U_i^2}; \quad I_i'' = \frac{P_i U_i'' - Q_i U_i'}{U_i^2}. \quad (4.58)$$

Первое приближение.

Принимаем: $U'_1 = U'_2 = 220$; $U''_1 = U''_2 = 0$.

По (4.58) имеем:

$$I'_1 = \frac{100 \cdot 220}{220^2} = 0.45; \quad I''_1 = \frac{-80 \cdot 220}{220^2} = -0.364;$$
$$I'_2 = \frac{-150 \cdot 220}{220^2} = -0.682; \quad I''_2 = \frac{120 \cdot 220}{220^2} = 0.545.$$

На основе (4.57) получаем первое приближение составляющих напряжений:

$$\begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.364 \\ -0.545 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 220 \\ 220 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 220.8753 \\ 220.769 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30.588235 & 18.823529 \\ 18.823529 & 42.352941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.45 \\ -0.682 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.927 \\ -20.414 \end{pmatrix}.$$

Второе приближение.

- Уточняем задающие токи:

$$U_1 = \sqrt{(U_1')^2 + (U_1'')^2} = \sqrt{220.8753^2 + 0.927^2} = 220.877;$$

$$U_2 = \sqrt{203.769^2 + (-20.414)^2} = 204.789;$$

$$I_1' = \frac{100 \cdot 220.8753 + 80 \cdot 0.927}{220.877^2} = 0.4543;$$

$$I_1'' = \frac{100 \cdot 0.927 - 80 \cdot 220.8753}{220.877^2} = -0.3603;$$

$$I_2' = \frac{(-150) \cdot 203.769 + (-120) \cdot (-20.414)}{204.789^2} = -0.670;$$

$$I_2'' = \frac{(-150) \cdot (-20.414) - (-120) \cdot 203.769}{204.789^2} = 0.656.$$

- Уточняем составляющие напряжений (приводим только результаты):

$$U_1' = 218.75; U_1'' = 1.285; U_2' = 199.05; U_2'' = -19.825.$$

Результаты завершающей стадии итерационного процесса представлены в таблице 4.2.

Результаты завершающей стадии итерационного процесса представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Результаты расчета к примеру 4.6

№ итерации	6	7	8	9
U_1'	218,4017	218,40215	218,40154	218,40151
U_1''	1,1310	1,13143	1,130801	1,130837
U_2'	198,208	198,20902	198,20772	198,20754
U_2''	-20,4428	-20,4421	-20,4435	-20,44340
I_1'	0,459752	0,459756	0,4597562	0,4597564
I_1''	-0,363915	-0,363917	-0,363915	-0,363917
I_2'	-0,687012	-0,686996	-0,68703	-0,6870284
I_2''	0,67627	0,67625	0,67628	0,676285

За решение приняты результаты 9-ой итерации:

$$U_1 = 218.4044; \delta_1 = 0.296663^0; U_2 = 199.259; \delta_2 = -5.8887^0.$$

4. Расчет потерь реактивной мощности схемы:

- условие баланса задающих токов схемы

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0,$$

- ток балансирующего узла

$$\vec{I}_3 = -\left(\vec{I}_1 + \vec{I}_2\right) = 0.227272 - j0.312368 = 0.386298 \angle -53.9612,$$

- мощность балансирующего узла

$$S_3 = U_3 \vec{I}_3^* = 220 \cdot 0.386298 \angle 53.9612 = 50 + j68.721 \text{ мВА}$$

и является генерацией;

- потери мощности схемы равны разности мощностей генерации и нагрузок; для принятых положительных направлений (рис. 4.15) потери равны сумме задающих мощностей схемы

$$\Delta Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 80 - 120 + 68.721 = 28.721 \text{ мВАр},$$

или 19.3 % от мощности генерации,

$$\Delta P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 = 100 - 150 + 50 = 0,$$

т.е. потери активной мощности отсутствуют в силу неучета активных сопротивлений.

Пример 4.7. Для схемы (рис. 4.15), содержащей только реактивные сопротивления ветвей, рассчитать векторы напряжений узлов на базе нелинейных УУН с вещественными переменными в форме баланса токов. Решение осуществить методом Ньютона.

Дано:

$$X_{12} = 50; X_{13} = 40; X_{23} = 80 \text{ Ом};$$

$$\vec{S}_1 = 100 + j80 \text{ мВА} - \text{генерация}; \vec{S}_2 = -(150 + j120) \text{ мВА} - \text{нагрузка};$$

$$U_3 = 220 \text{ кВ} - \text{базисное напряжение}.$$

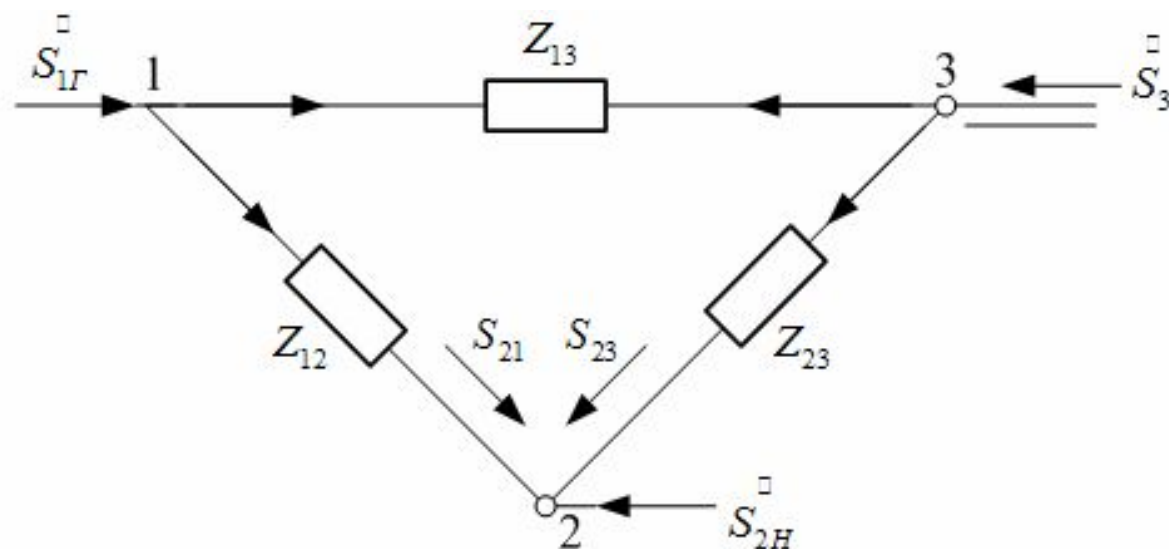


Рис. 4.15 Тестовая схема

Решение.

1. Математическая модель режима схемы.

При чисто реактивных связях схемы (рис. 4.15) её режим описывается двумя матричными уравнениями (4.54).

$$\left. \begin{aligned} I''_{1\Sigma}(U'_1, U'_2) &= b_{11}U'_1 - b_{12}U'_2 + I''_1(U'_1) - b_{13}U_3 = 0 \\ I''_{2\Sigma}(U'_1, U'_2) &= -b_{21}U'_1 + b_{22}U'_2 + I''_2(U'_2) - b_{23}U_3 = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.59)$$

$$\left. \begin{aligned} I'_{1\Sigma}(U''_1, U''_2) &= b_{11}U''_1 - b_{12}U''_2 - I'_1(U''_1) = 0 \\ I'_{2\Sigma}(U''_1, U''_2) &= -b_{21}U''_1 + b_{22}U''_2 - I'_2(U''_2) = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.60)$$

Нелинейность этих функций обусловлена нелинейностью задающих токов, которые описываются зависимостью (4.46)

$$I'_i = \frac{P_i U'_i + Q_i U''_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2}; \quad I''_i = \frac{P_i U''_i - Q_i U'_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2}. \quad (4.61)$$

2. Метод Ньютона.

По методу Ньютона нелинейные уравнения (4.59), (4.60) необходимо заменить эквивалентными линейными.

Запишем матрицы Якоби для системы (4.59)

$$I'' = \begin{pmatrix} \frac{\partial I''_{1\Sigma}}{\partial U'_1} & \frac{\partial I''_{1\Sigma}}{\partial U'_2} \\ \frac{\partial I''_{2\Sigma}}{\partial U'_1} & \frac{\partial I''_{2\Sigma}}{\partial U'_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (b_{11} + \beta_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} + \beta_2) \end{pmatrix}, \quad (4.62)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\partial I''_1}{\partial U'_1} = -\frac{Q_1 + 2I''_1 U'_1}{U_1^2} \\ \beta_2 &= \frac{\partial I''_2}{\partial U'_2} = -\frac{Q_2 + 2I''_2 U'_2}{U_2^2} \end{aligned} \right\}, \quad (4.63)$$

для системы (4.60)

$$I' = \begin{pmatrix} \frac{\partial I'_{1\Sigma}}{\partial U_1''} & \frac{\partial I'_{1\Sigma}}{\partial U_2''} \\ \frac{\partial I'_{2\Sigma}}{\partial U_1''} & \frac{\partial I'_{2\Sigma}}{\partial U_2''} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (b_{11} - \alpha_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} - \alpha_2) \end{pmatrix}, \quad (4.64)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\partial I'_1}{\partial U_1''} = \frac{Q_1 - 2I'_1 U_1''}{U_1^2} \\ \alpha_2 &= \frac{\partial I'_2}{\partial U_2''} = \frac{Q_2 - 2I'_2 U_2''}{U_2^2} \end{aligned} \right\}. \quad (4.65)$$

Коэффициенты β , α найдены дифференцированием зависимостей (4.61).

Линеаризованные системы уравнений в матричной форме на базе (4.62) и (4.64) запишутся так:

$$\begin{pmatrix} (b_{11} + \beta_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} + \beta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U'_1 \\ \Delta U'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I''_{1\Sigma} \\ -I''_{2\Sigma} \end{pmatrix}, \quad (4.66)$$

$$\begin{pmatrix} (b_{11} - \alpha_1) & -b_{12} \\ -b_{22} & (b_{22} - \alpha_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta U''_1 \\ \Delta U''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I'_{1\Sigma} \\ -I'_{2\Sigma} \end{pmatrix}. \quad (4.67)$$

Или соответственно в развернутой форме

$$\left. \begin{aligned} (b_{11} + \beta_1)\Delta U'_1 - b_{12}\Delta U'_2 &= -I''_{1\Sigma} \\ -b_{22}\Delta U'_1 + (b_{22} + \beta_2)\Delta U'_2 &= -I''_{2\Sigma} \end{aligned} \right\}, \quad (4.68)$$

$$\left. \begin{aligned} (b_{11} - \alpha_1)\Delta U''_1 - b_{12}\Delta U''_2 &= -I'_{1\Sigma} \\ -b_{22}\Delta U''_1 + (b_{22} - \alpha_2)\Delta U''_2 &= -I'_{2\Sigma} \end{aligned} \right\}. \quad (4.69)$$

На каждом шаге итерационного процесса линейные системы (4.68) и (4.69) решаются относительно поправок $\Delta U'_i$ и $\Delta U''_i$, что позволяет уточнить составляющие искомым напряжений по выражениям

$$\begin{aligned}(U'_i)^{(k+1)} &= (U'_i)^{(k)} + (\Delta U'_i)^{(k)}, \\ (U''_i)^{(k+1)} &= (U''_i)^{(k)} + (\Delta U''_i)^{(k)}.\end{aligned}\tag{4.70}$$

4.7. Нелинейные уравнения баланса мощности в тригонометрической форме

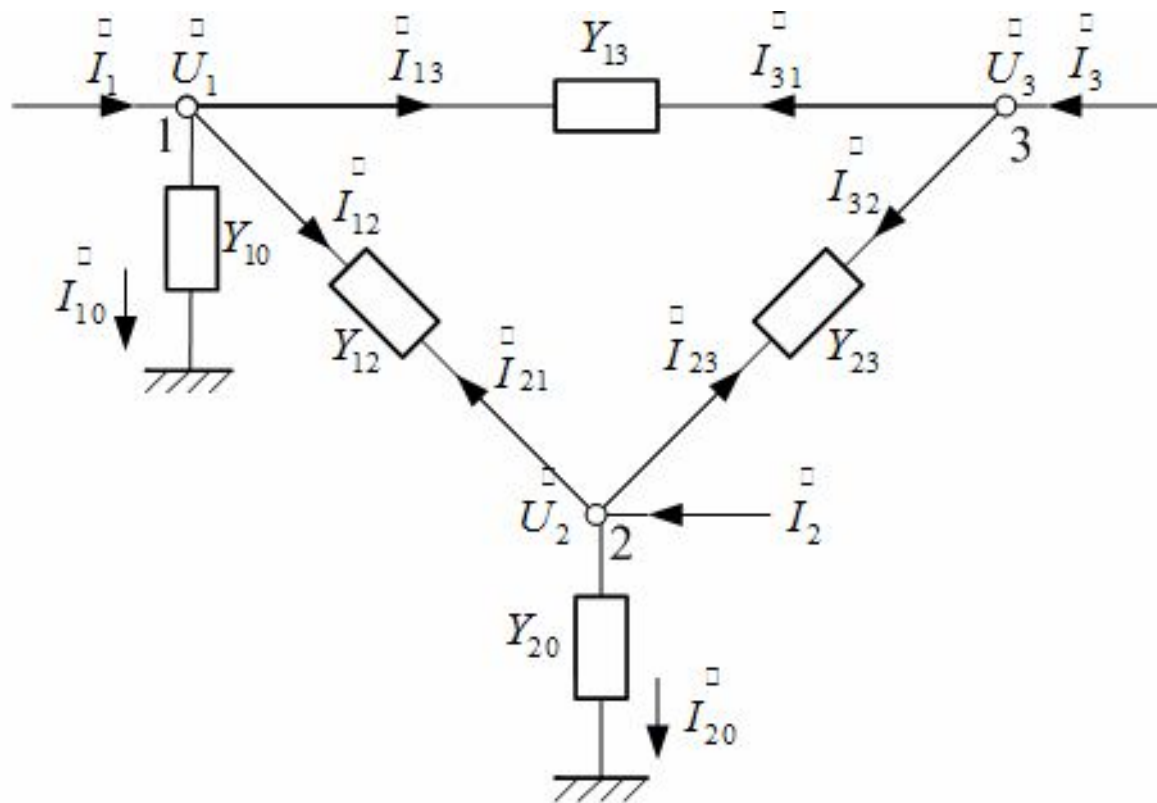


Рис. 4.11 Схема замещения

Как и ранее, комплексные величины напряжения и проводимости записываем в виде

$$\underline{\underline{U}}_i = U_i \angle \delta_i, \quad \underline{\underline{Y}}_{ij} = Y_{ij} \angle -\psi_{ij}, \quad \underline{\underline{Y}}_{ii} = Y_{ii} \angle -\psi_{ii}.$$

Вывод УБМ проведем на базе схемы рис. 4.11 для узла №1. Ранее (раздел 4.3) было получено уравнение баланса токов (4.17) для узла №1 в комплексной форме

$$\underline{\underline{I}}_1 = U_1 Y_{11} \angle (\delta_1 - \psi_{11}) - U_2 Y_{12} \angle (\delta_2 - \psi_{12}) - U_3 Y_{13} \angle (\delta_3 - \psi_{13}). \quad (4.73)$$

Задающая мощность этого узла равна

$$\underline{\underline{S}}_1 = \underline{\underline{U}}_1 \underline{\underline{I}}_1^* = P_1 + jQ_1. \quad (4.74)$$

Подставляя в (4.74) сопряженный вектор тока $\underline{\underline{I}}_1^*$ (сопряжение соответствует изменению знака фазы в (4.73) на противоположную), получим

$$\underline{\underline{S}}_1 = U_1^2 Y_{11} \angle \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \angle (\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \angle (\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}).$$

Выражение мощности $\bar{S}_1$ в тригонометрической форме запишется как

$$\begin{aligned}\bar{S}_1 = & U_1^2 Y_{11} \cos \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \cos(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}) + \\ & + j \left[U_1^2 Y_{11} \sin \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}) \right] = \\ & = P_1 + jQ_1,\end{aligned}\quad (4.75)$$

и после деления на два вещественных уравнения имеем:

$$\begin{aligned}P_1 = & U_1^2 Y_{11} \cos \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \cos(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}), \\ Q_1 = & U_1^2 Y_{11} \sin \psi_{11} - U_1 U_2 Y_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2 + \psi_{12}) - U_1 U_3 Y_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3 + \psi_{13}).\end{aligned}\quad (4.76)$$

Для высоковольтных схем угол ψ_{ij} (фаза сопротивления) близок к 90° . Общепринято в энергетической литературе вместо угла ψ_{ij} использовать угол α_{ij} , дополняющий его до 90° , т.е.

$$\psi_{ij} + \alpha_{ij} = 90^\circ \text{ или } \psi_{ij} = 90^\circ - \alpha_{ij}.\quad (4.77)$$

Тогда для схемы произвольной структуры с n узлами для каждого узла i можно записать два уравнения:

$$P_i = U_i^2 g_{ii} + U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}), \quad (4.82)$$

$$Q_i = U_i^2 b_{ii} - U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}), \quad (4.83)$$

где g_{ii} , b_{ii} рассчитываются согласно (4.81), или

$$g_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n g_{ij}, \quad b_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n b_{ij}, \quad (4.84)$$

и $\alpha_{ij} = 90^\circ - \psi_{ij}$ (ψ_{ij} аргумент сопротивления $\underline{Z}_{ij}$).

В качестве стартовых значений искомых параметров при расчетах режимов обычно принимают

$$U_i = U_{iНОМ}, \quad \delta_i = 0.$$

Ориентируясь на метод Ньютона, уравнения (4.82), (4.83) представляют в виде

$$P_{i\Sigma} = U_i^2 g_{ii} + U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}) - P_i = 0, \tag{4.86}$$

$$Q_{i\Sigma} = U_i^2 b_{ii} - U_i \sum_{j=1}^n U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}) - Q_i = 0. \tag{4.87}$$

4.8. Степени свободы электрических систем

Например, пусть имеется схема из двух электрических станций и одного нагрузочного узла (рис. 4.17).

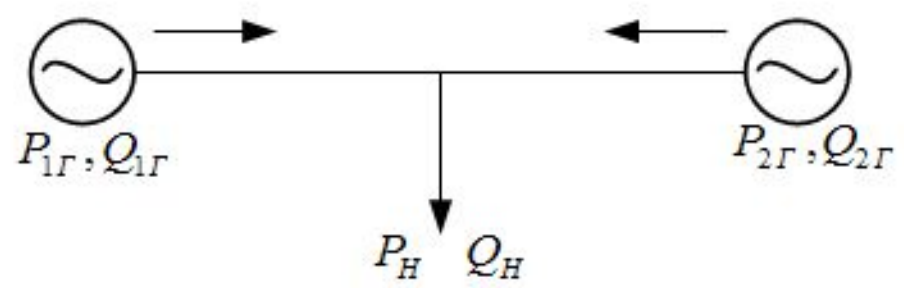


Рис. 4.17 Система с двумя степенями свободы

Пренебрегая потерями мощности, можно написать условия баланса

$$P_{1Г} + P_{2Г} - P_H = 0,$$

$$Q_{1Г} + Q_{2Г} - Q_H = 0.$$

В этих уравнениях шесть переменных. Две из них (P_H, Q_H) являются заданными (ограничениями), две другие (например, $P_{1Г}, Q_{1Г}$) можно выбрать произвольно (в пределах P_H, Q_H), тогда две последние ($P_{2Г}, Q_{2Г}$) определятся из условия баланса. В данном случае система имеет две степени свободы.