

Муниципальное общеобразовательное автономное учреждение

«Лицей №7»

Проектная работа

«Признаки делимости натуральных чисел»

Выполнил:

Учащийся: 10 А класса

Макаров Я. М.

Руководитель:

Абдулхаликова Л. Х.

Актуальность заключается в том, что в ЕГЭ присутствуют задания (№18), в которых необходимо использовать признаки делимости чисел для обоснования решения, а также эти признаки помогают упростить некоторые сложные вычисления.

Цель: Описать признаки делимости натуральных чисел.

Задачи:

- 1.Изучить литературу, о существовании других признаков делимости чисел и подтвердить правильность выявленных мной признаков делимости.
- 2.Выписать найденные из дополнительной литературы признаки делимости натуральных чисел на 7, 11, 12, 13, 14, 19, 37.
- 3.Сделать вывод.
- 4.Показать признаки делимости на определенных задачах.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

Признаки делимости		Делится	Не делится
На 10	13890 (оканчивается цифрой 0)	170; 1980; 51390	173211; 186; 177
На 5	72310; 385 (оканчивается цифрой 0 и 5)	750; 185; 15035	554; 265893; 12454
На 2	70; 72; 74; 76; 78 (оканчивается четной цифрой)	170; 184; 286	3333; 31; 19443
На 3	741 $7 + 4 + 1 = 12$ (сумма цифр делится на 3)	753; 822; 15165	79; 823; 25705
На 9	657 $6 + 5 + 7 = 18$ (сумма цифр делится на 9)	135; 14067; 30213	116; 173; 246805

Признаки делимости на 7

I. Натуральное число делится на 7 тогда и только тогда, когда разность числа тысяч и числа, выражаемого последними тремя цифрами, делится на 7.

478009 делится на 7, т.к. $478-9=469$, 469 делится на 7.

II. Натуральное число делится на 7, если сумма удвоенного числа, стоящего до десятков и оставшегося числа делится на 7.

4592 делится на 7, т.к. $45 \cdot 2=90$, $90+92=182$, 182 делится на 7.

III. Трехзначное натуральное число вида aba будет делиться на 7, если $a+b$ делится на 7.

252 делится на 7, т.к. $2+5=7$, $7/7$.

IV. Трехзначное натуральное число вида baa будет делиться на 7, если сумма цифр числа делится на 7.

455 делится на 7, т.к. $4+5+5=14$, $14/7$.

Признаки делимости на 11

I. Число делится на 11, если разность суммы цифр стоящих на нечетных местах, и суммы цифр, стоящих на четных местах кратна 11.

1352736 $1+5+7+6=19$, $3+2+3=8$, $19-8=11$, 11 кратно 11, значит, это число делится на 11.

II. Натуральное число разбивают справа налево на группы по 2 цифры в каждой и складывают эти группы. Если получаемая сумма кратна 11, то наше число кратно 11.

24583933: 24/ 58/ 39/ 33; $24+58+39+33=154$, 154 делится на 11.

III. Трехзначное натуральное число делится на 11, если сумма боковых цифр числа равна цифре, которая в середине. Ответ будет состоять из тех самых боковых цифр.

396 делится на 11, т.к. $3+6=9$, 9 - в середине.

Признаки делимости на 13

I. Натуральное число делится на 13, если разность числа тысяч и числа, образованного последними тремя цифрами, делится на 13.

Число 965900 делится на 13, т.к. $965 - 900 = 65$, 65 делится на 13.

II. Натуральное число делится на 13 тогда и только тогда, когда результат вычитания последней цифры, умноженной на 9, из этого числа без последней цифры, делится на 13.

1027 делится на 13, т.к. $102 - 9 \cdot 7 = 39$, 39 делится на 13.

Признак делимости на 12, 14

- Натуральное число делится на 12 тогда и только тогда, когда оно делится на 3 и 4 одновременно.

636 делится на 3 и на 4, значит, оно делится на 12.

- Натуральное число делится на 14 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 7 одновременно.

Число 31550 делится на 2 и на 7, значит, оно делится на 14.

Признаки делимости на 37

I. Натуральное число делится на 37, если сумма чисел, образованных тройками цифр данного числа в десятичной записи делится соответственно на 37.

578310: 578/310 $578+310=888$, 888 делится на 37; $888:37=14$, значит, и число делится на 37.

II. Трехзначное натуральное число, написанное одинаковыми цифрами, делится на 37.

Числа 111, 222, 333, 444, 555, ... делятся на 37.

Признак делимости на 19

- Натуральное число делится на 19 без остатка тогда, когда число его десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19.

1824 $182+4\cdot 2=190$, $190:19$, значит, число 1824 делится 19.

1 группа	2 группа	3 группа	4 группа
Делимость чисел определяется по последней(им) цифрой (ми) – это признаки делимости на 2, на 5, на разрядную единицу, на 4, на 8, на 25, на 50;	Делимость чисел определяется по сумме цифр числа – это признаки делимости на 3, на 9, на 7(1 признак), на 11, на 37;	Делимость чисел определяется после выполнения каких-то действий над цифрами числа – это признаки делимости на 7, на 11, на 13, на 19;	Для определения делимости числа используются другие признаки делимости –это признаки делимости на 6, на 12, на 14, на 15.

Задачи на признаки делимости

Рассматриваются 10-значные натуральные числа (все десять цифр в их записи различны). Среди таких чисел найдите:

а) какое-либо число, делящееся на 11;

б) наибольшее число, делящееся на 11;

Решение:

а) Напишем любое такое число, например, 9876543210. Для него знакопеременная сумма его цифр равна 5. Поменяем теперь местами цифры 8 и 5. Тогда знакопеременная сумма его цифр увеличится на 6 и станет равна 11. Таким образом, годится число 9576843210

$$\text{б) } 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 45$$

$$(9+8+7+6+5) - (4+3+2+1+0) = 25.$$

$$98765/a_6/a_7/a_8/a_9/a_{10}$$

$$a_6+a_8+a_{10} = 3, a_7 + a_9 = 7$$

$$9876524130$$

Про натуральное пятизначное число N известно, что оно делится на 12, и сумма его цифр делится на 12.

А) Могут ли все пять цифр в записи числа N быть различными?

Б) Найдите наименьшее возможное число N ;

В) Найдите наибольшее возможное число N ;

Решение.

а) 56724.

б) Наименьшее возможное число — 10056.

в) Наибольшее возможное число — 99972.

Доказать, что число $n^3 - n$ делится на 6 при любом целом n .

Решение:

$n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n - 1)n(n + 1)$ - произведение трёх последовательных чисел.

Заключение

В процессе работы я познакомился с историей развития признаков делимости. Работая с источниками, я нашел признаки делимости натуральных чисел (на 7, 11, 12, 13, 14, 19, 37) познакомился с ними. Разделил признаки делимости на 4 группы.

Из литературы нашел задачи, при решении которых применяются признаки делимости натуральных чисел.

Знание и использование выше перечисленных признаков делимости натуральных чисел позволяет решить некоторые задачи из ЕГЭ, экономит время в решении таких заданий.

Сборник А. Ларина “Егэ – профильная математика”

Воробьев Н.Н. “Признаки делимости”

Энциклопедический словарь юного математика / Сост. Савин А.П.

Сайт - Решу ЕГЭ математика (<https://math-ege.sdamgia.ru/>)

https://mathematichka.ru/ege/problems_base2015/problem19BL_2015.html