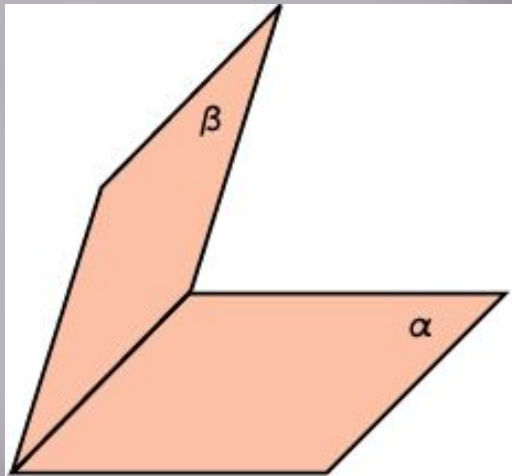
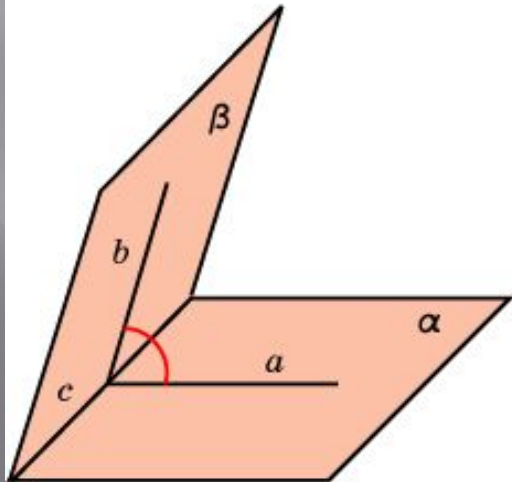


УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.



Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.

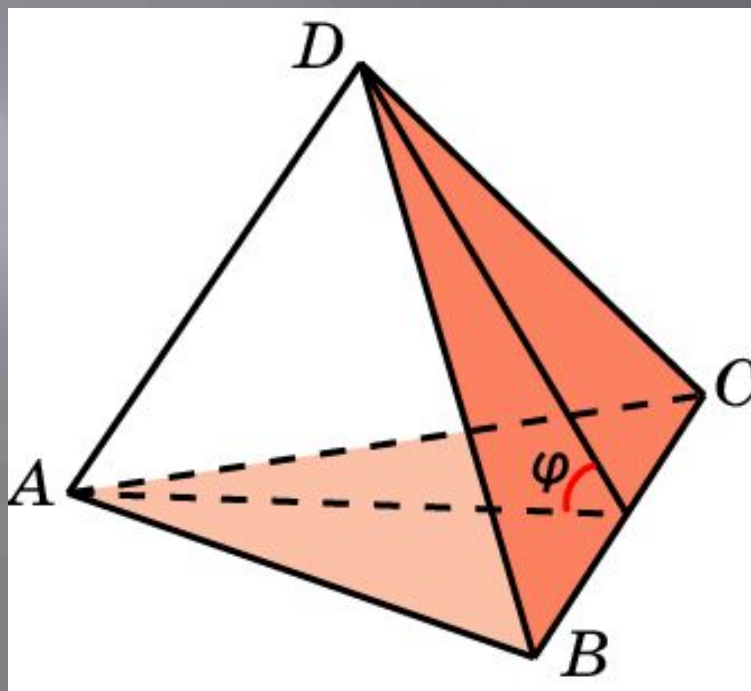


Линейным углом двугранного угла называется угол, образованный лучами с вершиной на граничной прямой, стороны которого лежат на гранях двугранного угла и перпендикулярны граничной прямой.

Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.

В тетраэдре $ABCD$, ребра которого равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BCD .

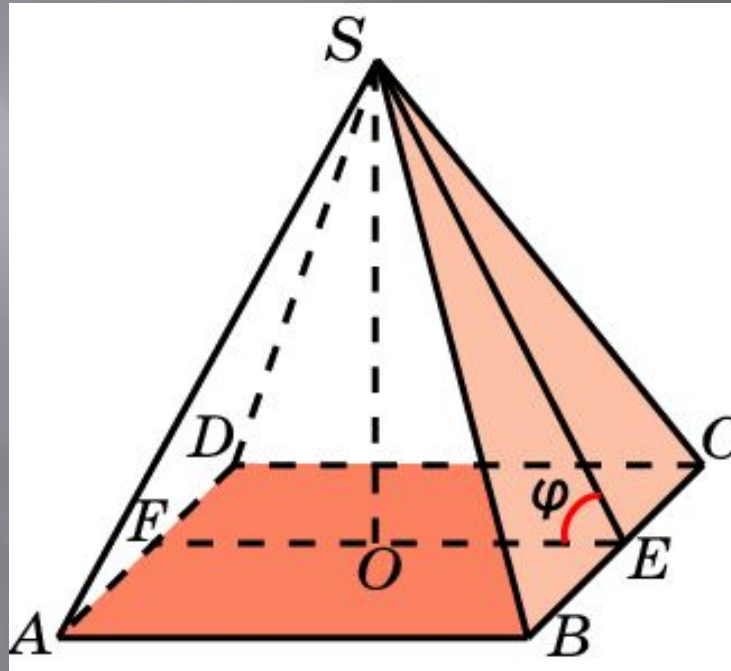


Решение: Пусть E – середина BC . Искомым линейным углом φ является угол AED . В треугольнике AED имеем:

$AD = 1, AE = DE = \frac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим $\cos \varphi = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\cos \varphi = \frac{1}{3}$.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SBC и ABC .

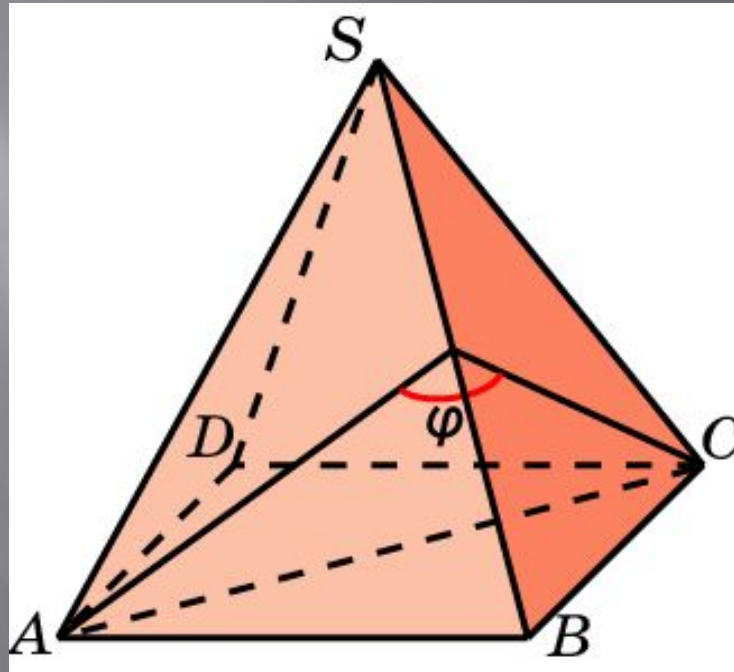


Решение: Пусть E, F – середины ребер BC и AD , O – центр основания. Искомым линейным углом φ является угол SEF .

В прямоугольном треугольнике SEO имеем $EO = \frac{1}{2}$, $SE = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Следовательно, $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Ответ: $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC .



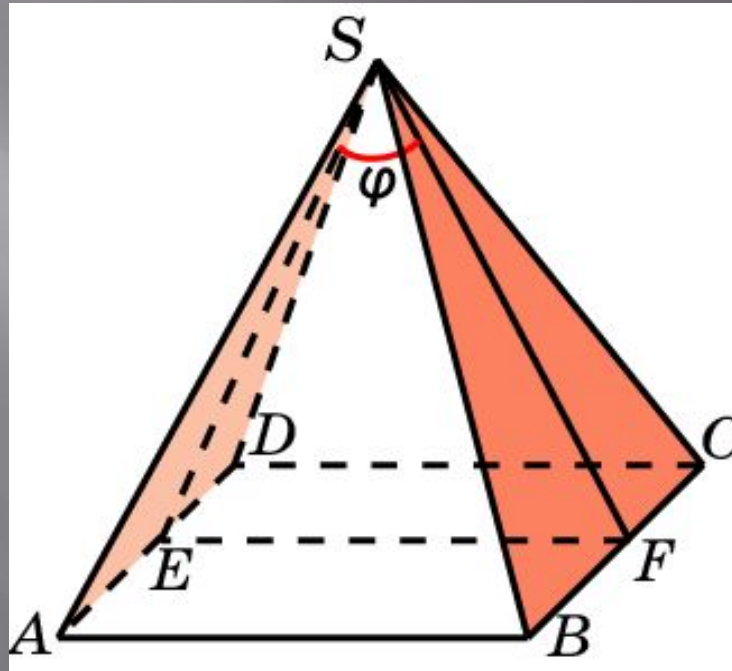
Решение: Пусть E – середина ребра SB . Искомым линейным углом φ является угол AEC . В треугольнике AEC имеем:

$AC = \sqrt{2}$, $AE = CE = \frac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим

$$\cos \varphi = -\frac{1}{3}.$$

Ответ: $\cos \varphi = -\frac{1}{3}$.

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями SAD и SBC .

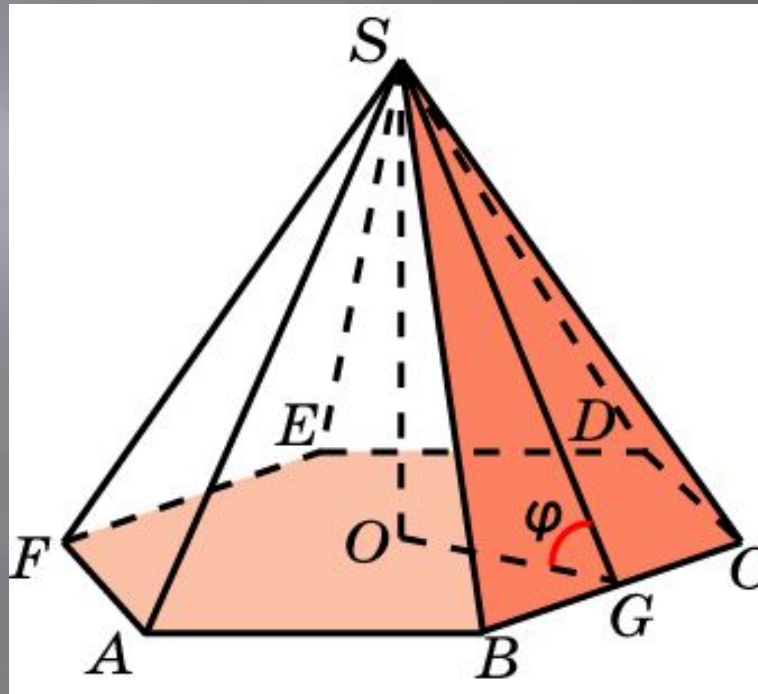


Решение: Пусть E, F – середины ребер AD, BC . Искомым линейным углом φ является угол ESF . В треугольнике ESF имеем: $EF = 1, SE = SF = \frac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим

$$\cos \varphi = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\cos \varphi = \frac{1}{3}.$

В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите угол между плоскостями ABC и SBC .

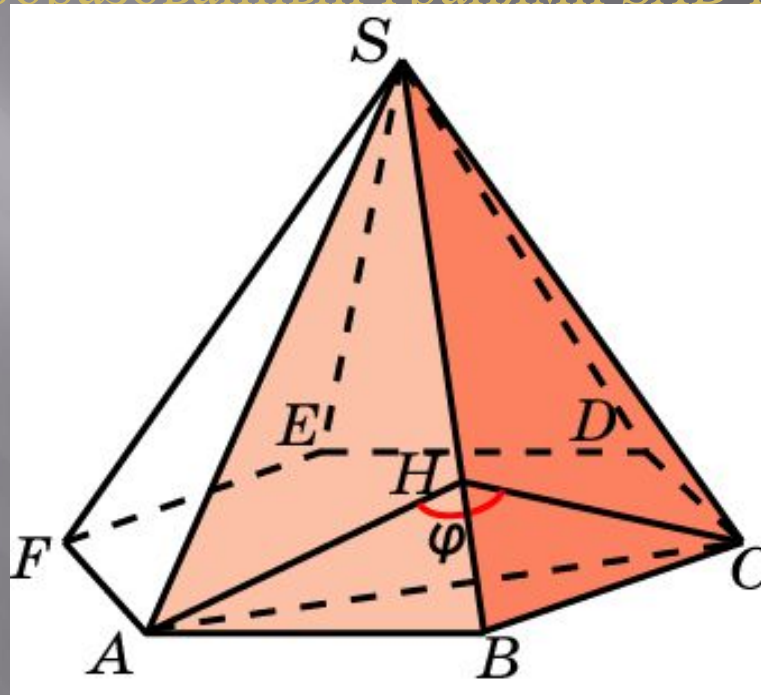


Решение: Пусть O – центр основания, G – середина ребра BC . Искомым линейным углом φ является угол SGO .

В прямоугольном треугольнике SGO имеем: $OG = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $SG = \frac{\sqrt{15}}{2}$.

Следовательно, $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Ответ: $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

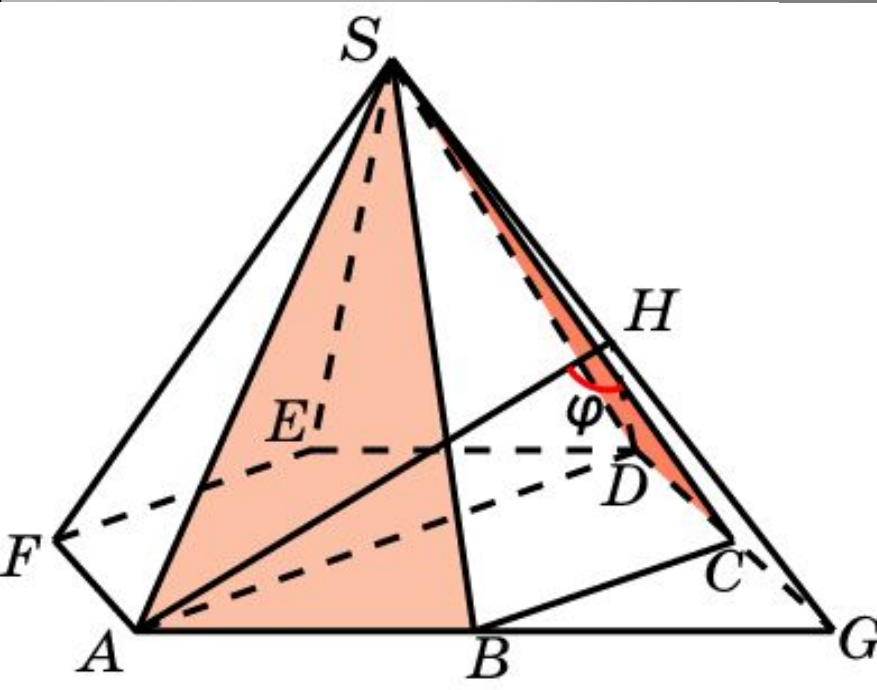
В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC .



Решение: В треугольниках SAB и SBC опустим высоты AH и CH на сторону SB . Искомым линейным углом φ является угол AHC . В прямоугольном треугольнике AHC имеем: $AC = \sqrt{3}$, $AH = CH = \frac{\sqrt{15}}{4}$. По теореме косинусов находим $\cos \varphi = -\frac{3}{5}$.

Ответ: $\cos \varphi = -\frac{3}{5}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SBC .



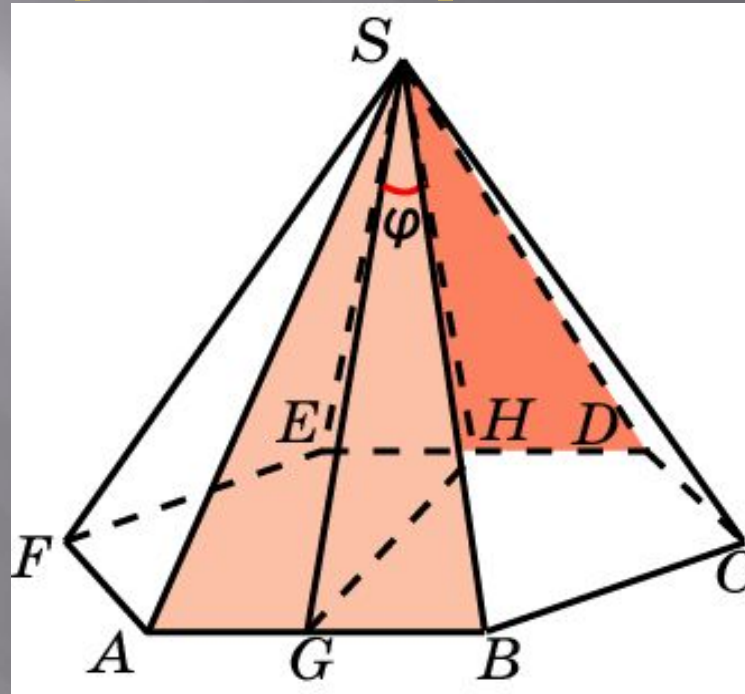
Решение: Продолжим ребра AB и DC до пересечения в точке G . В треугольниках SAG и SDG опустим высоты AH и DH на сторону SG . Искомым линейным углом φ является угол AHD . В треугольнике AHD имеем:

$$AD = 2, AH = DH = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

По теореме косинусов находим $\cos \varphi = \frac{1}{5}$.

Ответ: $\cos \varphi = \frac{1}{5}$.

В правильной 6-ой пирамиде $SAB CDEF$, боковые ребра которой равны 2, а ребра основания – 1, найдите двугранный угол, образованный гранями SAB и SDE .



Решение: Пусть G, H – середины ребер AB, DE . Искомым линейным углом φ является угол GSH . В треугольнике GSH имеем: $GH = \sqrt{3}$, $SG = SH = \frac{\sqrt{15}}{2}$. По теореме косинусов находим

$$\cos \varphi = \frac{3}{5}.$$

Ответ: $\cos \varphi = \frac{3}{5}$.