



Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций





**Математике должно учить в школе
еще с той целью, чтобы познания, здесь
приобретаемые, были достаточными для
обыкновенных потребностей в жизни.**

И. Л. Лобачевский



Содержание

Самостоятельная
работа

Этапы решения
задачи

Алгоритм решения задачи с помощью систем
уравнений

Решение задач с помощью систем
уравнений

Задания из тестов
ОГЭ



Самостоятельная работа

1. Сумма двух чисел равна 15. Одно больше другого в 2 раза. Найти эти числа.
2. Разность двух чисел равна 8. Одно больше другого в 3 раза. Найти эти числа.
3. В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше, чем девочек. Сколько девочек и сколько мальчиков в классе?
4. Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч. Определите собственную скорость теплохода и скорость течения реки.



Самопроверка

1. Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

2. Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

3. В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases}$$

4. Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 2 \end{cases}$$



Этапы решения задачи:

Первый этап. Составление математической модели.

Второй этап. Работа с составленной моделью.

Третий этап. Ответ на вопрос задачи.





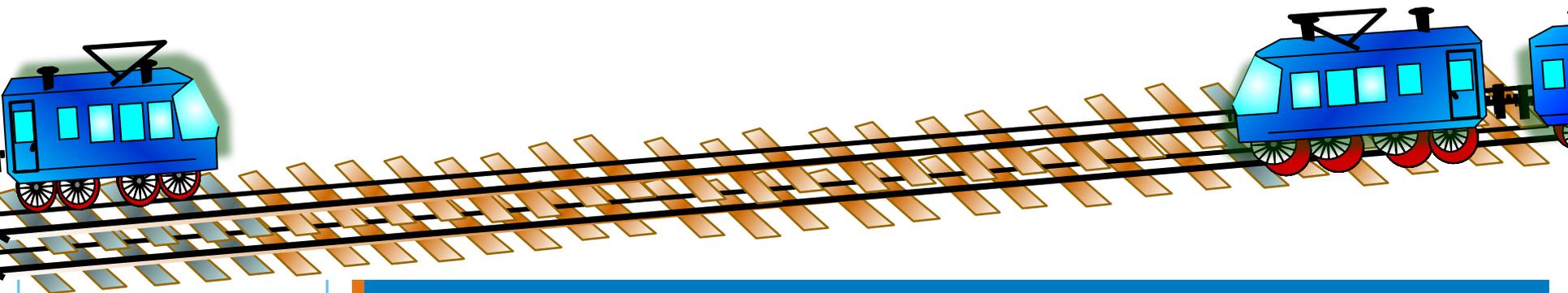
Алгоритм решения задачи с помощью системы уравнений:

1. Обозначить неизвестные элементы переменными.
2. Составить по условию задачи систему уравнений.
3. Определить метод решения системы уравнений.
4. Выбрать ответ, удовлетворяющий условию задачи.



Задача на движение

Из двух городов, расстояние между которыми 650 км, выехали навстречу друг другу два поезда, через 10 часов они встретились. Если же первый поезд отправится на 4ч 20мин раньше, то встреча произойдёт через 8 часов после отправления второго поезда. Сколько километров в час проходит каждый поезд?





1 этап:

«Составление математической модели».

	V (км/час)	T (ч)	S (км)
I	I поезд	x	650
	II поезд	y	
II	I поезд	на 4ч20мин >	650
	II поезд	8	

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 2 \end{cases}$$

2 этап: «Работа с составленной моделью».

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 2 \end{cases}$$

3 этап.

Ответ: скорость поездов - 30 км/ч и 35 км/ч.



Задача на движение по течению

Катер проплыл 30 км по течению реки за 1,5 ч и вернулся на ту же пристань, потратив на обратный путь 2 ч. Найти собственную скорость катера и скорость течения воды.

$$v_{\text{по теч.}} = (x+y) \text{ км/ч}$$

$$v_{\text{пр.теч.}} = (x-y) \text{ км/ч}$$



30 км



30 км



1 этап:

«Составление математической модели».

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
По течению	30	$x+y$	$\frac{30}{x+y}=1,5$
Против течения	30	$x-y$	$\frac{30}{x-y}=2$

x – собст. скорость

y – скорость течения

2 этап: «Работа с составленной моделью».

1. Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

2. Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

3. В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases}$$

4. Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 2 \end{cases}$$

3 этап. Ответ: собственная скорость катера – 17,5 км/ч и скорость течения реки – 2,5 км/ч.



Задача на работу

Бассейн наполняется двумя трубами при совместной работе за 1 час. Наполнение бассейна только через первую трубу длится вдвое дольше, чем через вторую трубу. За какой промежуток времени каждая труба отдельно может наполнить бассейн?





1 этап:

«Составление математической модели».

	A (объем работы)	N (производительность труда)	t (время работы)
1 труба	1	$\frac{1}{x}$	$x=2y$
2 труба	1	$\frac{1}{y}$	y
обе трубы	1	$\frac{x+y}{xy}$	$\frac{xy}{x+y}=1$

производительность труда

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=2 \end{cases}$$

время работы

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=2 \end{cases}$$

2 этап: «Работа с составленной моделью».

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=2 \end{cases}$$

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

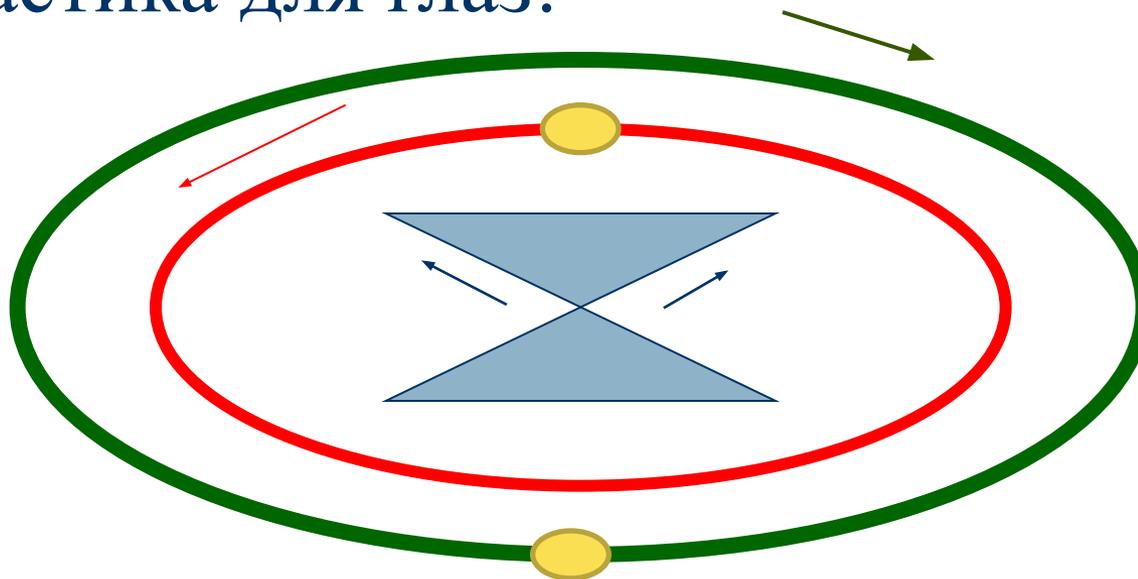
$$\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=2 \end{cases}$$

3 этап. Ответ: вторая труба заполняет бассейн за 1,5 ч, а первая труба за 3ч.

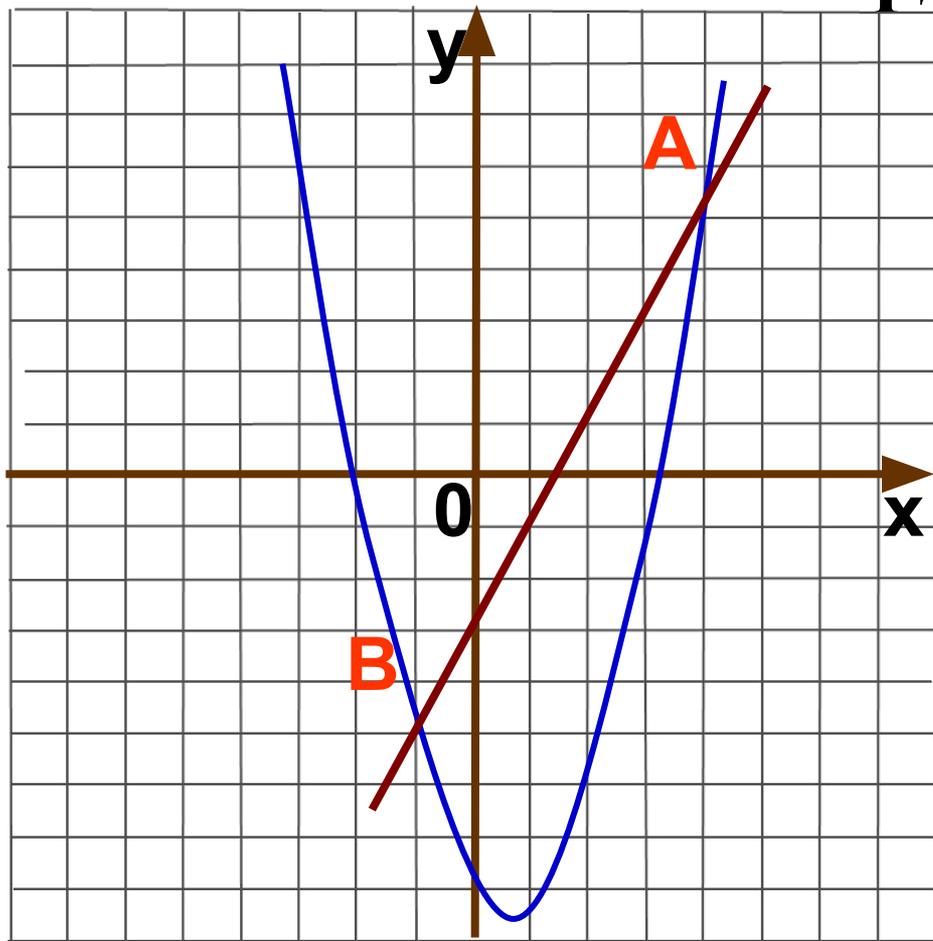


Гимнастика для глаз!





ОГЭ. 1. Прямая $y=2x-3$ пересекает параболу $y=x^2-x-7$ в двух точках. Вычислите координаты точки В.



- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.
$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.
$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.
$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$x_1 = -1 \text{ и } x_2 = 4$$

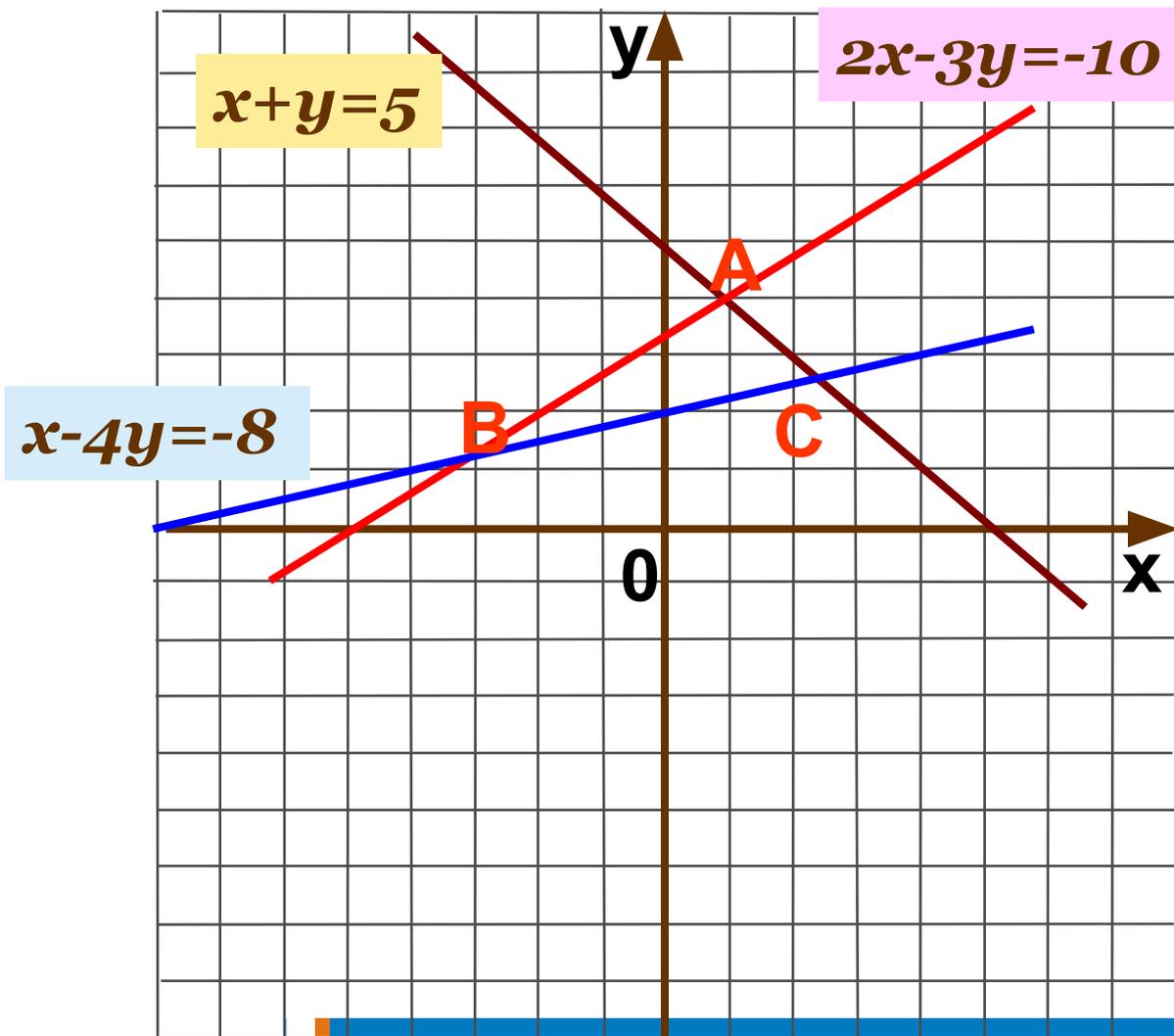
$$x = -1$$

$$y = 2 * (-1) - 3 = -5$$

Ответ: В(-1;-5)



2. Вычислите координаты точки А.



- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальников на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=2 \end{cases}$$

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальников на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=2 \end{cases}$$

$$5x=5$$

$$x=1$$

- Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$
- Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

$$\begin{cases} x-y=8 \\ x=3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=4 \end{cases}$$
- В классе 23 ученика. Мальников на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=14 \\ y=9 \end{cases}$$
- Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=22 \\ y=2 \end{cases}$$

Ответ: А(1;4)





Домашнее задание:

1. Сумма двух чисел равна 15. Одно число больше другого в 2 раза.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$

2. Разность двух чисел равна 8. Одно число меньше другого в 3 раза.

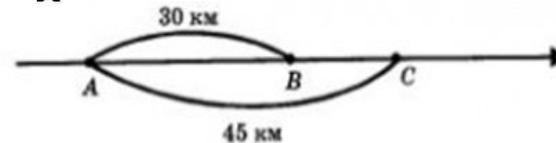
$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

3. В классе 23 ученика. Мальчиков на 5 больше девочек.

$$\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 9 \end{cases}$$

4. Скорость теплохода по течению 24 км/ч, а против течения 20 км/ч.

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 2 \end{cases}$$





Спасибо всем за урок!

Удачи!

И помните!

«Учение без размышления бесполезно,
но и размышление без учения опасно».

Конфуций.