

Урок-обобщение знаний по  
теме:

**«Применение  
производной к  
исследованию  
функции»**

**11 класс**

МБОУ "СОШ № 21" г.  
Владимира  
Учитель: Тимофеева Г.В.



# Цель урока:

*Обобщить и закрепить навыки исследования функции с помощью производной и достигнуть понимания взаимосвязи функции и её производной.*

**Вспомним.**

**ПРОИЗВОДНАЯ**, скорость изменения величины математической функции относительно изменений независимой переменной.

Производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  называется число, к которому стремится

отношение  $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$  при и  $\Delta x \rightarrow 0$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Смысл производной.

геометрический

угловой коэффициент касательной к графику функции

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

физический (механический)

мгновенная скорость, т. е. скорость в данный момент времени

$$V = S'(t_0)$$

# Таблица производных

$$1. C' = 0$$

$$2. (a^x)' = a^x \ln a$$

$$3. (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, \alpha \in R$$

$$4. (e^x)' = e^x$$

$$5. (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$6. (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$7. (\sin x)' = \cos x$$

$$8. (\cos x)' = -\sin x$$

$$9. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

# Задание № 1

Найти производные функций

|                                |  |
|--------------------------------|--|
| 1.<br>$y = -\frac{7}{x}$       | $a). 7x^{-2}; б). -7; в). 7x.$                               |
| 2.<br>$y = \cos(10x + 3)$      | $a). \sin x; б). -10 \sin(10x + 3);$<br>$в). \sin(10x + 3).$ |
| 3.<br>$y = e^{2x} + 3$         | $a). e^x; б). 2e^{2x}; в). 2x$                               |
| 4.<br>$y = 3 \sin \frac{x}{3}$ | $a). -\cos \frac{x}{3}; б). \cos \frac{x}{3}; в). 3 \cos x$  |

# Правильные ответы

Задание №1 – а

Задание №2 – б

Задание №3 – б

Задание №4 – б



## Задание № 2

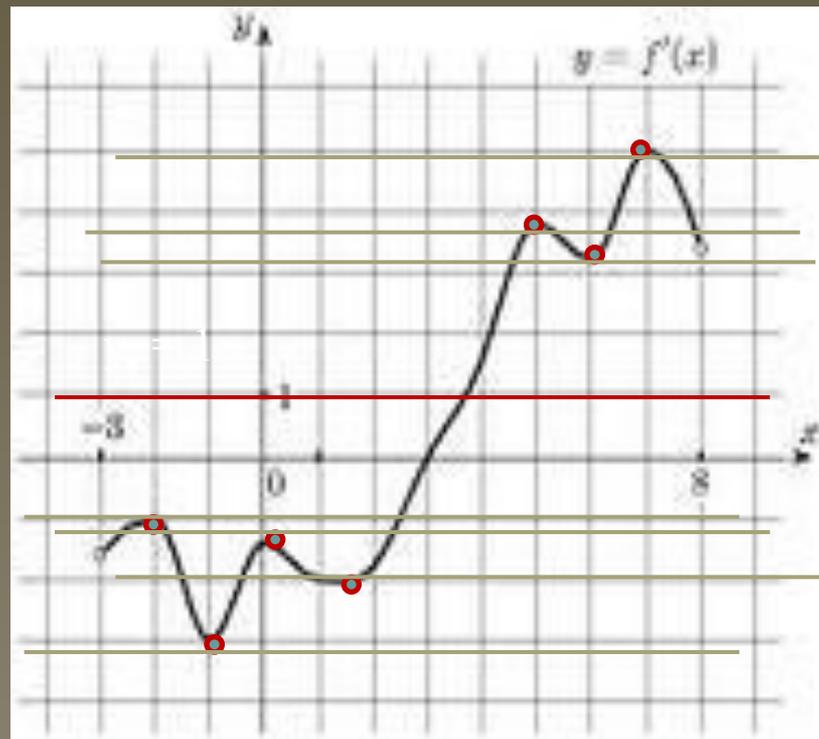
На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 1$ .

Решение:

Прямая  $y = 1$  параллельна оси абсцисс.

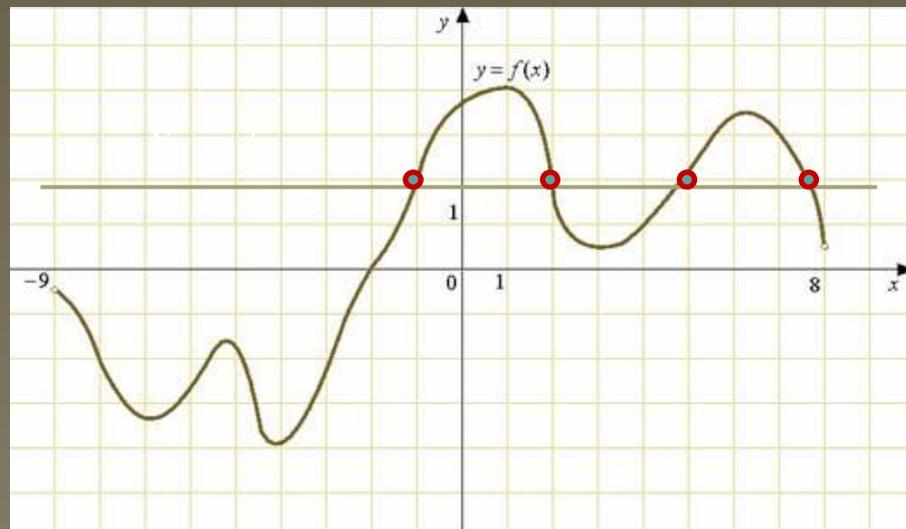
Значит, надо найти количество точек графика, в которых касательная параллельна оси абсцисс.

Ответ: 7



# Задание № 3

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x + 5$  или совпадает с ней.



**Решение:**

Так как касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 2x + 5$ , то ее угловой коэффициент  $k = 2$ .

Так как к графику функции проведена касательная, то ее угловой коэффициент  $k = f'(x_0)$ , то есть  $f'(x_0) = 2$

Так как дан график производной функции  $f(x)$ , то надо узнать, сколько точек пересечения имеет данный график с прямой  $y = 2$ .

**Ответ:** 4

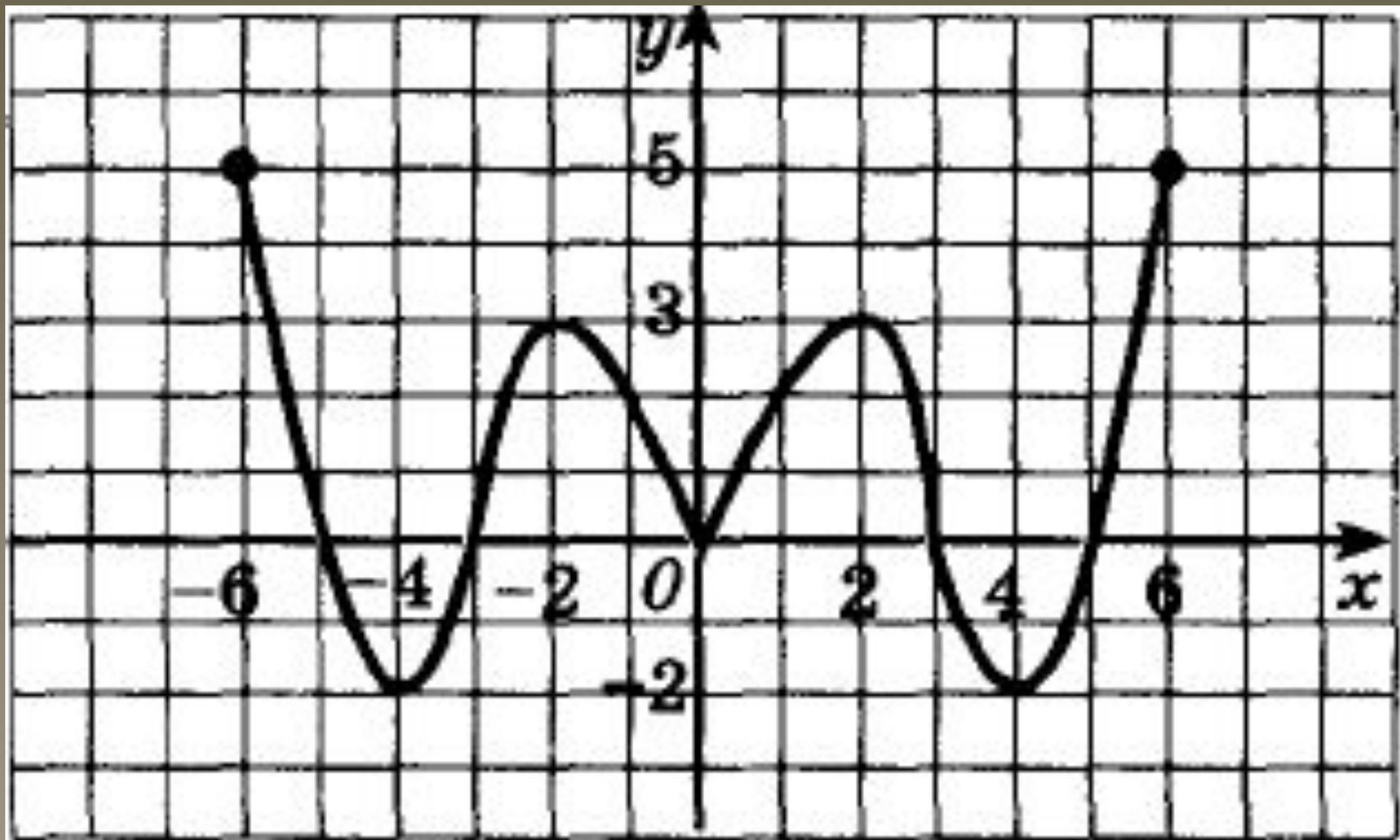
# Обобщим понятия монотонности и экстремума функции с помощью таблицы «Если – то...»

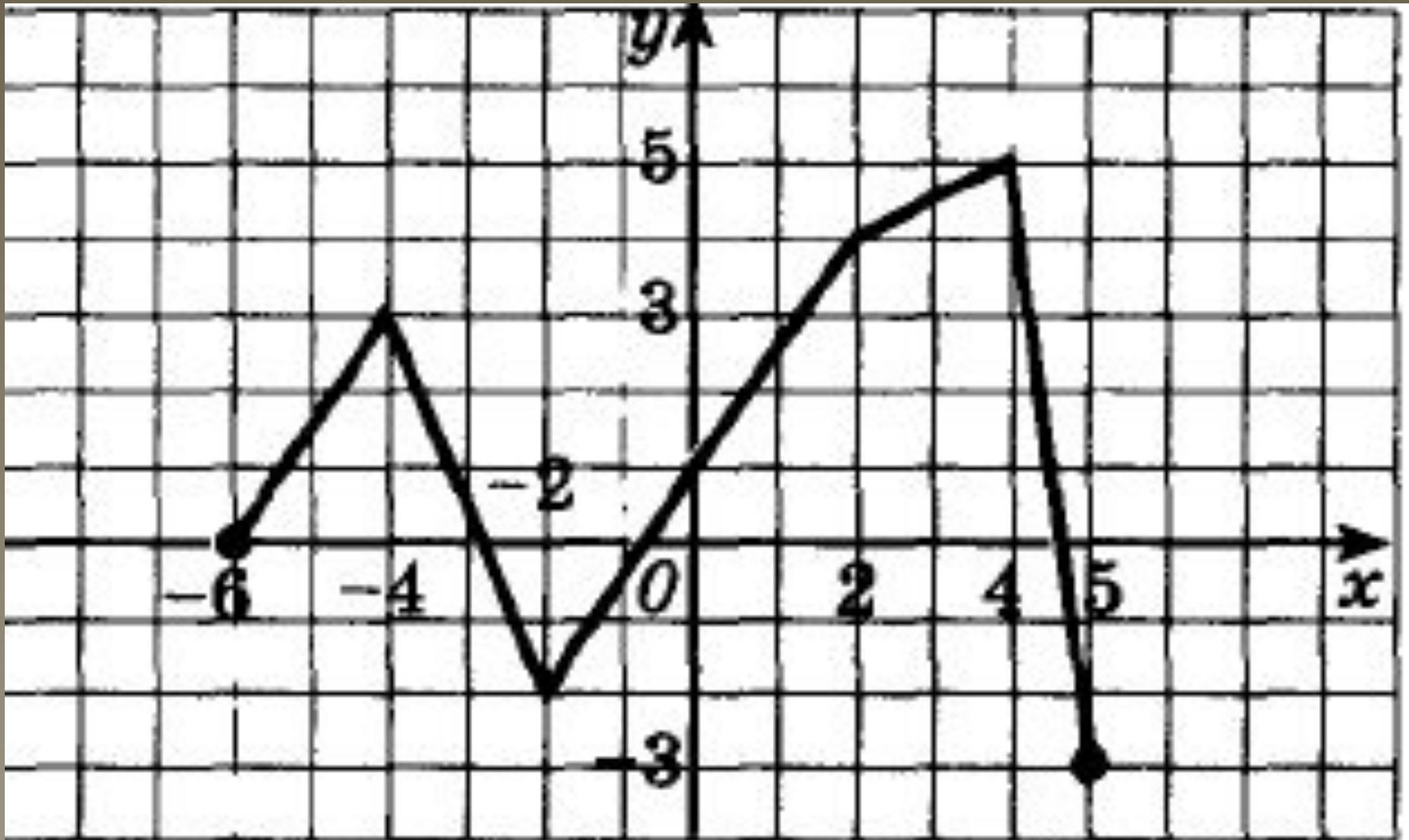
- ◆ **Если функция возрастает на промежутке и имеет на нем производную, то...**
  - ◆ **Если функция убывает на промежутке и имеет на нем производную, то...**
  - ◆ **Если в точке  $X_0$  функция имеет экстремум, то...**
  - ◆ **Если  $X_0$  - точка минимума функции, то...**
  - ◆ **Если  $X_0$  - точка максимума функции, то...**
- 

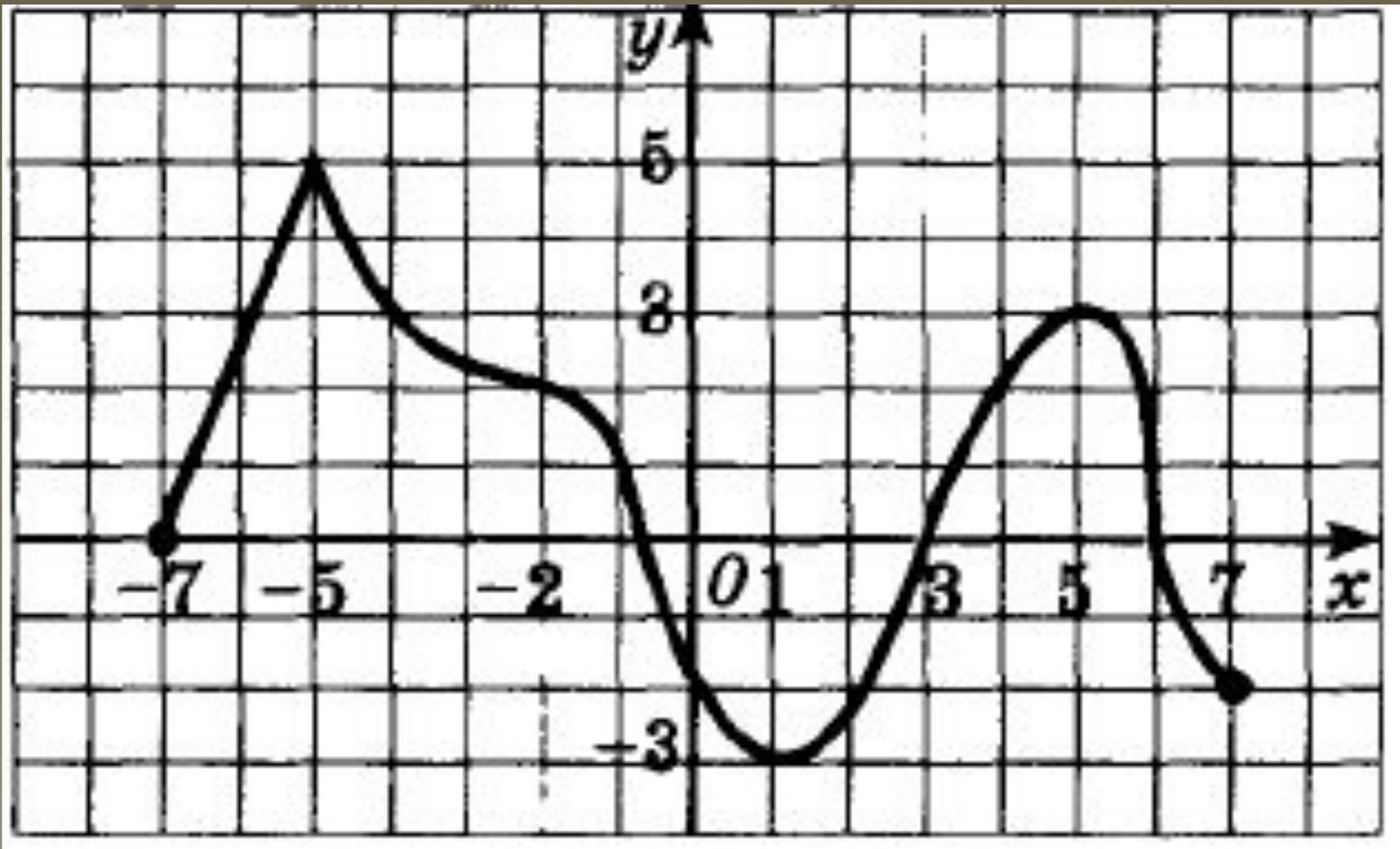
## Задание № 4.

Опишем «математический портрет» функции с помощью графика её производной:

- определите промежутки возрастания функции;
  - промежутки убывания функции;
  - сколько точек экстремума имеет функция;
  - определите их характер
- 







Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции  $f(x)$  на отрезке  $[a;b]$ .

1. Найти  $f'(x)$
  2. Найти значения  $x$ , при которых  $f'(x) = 0$  или  $f'(x)$  не существует; отбросить те, которые не принадлежат  $[a;b]$ .
  3. Вычислить  $f(a)$ ,  $f(b)$  и значения функции в точках пункта 2.
  4. Выбрать из них наибольшее и наименьшее значение.
- 

## Задание № 5

Найти точку, в которой  
функция

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

Принимает наибольшее  
значение на отрезке  $[1;4]$ .



# Задание № 6

Найти наибольшее значение  
функции

$$y = \frac{5}{\cos 2x}$$

на отрезке

$$\left[ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right]$$


## Задание № 7

Найти наименьшее значение функции

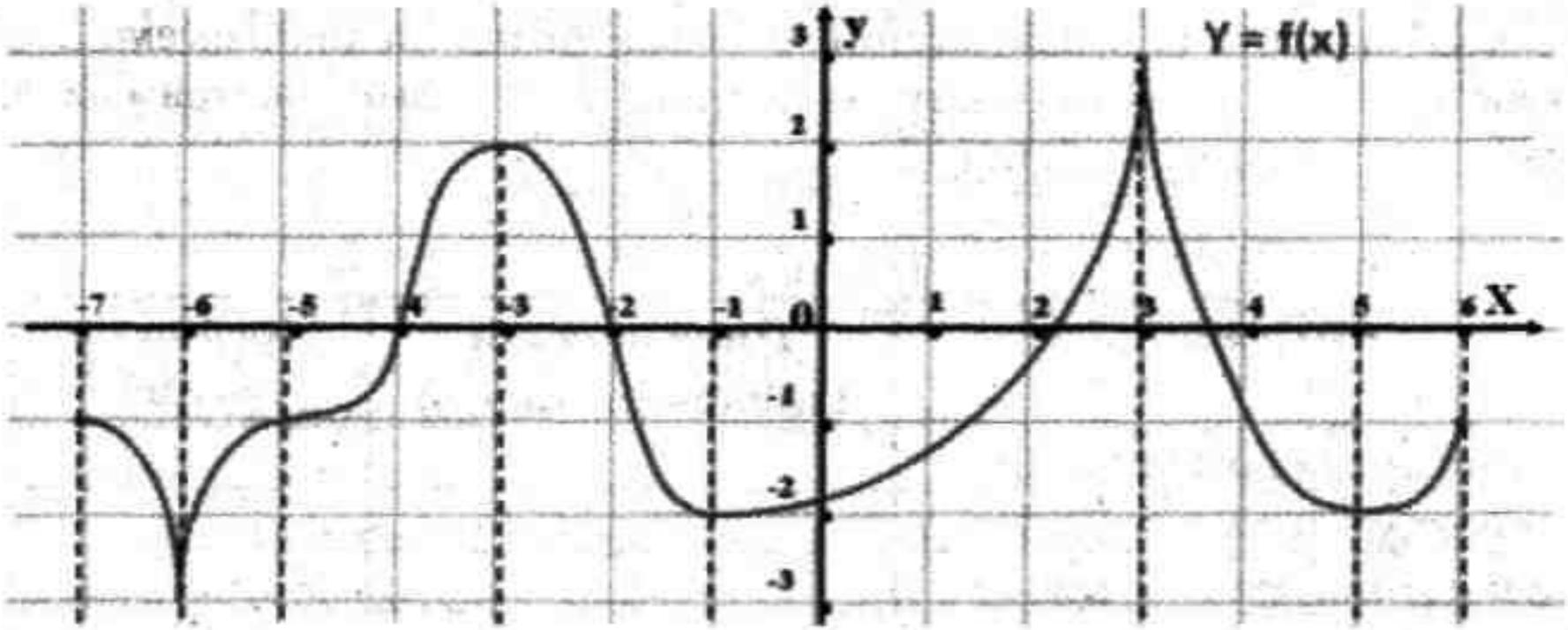
$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

на отрезке  $[-0,5; 3]$ .



# Задание № 8

1. Постройте график функции  $y = f(x)$  в масштабе 2:1, приняв за единицу измерения осей 2 клетки.
  2. Для функции  $y = f(x)$  найдите:
  3. промежутки возрастания и убывания функции;
  4. точки максимума и минимума;
  5. экстремумы функции;
  6. наибольшее и наименьшее значение на отрезках  $[-7;-4]$ ,  $[-4,0]$ ,  $[-7,7]$
  7. Ответьте на вопросы:
    - ◆ на каких промежутках производная функции принимает положительные (отрицательные) значения;
    - ◆ чему равно значение производной в точках экстремума.
- Схематично постройте график её производной



# Рефлексия:



1. Урок полезен, всё понятно.



2. Лишь кое-что чуть-чуть неясно.



3. Ещё придётся потрудиться.



4. Да, трудно всё-таки учиться!

