

Көпмүшелер

**Бірнеше айнымалысы бар көпмүшенің түрі
және сипаттамасы.**

Өрнектерді қарап шығыңыз. Бір айнымалы көпмүшелердің қасына «√» белгісін, бірнеше айнымалы көпмүше қасына «+» белгісін, көпмүше болып табылмайтын өрнектер қасына «−» белгісін қойыңыздар.

$$a) 2x^5 + x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 5$$

$$g) 2x^2 - 5xy + 2y^{-2}$$

$$b) 2x^3 - x - 3$$

$$h) t - t^3 + 3t^5$$

$$c) x^3 + 4xy^2 - 5y^3$$

$$d) 16y^7 - 72y^6 + 108y^5 - 54y^4$$

$$k) x^3 + 4x^3$$

$$e) 3ab$$

$$f) x^2 + \frac{2}{x^{-2}}$$

$$l) x^3 - 3x^2 + 5\sqrt{x} - 15$$

$$a) 2x^5 + x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 5 \quad \checkmark$$

$$b) 2x^3 - x - 3 \quad \checkmark$$

$$c) x^3 + 4xy^2 - 5y^3 \quad +$$

$$d) 16y^7 - 72y^6 + 108y^5 - 54y^4 \quad \checkmark$$

$$e) 3ab \quad +$$

$$f) x^2 + \frac{2}{x^{-2}} \quad \checkmark$$

$$g) 2x^2 - 5xy + 2y^{-2} \quad -$$

$$h) t - t^3 + 3t^5 \quad \checkmark$$

$$k) x^3 + 4x^3 \quad \checkmark$$

$$l) x^3 - 3x^2 + 5\sqrt{x} - 15 \quad -$$

Көпмүшенің анықтамасы

Егер $a_0, a_1, \dots, a_n$ – берілген нақты сандар болса, онда

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n \quad (1)$$

өрнегін x айнымалысына қатысты **n -дәрежелі көпмүше** деп атайды. Мұнда $a_0 \neq 0$ болуы керек. a_0x^n көпмүшенің **үлкен мүшесі** деп, $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ сандары көпмүшенің **коэффициенттері** деп, ал a_n көпмүшенің **бос мүшесі** деп аталады $x^3 -$

!!! Дәреже көрсеткіштері теріс емес бүтін сан болуы керек.

Айнымалы	Переменная	Variable
Бірмүше	Одночлен	Monomial
Біртекті көпмүше	Однородный многочлен	Homogeneous polynomial
Коэффициент	Коэффициент	Coefficient
Көпмүше	Многочлен	Polynomial
Симметриялық көпмүше	Симметрический многочлен	Symmetric polynomial
Үлкен коэффициент	Старший коэффициент	Leading coefficient

Көпмүшелерді қосу және азайту

ADDITION AND SUBTRACTION

To **add** or **subtract** two polynomials, we collect 'like' terms.

Example 10



If $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 5$ and $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 11$, find:

a $P(x) + Q(x)$

b $P(x) - Q(x)$

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \quad & P(x) + Q(x) \\ &= \begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + 3x - 5 \\ + 2x^3 + \quad x^2 \quad - 11 \\ \hline 3x^3 - \quad x^2 + 3x - 16 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b} \quad & P(x) - Q(x) \\ &= x^3 - 2x^2 + 3x - 5 - (2x^3 + x^2 - 11) \\ &= \begin{array}{r} x^3 - 2x^2 + 3x - 5 \\ - 2x^3 - \quad x^2 \quad + 11 \\ \hline -x^3 - 3x^2 + 3x + 6 \end{array} \end{aligned}$$

Collecting 'like' terms is made easier by writing them one above the other.



It is a good idea to place brackets around expressions which are subtracted.

POLYNOMIAL MULTIPLICATION

To **multiply** two polynomials, we multiply each term of the first polynomial by each term of the second polynomial, and then collect like terms.

Example 12



If $P(x) = x^3 - 2x + 4$ and $Q(x) = 2x^2 + 3x - 5$, find $P(x)Q(x)$.

$$\begin{aligned} P(x)Q(x) &= (x^3 - 2x + 4)(2x^2 + 3x - 5) \\ &= x^3(2x^2 + 3x - 5) - 2x(2x^2 + 3x - 5) + 4(2x^2 + 3x - 5) \\ &= 2x^5 + 3x^4 - 5x^3 \\ &\quad - 4x^3 - 6x^2 + 10x \\ &\quad + 8x^2 + 12x - 20 \\ &= \hline 2x^5 + 3x^4 - 9x^3 + 2x^2 + 22x - 20 \end{aligned}$$

For example, for $(x^3 + 2x - 5)(2x + 3)$ we detach coefficients and multiply. It is different from the ordinary multiplication of large numbers because we sometimes have negative coefficients, and because we do not carry tens into the next column.

1	0	2	-5	←	coefficients of $x^3 + 2x - 5$
	×	2	3	←	coefficients of $2x + 3$
3	0	6	-15		
2	0	4	-10		
2	3	4	-4	-15	
↓	↓	↓	↓		
x^4	x^3	x^2	x	constants	

So $(x^3 + 2x - 5)(2x + 3)$
 $= 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 4x - 15.$

Тапсырма №2

- ✓ Көпмүшенің дәрежесі мен коэффициенттерін жазыңыз. Бас коэффициенттен бастаңыз.
- ✓ Көпмүшенің коэффициенттерінің қосындысын табыңыз.

$$P(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 10x + 20$$

$$Q(x) = 2x^3 - x + 4$$

$$F(x) = 2x^4 + 5x^2 - 1$$

Қосымша №2

Тапсырма№1.

көпмүшені канондық түрде жазыңыз

а) $(x + 1)(x - 1)(x - 2);$

б) $(x + 1)^2(x - 2) - (x + 1)(x - 2)^2,$

в) $(2x + 1)(2x - 1)^2;$

г) $(2x + 1)(2x - 1)^2 + (1 - 2x)^3$

Тапсырма №2

$f(x), g(x)$ көпмүшелері берілген. Кестеге дәреже көрсеткішін толтырыңыздар

$f(x)$	$g(x)$	$f(x) + g(x)$	$f(x) \cdot g(x)$	$f^3(x)$
5	3	5	8	15
7	7	7	14	21
3	4	4	7	9
3	3	2	6	9
7	7	4	14	21

$$f(x, y, z) = x^2 - y^2 + 2z^2$$

$$q(x, y, z) = 2x^2 - xy^2 + z^2$$

$$g(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 4xyz$$

Бірнеше айнымалы көпмүше

n -ші дәрежелі біртекті көпмүше

деп аталады, егер көпмүшенің әрбір мүшесінің дәреже көрсеткіштерінің қосындысы n -ге тең болса.

Екі айнымалы $p(x, y)$ көпмүшесінің
 x және y айнымалыларын сәйкесінше
 y және x айнымалыларына
ауыстырғаннан көпмүше өзгермейтін
болса, онда $p(x, y)$ көпмүшесі
симметриялы көпмүше деп аталады,

Көпмүшені стандарт түрде жазыңыз

а) $(2x-y-3)^2+(x-3y-1)^2$;

б) $(x - y - 2z - 1)^2 + (2x+ y + z - 3)^2$;

в) $(5x - y - 2)^2 + 2(3x - y -1)^2$;

г) $(x - 3y + z - 2)^2 - 3(2x + y - z + 1)$.