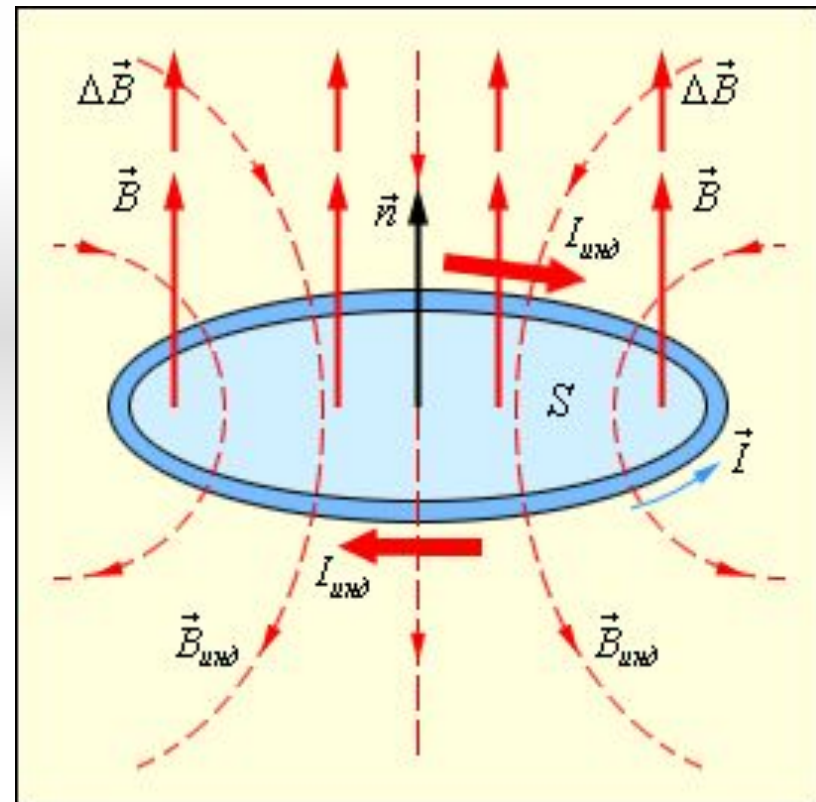

САМОИНДУКЦИЯ

1. ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ

Электрический ток, текущий в любом контуре, создает пронизывающий этот контур полный магнитный поток Ψ (потокосцепление).

При изменении в контуре силы тока I изменяется также и потокосцепление Ψ , вследствие чего в контуре появляется электродвижущая сила индукции $\mathcal{E}_i$.

Индукирование в проводящем контуре электродвижущей силы (ЭДС) при изменении силы тока в контуре получило название **явление самоиндукции**.



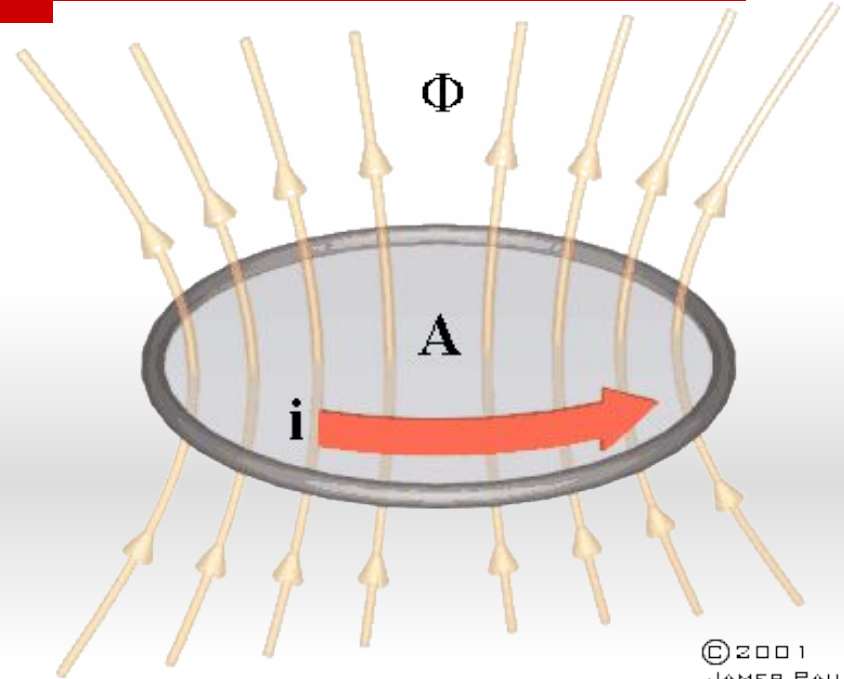
2. ИНДУКТИВНОСТЬ КОНТУРА

Магнитный поток, пронизывающий контур (потокосцепление), пропорционален магнитной индукции поля в каждой точке

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Индукция магнитного поля в каждой точке пропорциональна силе тока, создающего магнитное поле (закон Био-Савара-Лапласа).

Следовательно, ток в контуре I и создаваемый им полный магнитный поток Ψ сцепленный с контуром пропорциональны друг другу: $\Psi = LI$. Коэффициент пропорциональности L между силой тока и полным магнитным потоком называется индуктивностью контура.



$[B\Phi] = \text{A} \quad / \Gamma_H = 1$ (эту единицу называют генри).

3. ИНДУКТИВНОСТЬ СОЛЕНОИДА

При протекании тока по обмотке, внутри длинного соленоида возбуждается однородное магн. поле, индукция которого имеет вид:

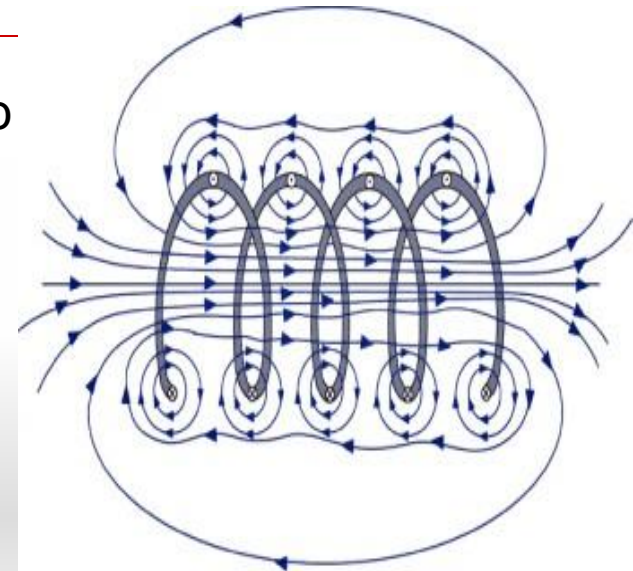
$$B = \mu_0 \mu H;$$

$$H = nI \Rightarrow B = \mu_0 \mu nI.$$

Поток через каждый из витков $\Phi = BS$, а полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом, будет определяться выражением:

$$\Psi = N\Phi; \quad N = nl \Rightarrow \Psi = nlBS = nl\mu_0 \mu nIS \Rightarrow \Psi = \mu_0 \mu n^2 lSI;$$

$$\Psi = LI \Rightarrow L = \Psi/I \Rightarrow L = \mu_0 \mu n^2 lS; \quad lS = V \Rightarrow L = \mu_0 \mu n^2 V.$$



4. ЭДС САМОИНДУКЦИИ

При изменении силы тока в контуре возникает электродвижущая сила самоиндукции, равная

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Psi}{dt};$$

$$\Psi = LI \Rightarrow \mathcal{E}_s = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$

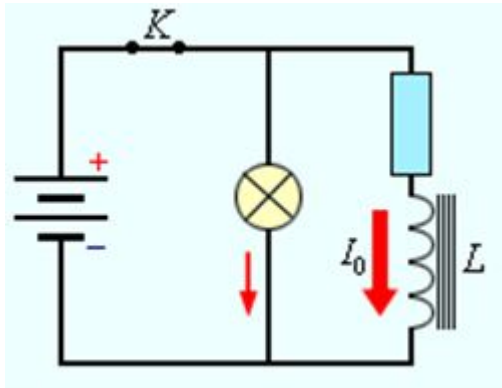
Второе слагаемое для жесткого контура отлично от нуля только при наличии ферромагнетиков, тогда

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dI} \frac{dI}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}_s = -\left(L + I\frac{dL}{dI}\right)\frac{dI}{dt}.$$

$$L(I) = \text{const} \Rightarrow \frac{dL}{dI} = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_s = -L\frac{dI}{dt}.$$

5. ТОК ПРИ РАЗМЫКАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

По правилу Ленца дополнительные токи, возникающие вследствие самоиндукции, всегда направлены так, чтобы противодействовать изменениям силы тока в электрической цепи. Это приводит к тому, что убывание тока при размыкании цепи происходит не мгновенно, а постепенно.

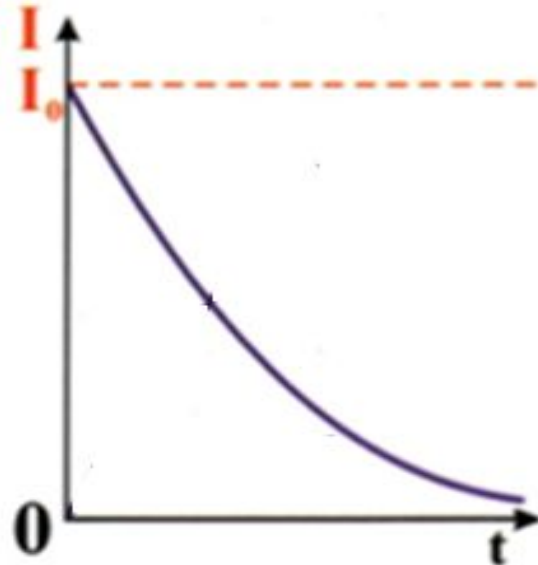


$$IR = \varepsilon \rightarrow IR = L \frac{dI}{dt} \quad (\text{при } L = \text{const})$$

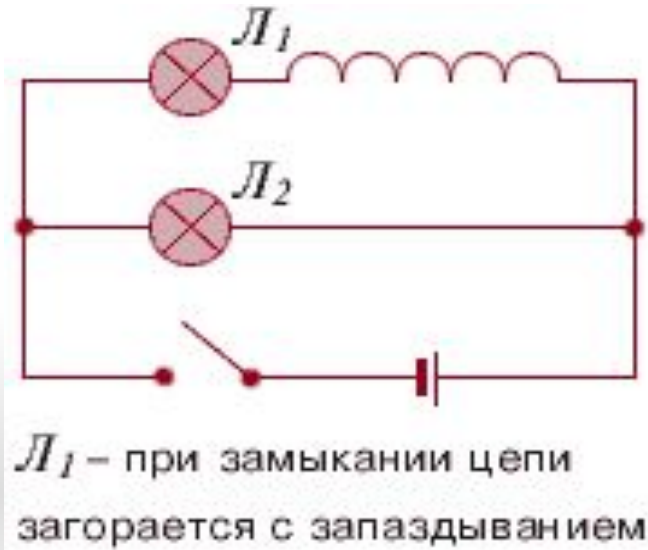
$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt \rightarrow \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{R}{L} t \rightarrow I = I_0 e^{-(R/L)t}$$

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau \equiv \frac{L}{R}$$



6. ТОК ПРИ ЗАМЫКАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ



После подключения внешнего источника ЭДС, до тех пор пока сила тока не достигнет установившегося значения, в цепи будет действовать и ЭДС самоиндукции. По закону Ома

$$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s; \quad \mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt} \Rightarrow IR = \mathcal{E}$$

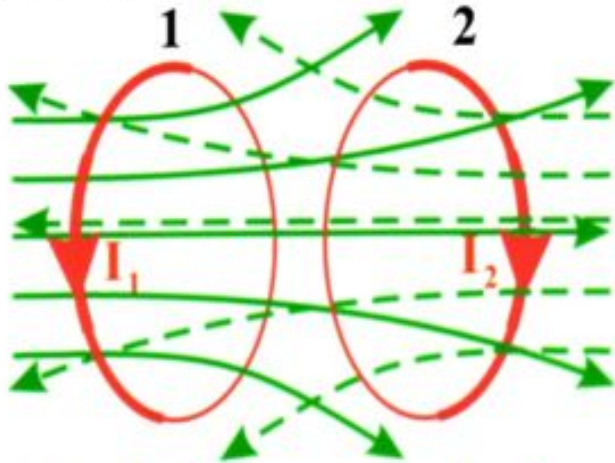


$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right);$$

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \quad \tau \equiv \frac{L}{R}.$$

7. ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ

Связанные контуры



Если в контуре 1 течет ток I_1 , то он создает через контур 2 магнитный поток пропорциональный току I_1 :

$$\Psi_2 = L_{21} I_1.$$

При изменении тока I_1 в контуре 2 появляется ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

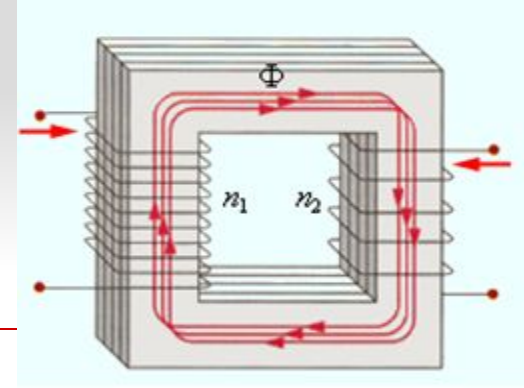
Аналогично при протекании тока I_2 возникает сцепленный с контуром 1 магнитный поток и ЭДС индукции:

$$\Psi_1 = L_{12} I_2; \quad \mathcal{E}_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Контуры 1 и 2 называются связанными, а явление возникновения ЭДС индукции в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется

взаимной индукцией.

8. ВЗАИМНАЯ ИНДУКТИВНОСТЬ



Найдем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий замкнутый ферромагнитный сердечник. Линии магнитной индукции сосредотачиваются внутри сердечника (магнитное экранирование), величина магнитной индукции одинакова в каждой точке сердечника. Если первая обмотка имеет N_1 витков и по ней течет ток I_1 , то согласно теореме о циркуляции $Hl = N_1 I_1 \Rightarrow H = N_1 I_1 / l$. Магнитный поток через поперечное сечение сердечника равен

$$\Phi_1 = BS = \mu_0 \mu H S = \mu_0 \mu N_1 I_1 S / l \Rightarrow \Psi_2 = \Phi_1 N_2 = \frac{S}{l} \mu_0 \mu_1 N_1 N_2 I_1 \Rightarrow$$

$$L_{21} = \frac{\Psi_2}{I_1} = \frac{S}{l} \mu_0 \mu_1 N_1 N_2; \quad L_{12} = \frac{\Psi_1}{I_2} = \frac{S}{l} \mu_0 \mu_2 N_1 N_2;$$

$$\mu_1 \neq \mu_2 \Rightarrow L_{21} \neq L_{12}.$$

9. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

Энергия магнитного поля длинного соленоида

$$\left. \begin{aligned} L &= \mu\mu_0 n^2 V, \\ I &= \frac{H}{n} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

(n - число витков на единицу длины , V - объем соленоида)

Плотность энергии:

$$w = \frac{W}{V}, \quad w = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{\vec{H} \cdot \vec{B}}{2}$$

Энергия неоднородного поля :

$$W = \int_V w dV = \frac{\mu_0}{2} \int_V \mu H^2 dV$$