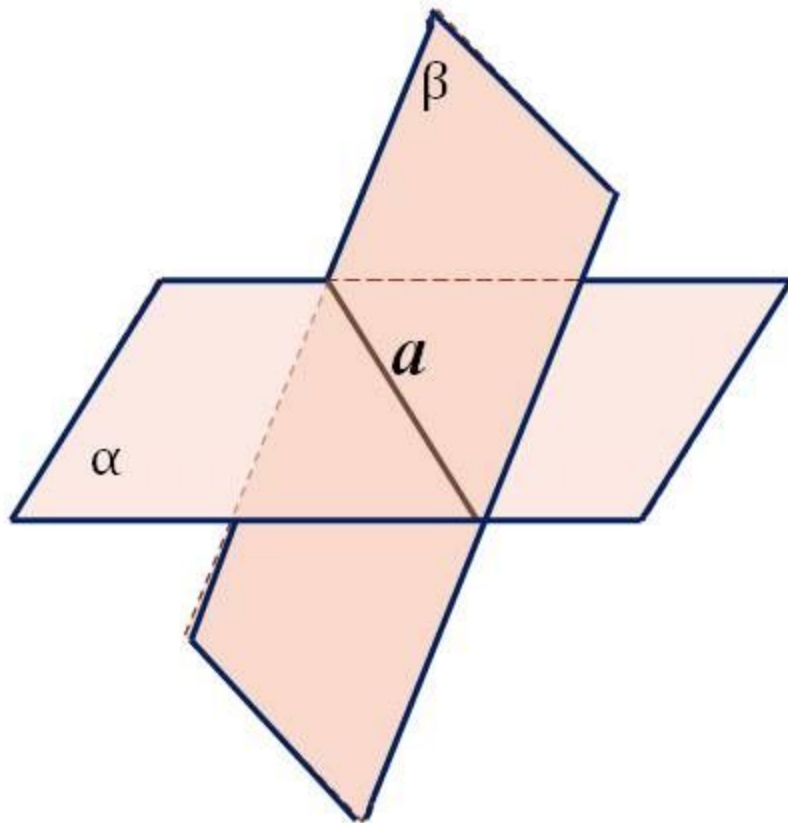


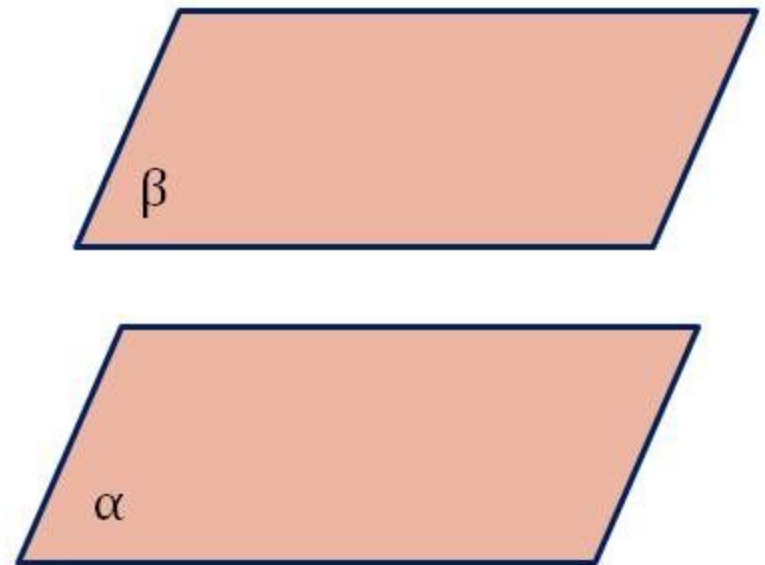
ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

10 класс

Взаимное расположение плоскостей



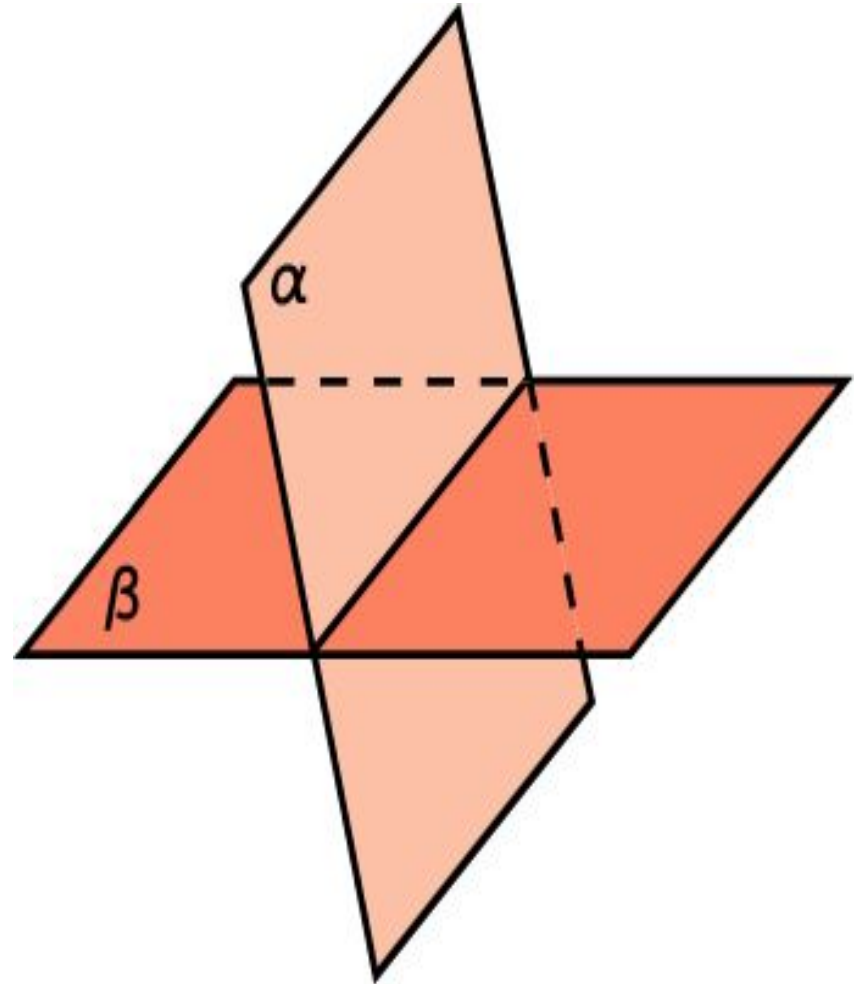
Две плоскости
пересекаются по
прямой



Две плоскости не
пересекаются
Две плоскости не
параллельны

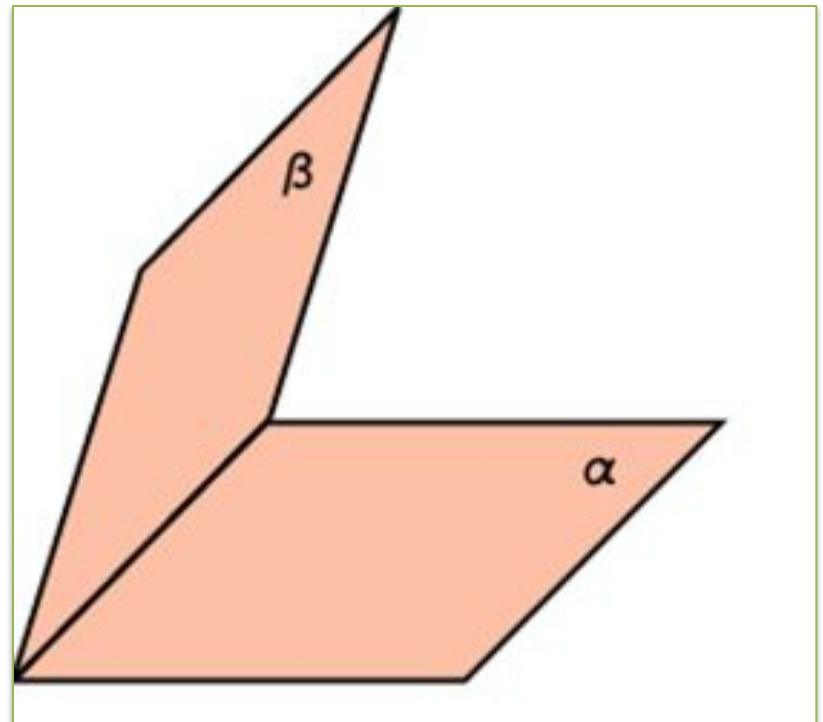
Определение:

Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.



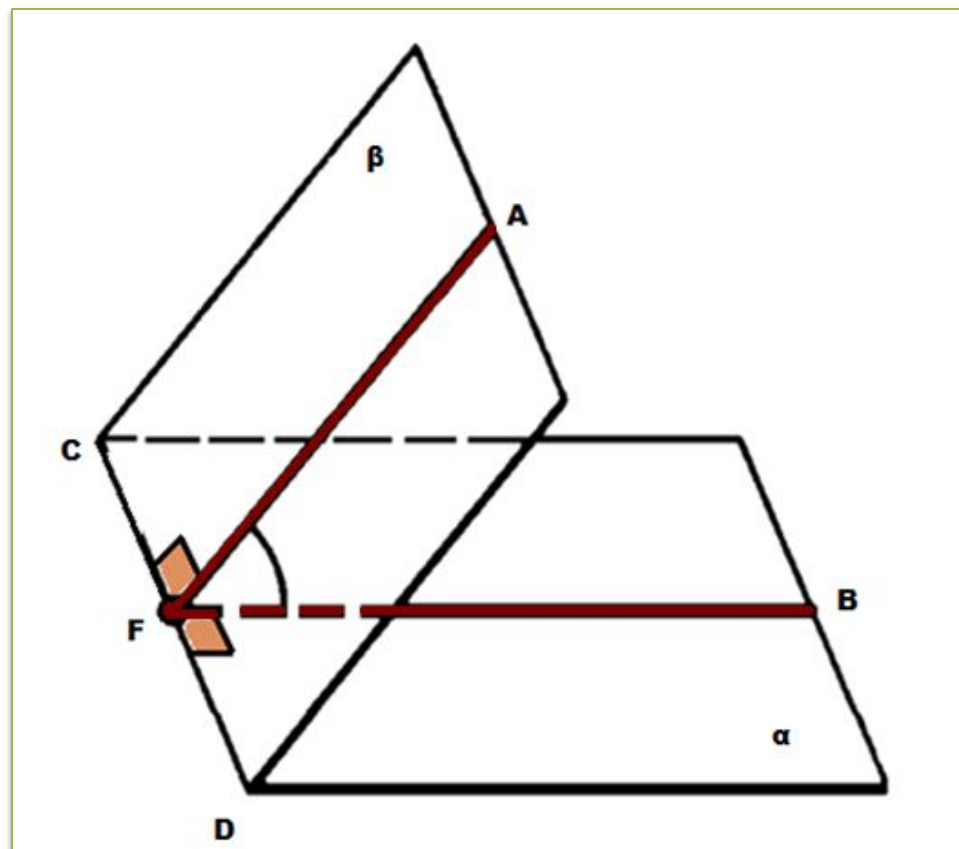
Определение:

Двугранным
углом называется
фигура,
образованная
двумя
полуплоскостями
с общей
граничной прямой.



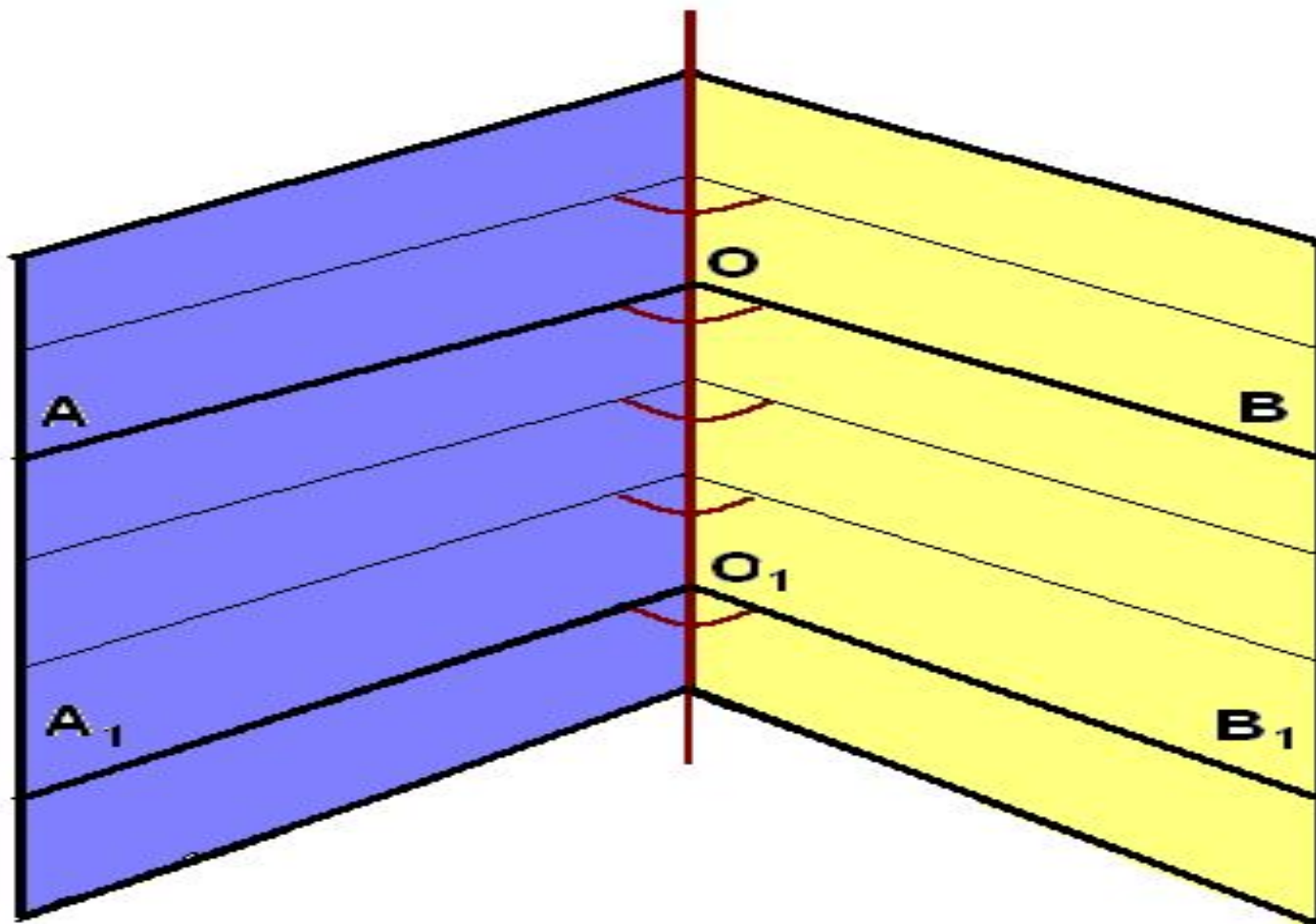
$$AF \perp CD$$
$$BF \perp CD$$

AFB-линейный
угол
двугранного
угла **ACDB**

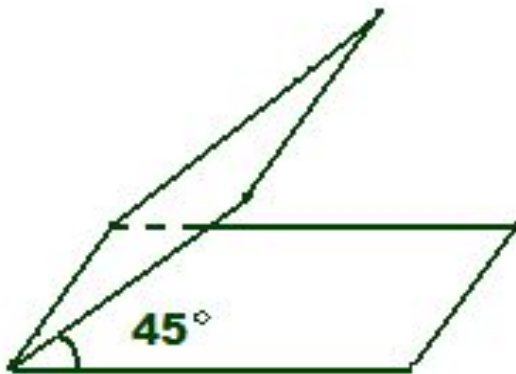


Величиной двугранного угла называется
величина его линейного угла.

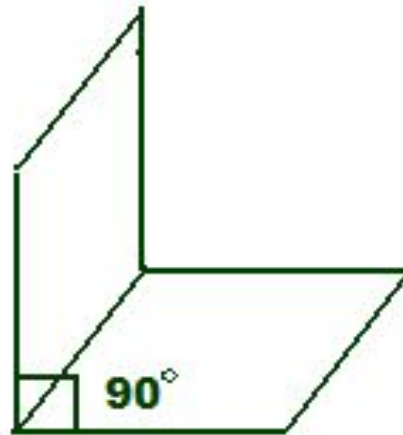
Все линейные углы двугранного угла
равны друг другу.



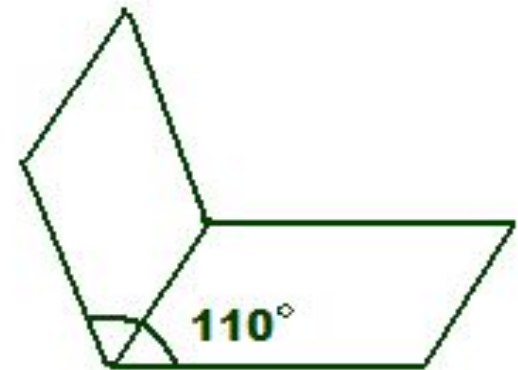
Примеры двугранных углов:



острый

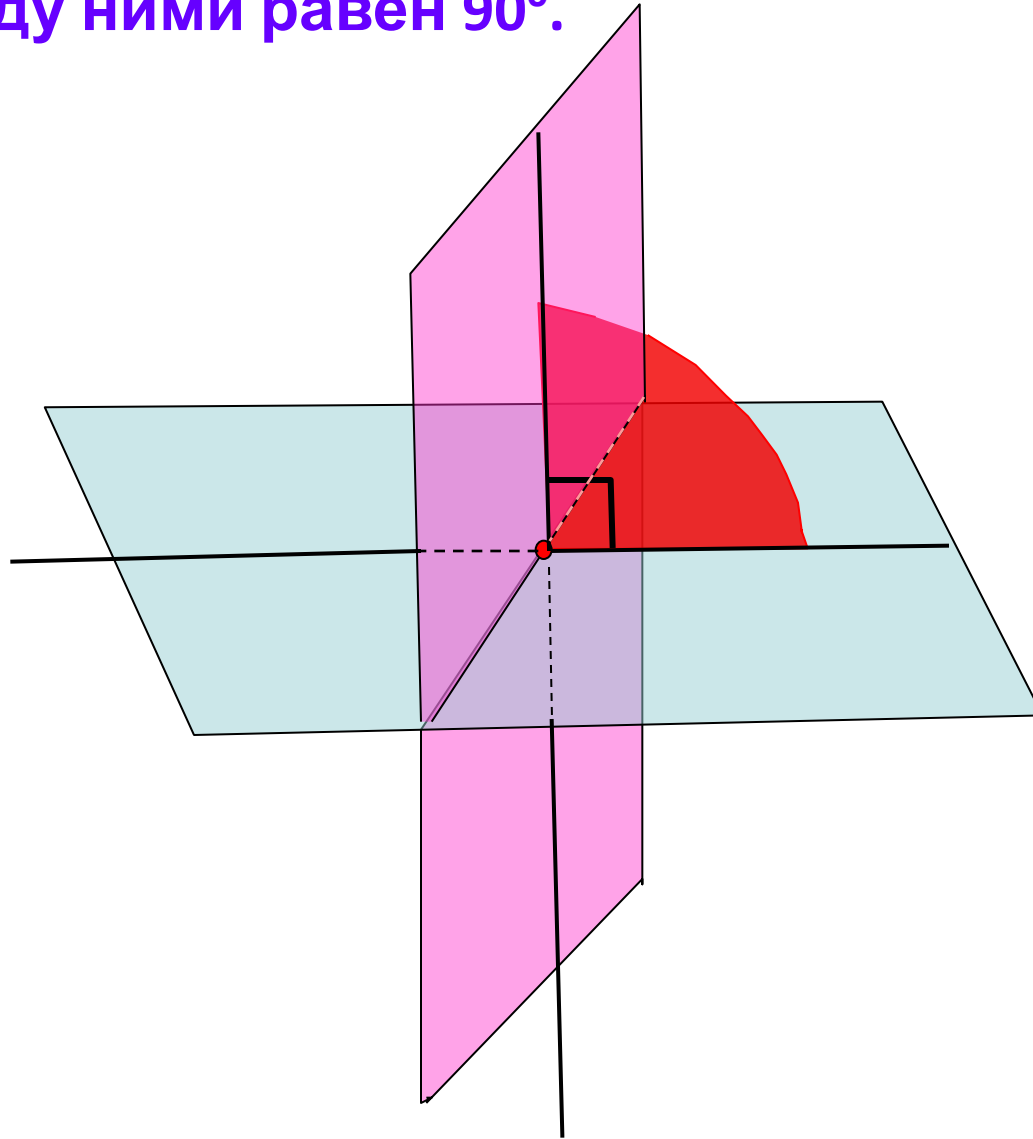


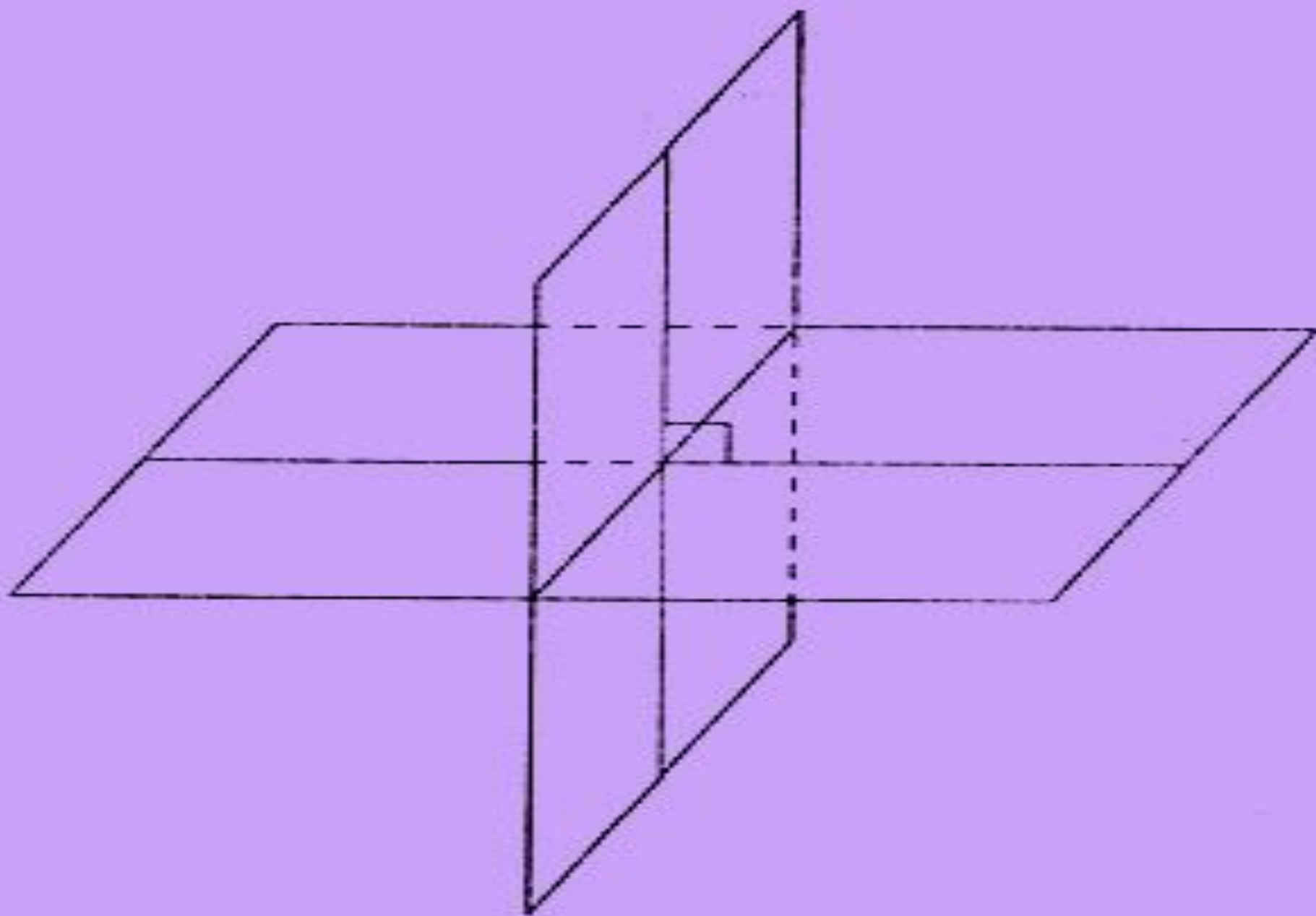
прямой



тупой

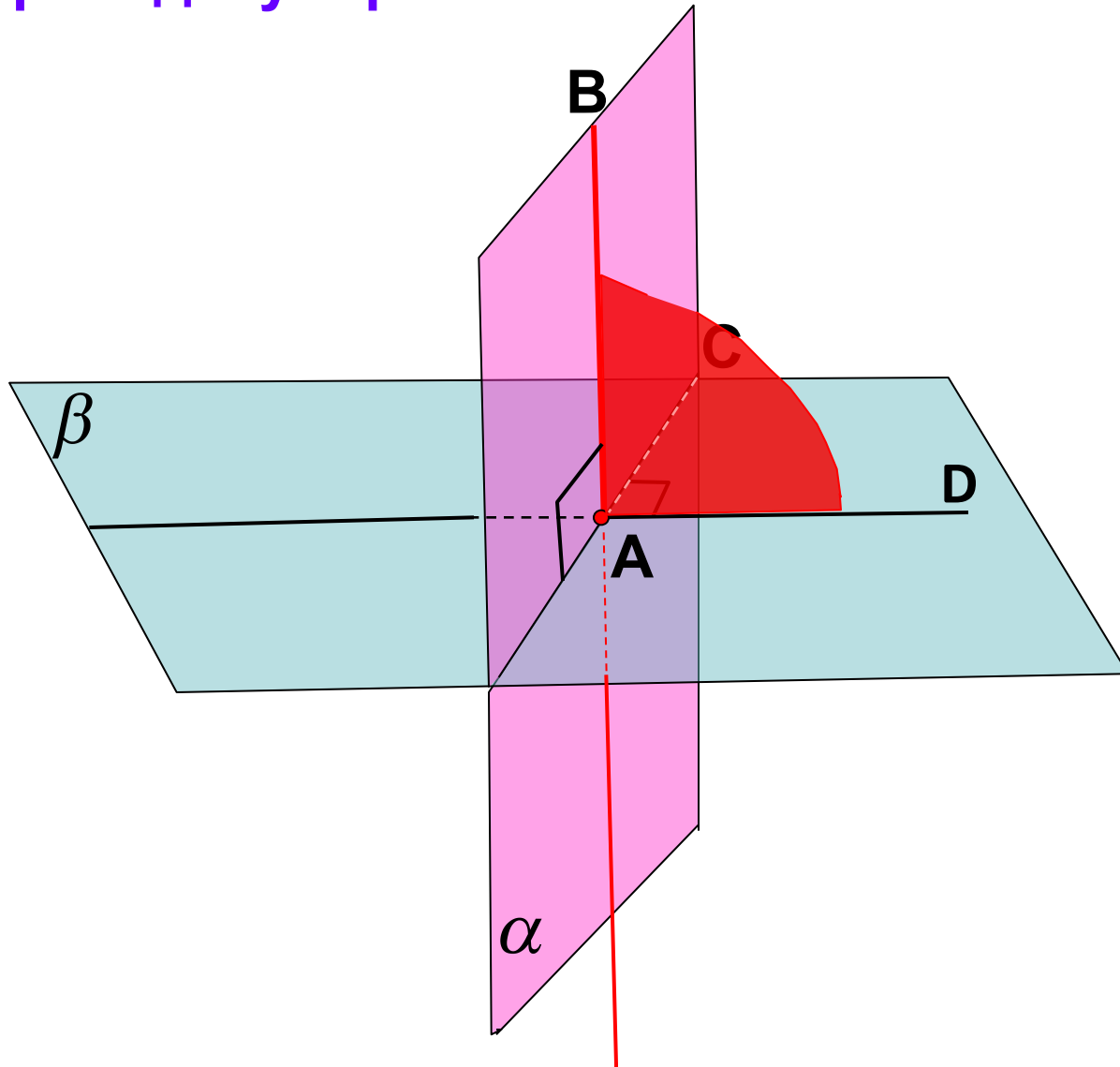
Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90° .

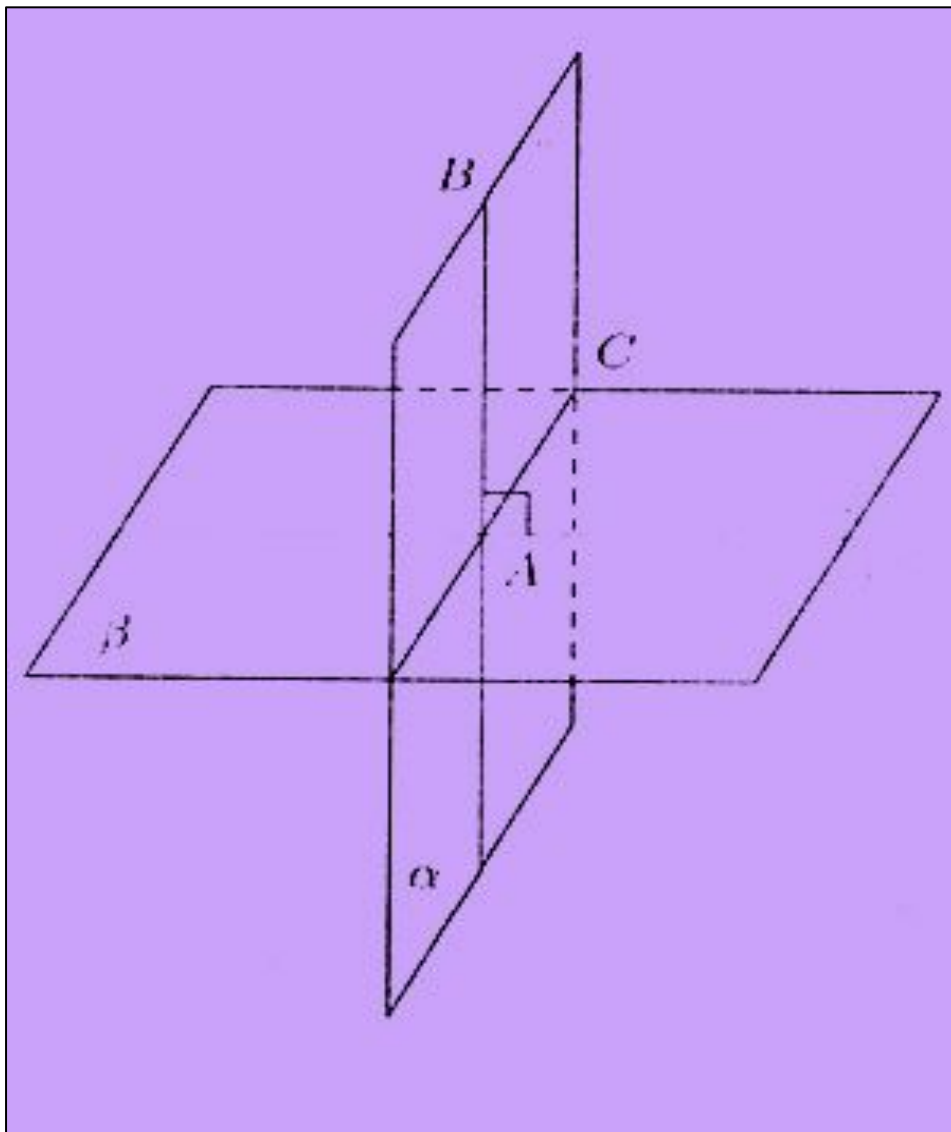




Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.





Дано:

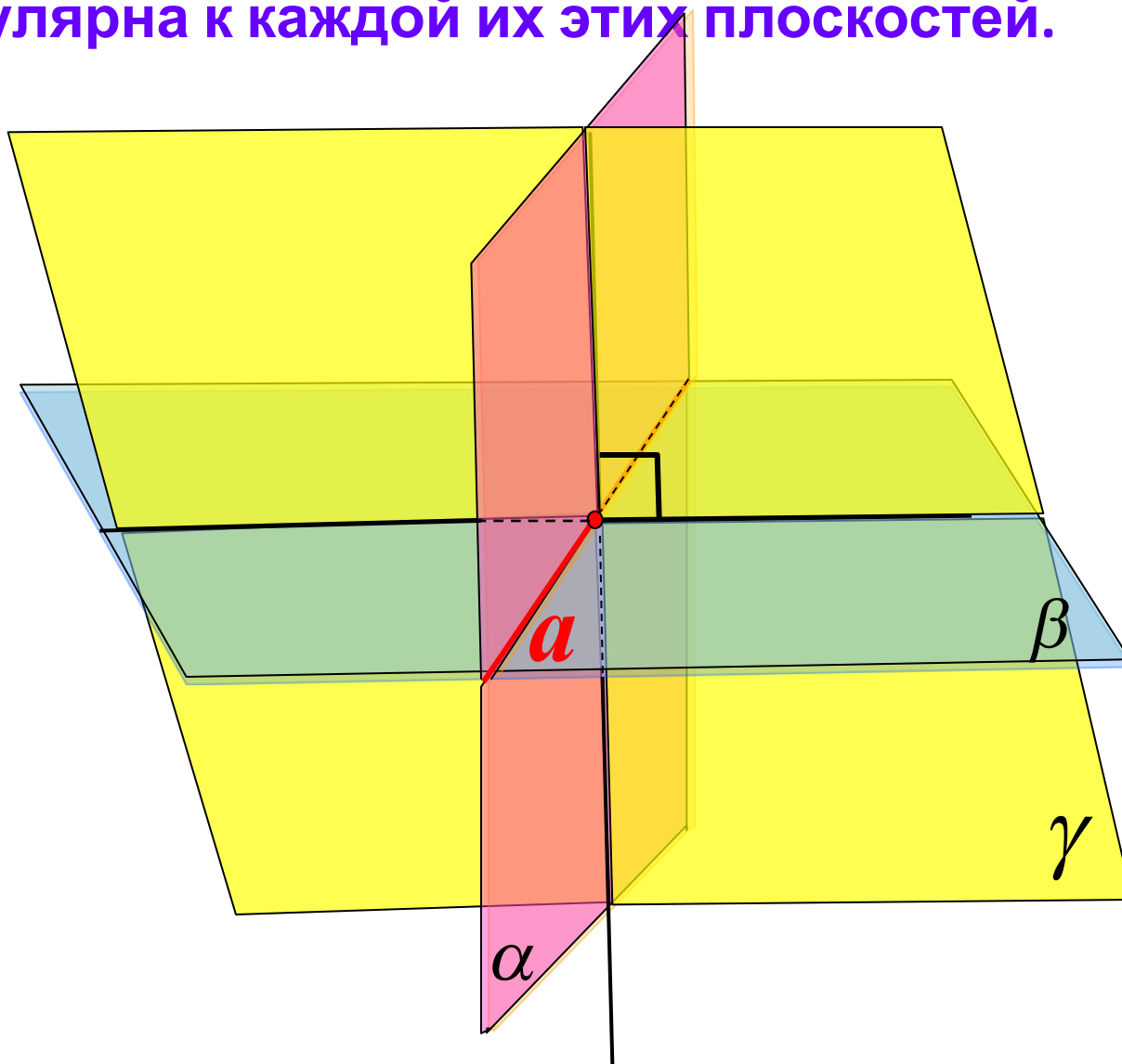
$$AB \perp \beta$$

$$AB \in \alpha$$

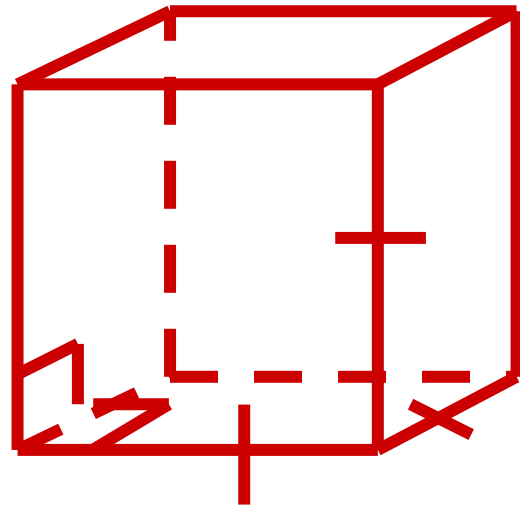
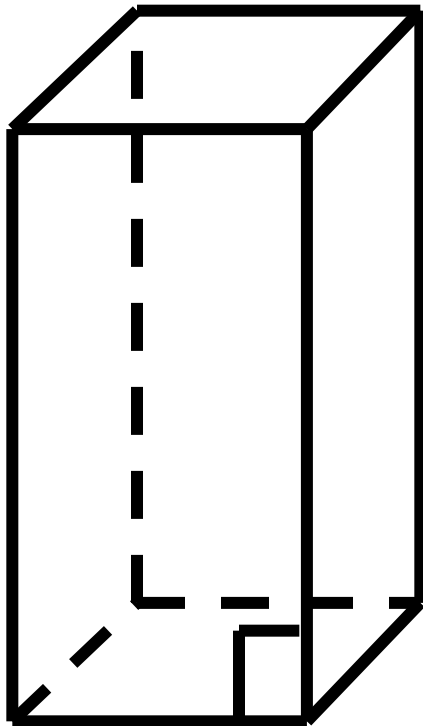
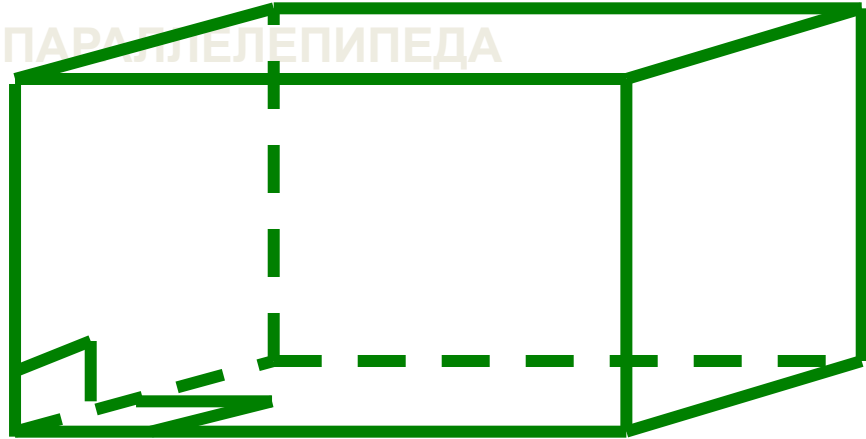
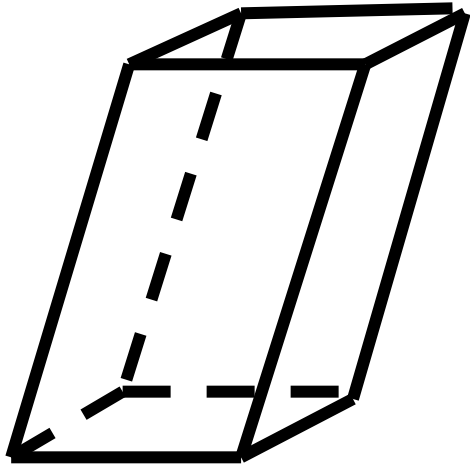
Доказать:

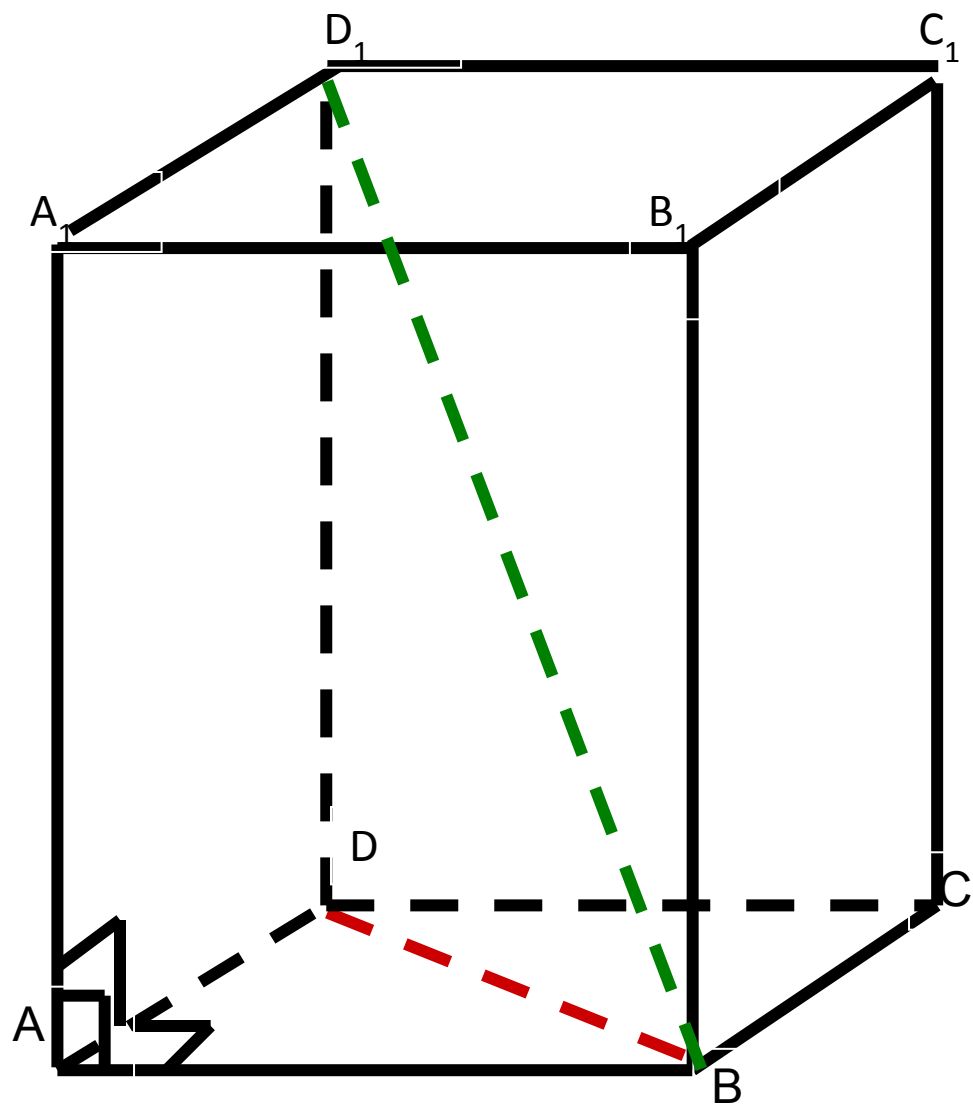
$$\alpha \perp \beta$$

Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.



ВИДЫ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

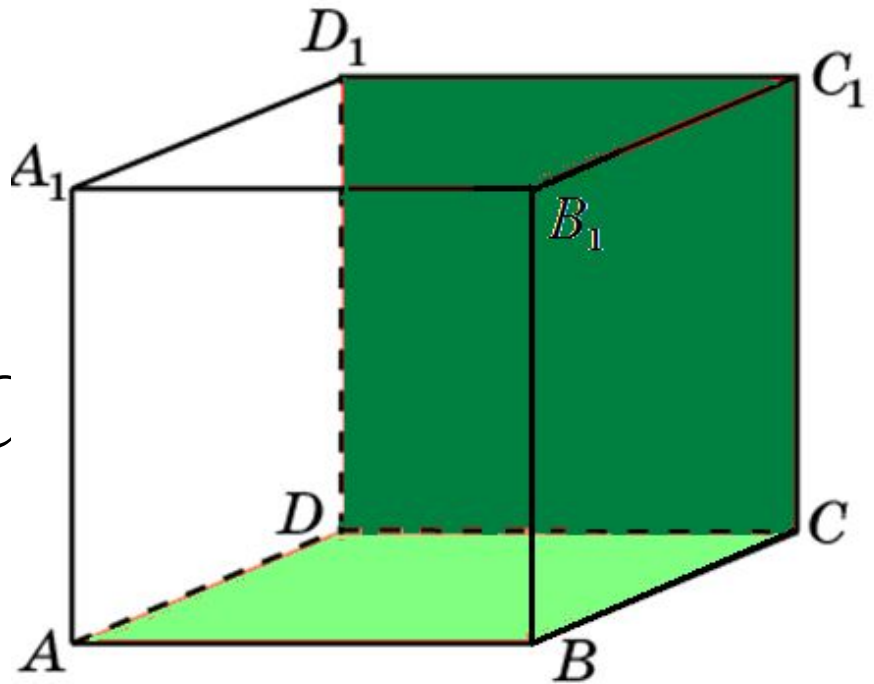




$$AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$$

Задача 1:

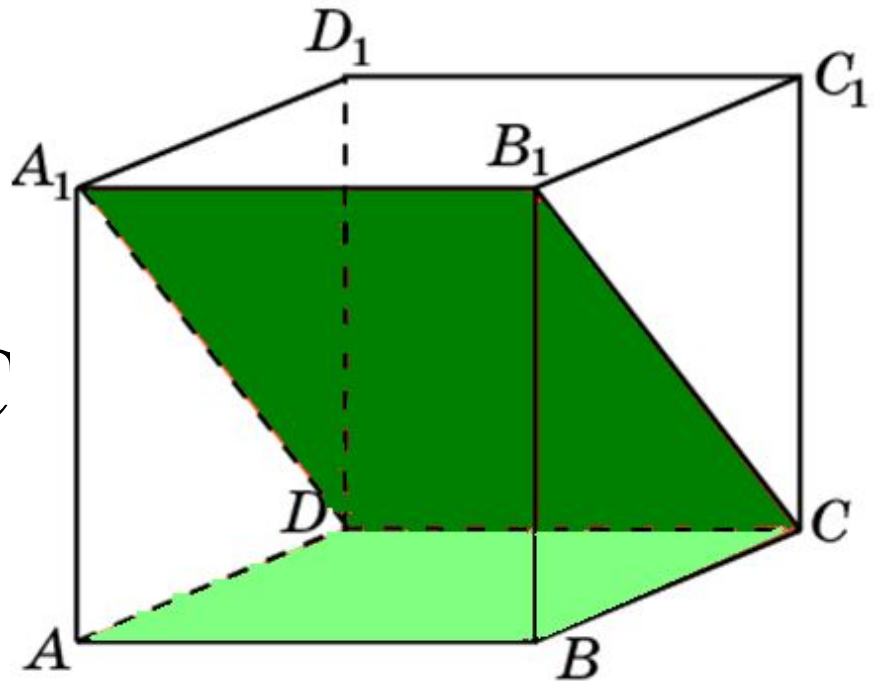
В кубе $A...D_1$
найдите угол
между
плоскостями ABC
и CDD_1 .



Ответ: 90° .

Задача 2:

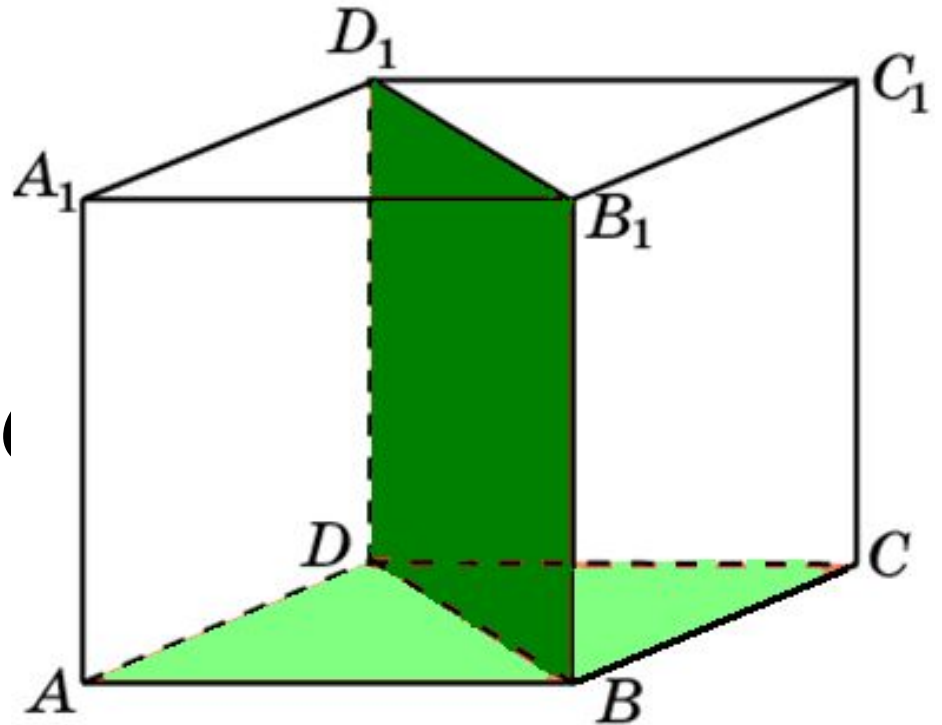
В кубе $A...D_1$
найдите угол
между
плоскостями ABC
и CDA_1 .



Ответ: 45° .

Задача 3:

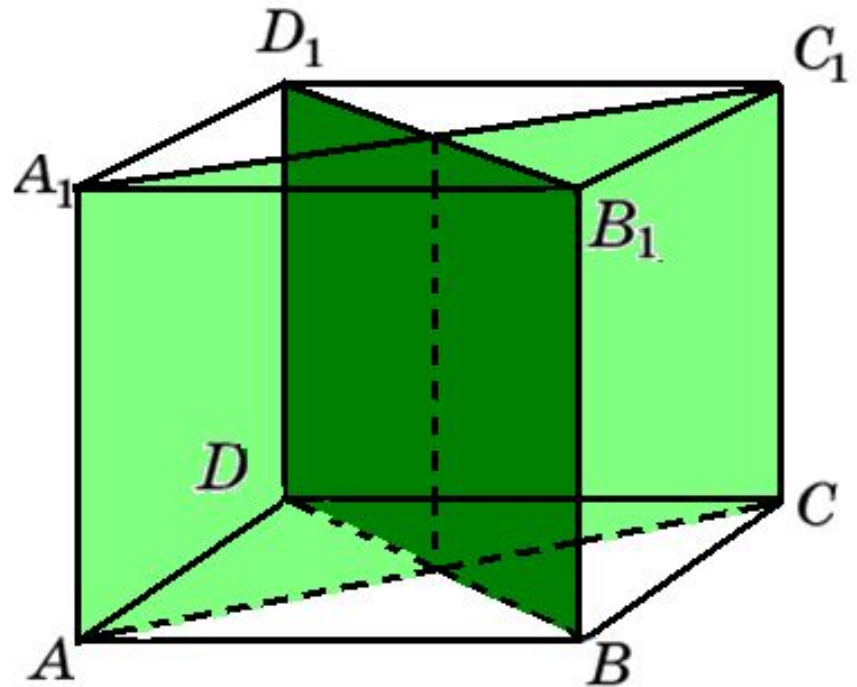
В кубе $A...D_1$
найдите угол
между
плоскостями AB_1C_1
и BDD_1 .



Ответ: 90° .

Задача 4:

В кубе $A...D_1$
найдите угол
между
плоскостями
 ACC_1 и BDD_1 .



Ответ: 90° .

Задача 5:

В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями

BC_1D и BA_1D .

Решение:

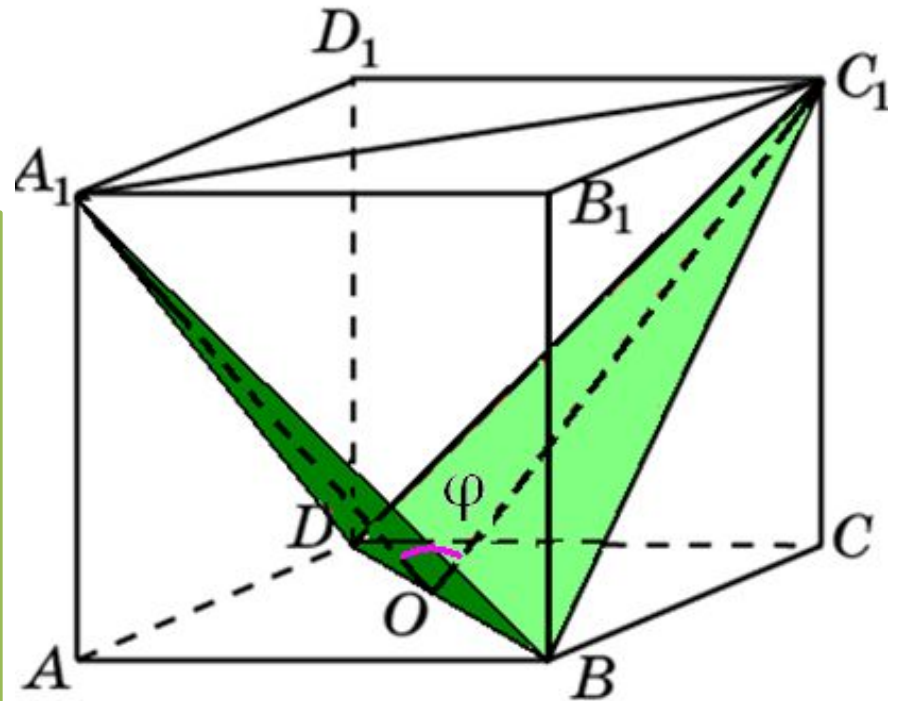
Пусть O – середина BD .

A_1OC_1 – линейный угол двугранного угла A_1BDC_1 .

$$A_1C_1 = \sqrt{2}, A_1O = C_1O = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

По теореме косинусов получаем:

$$\cos \varphi = \frac{1}{6}.$$



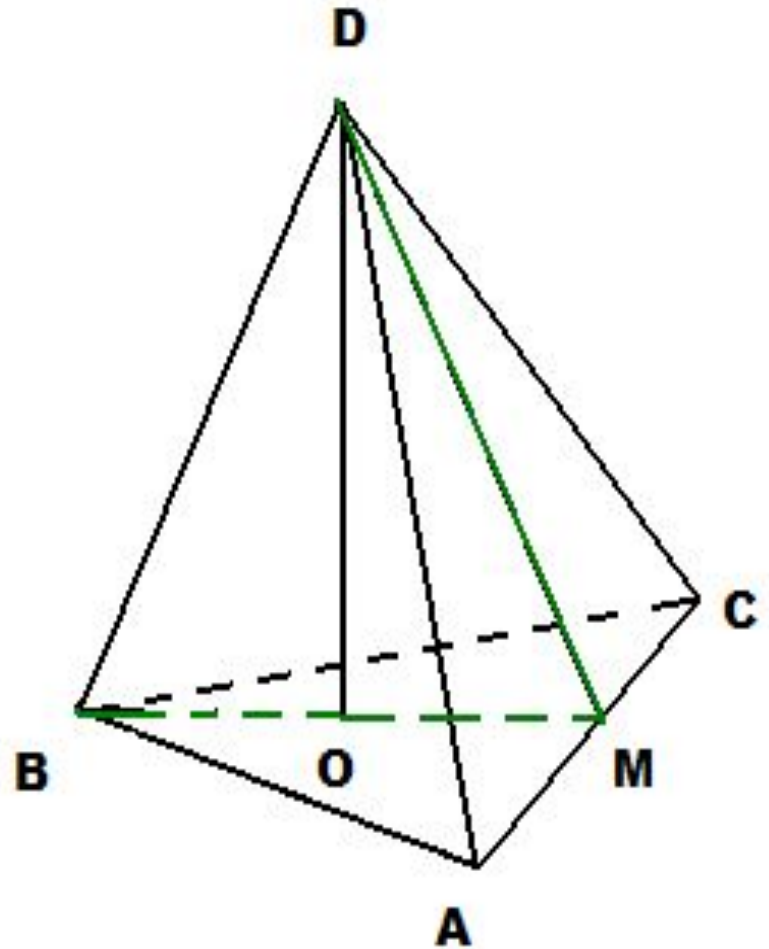
Ответ: $\cos \varphi = \frac{1}{6}.$

Задача 6:

В тетраэдре $DAVC$ все ребра равны, точка M – середина ребра AC . Докажите, что $\angle DMV$ – линейный угол двугранного угла $BACD$.

Решение:

Треугольники ABC и ADC правильные, поэтому, $BM \perp AC$ и $DM \perp AC$ и, следовательно, $\angle DMB$ является линейным углом двугранного угла $DACB$.



Задача 7:

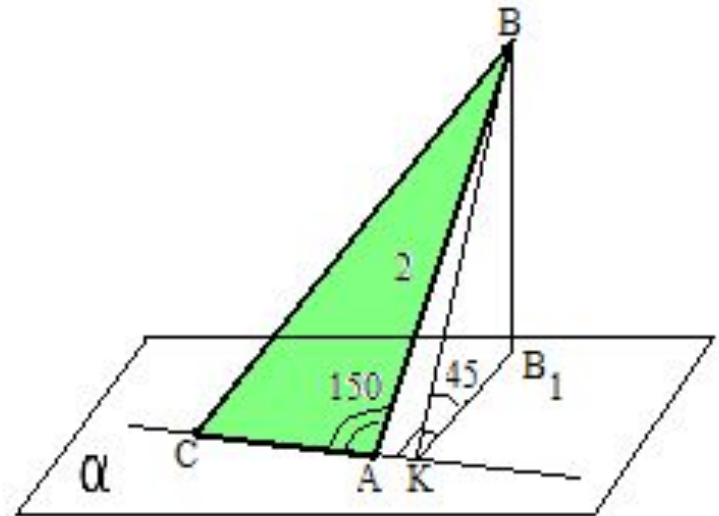
Из вершины B треугольника ABC , сторона AC которого лежит в плоскости α , проведен к этой плоскости перпендикуляр BB_1 . Найдите расстояние от точки B до прямой AC и до плоскости α , если $AB=2$, $\angle BAC=150^\circ$ и двугранный угол $BACB_1$ равен 45° .

Решение:

1) ABC – тупоугольный треугольник с тупым углом A , поэтому основание высоты BK лежит на продолжении стороны AC .

BK – расстояние от точки B до AC .

BB_1 – расстояние от точки B до плоскости α



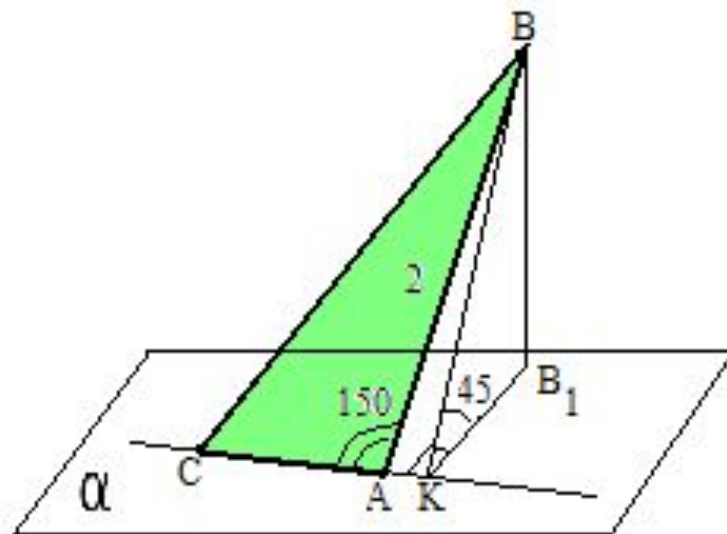
2) Так как $AC \perp BK$, то $AC \perp KB_1$ (по теореме, обратной теореме о трех перпендикулярах).
Следовательно, $\angle KB_1A$ – линейный угол двугранного угла $BACB_1$ и $\angle KB_1A = 45^\circ$.

3) $\triangle BAK$:

$\angle A = 30^\circ$, $BK = BA \cdot \sin 30^\circ$,
 $BK = 1$.

$\triangle KB_1B$:

$$BB_1 = BK \cdot \sin 45^\circ, BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Ответ: $BK = 1$, $BB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$