

Ранжировки

Вид (экспертной) оценки, при которой объекты выстраиваются «в ряд» по принципу «больше-меньше» или «лучше-хуже». Результатом оценки является **ранжированный ряд**



Ранжировки

Согласованность ранжировок

«Обобщенная» ранжировка некоторым «наилучшим» образом представляет обобщенное суждение экспертов **в случае достаточной согласованности их индивидуальных ранжировок между собой**

Понятие «наилучшей» согласованности различно для разных задач. Выбор статистических характеристик среднего, согласованности, как и всех операций статобработки, также зависит от содержания решаемой квалиметрической задачи

Вне зависимости от вида задачи в группе индивидуальных ранжировок (как и в экспертных оценках других видов) выделяют рассогласованность по типу «**школы**» и по типу «**еретиков**»

Ранжировки

«Школа» - часть экспертов из, чьи индивидуальные ранжировки достаточно согласованы между собой, но отличаются от обобщенной ранжировки бóльшей части экспертов, чьи индивидуальные ранжировки также хорошо согласованы между собой



«Еретик» - отдельный эксперт, чья ранжировка не согласована (по принятому критерию) с обобщенной ранжировкой согласованной экспертной группы

Ранжировки

Согласованность ранжировок

Как правило, получение обобщенной ранжировки возможно только для индивидуальных ранжировок, принадлежащих к одной согласованной группе

Любые две ранжировки, различающиеся взаимным расположением хотя бы двух объектов, можно считать согласованными в одних задачах и рассогласованными в других

Ранжировки, различающиеся расположением объектов А и В

$$A > B > C > D$$

$$B > A > C > D$$

являются согласованными, если задача состоит в выборе 2-х лидирующих объектов из 4-х (например, в задаче определения приоритета). Тогда обобщенная ранжировка будет иметь вид:

$$(A \sim B) > C > D$$

Если же задача состоит в выборе одного лидирующего объекта, то эти же ранжировки нельзя считать согласованными

Ранжировки**Согласованность ранжировок****Характеристики положения объектов, входящих в ранжировки**

1) частота присвоения объекту А ранга 1 (частота максимально возможных оценок для объекта А):

$$P_A^{(1)} = \frac{\text{Число экспертов, присвоивших объекту А ранг 1}}{\text{Общее число экспертов}}$$

2) частота присвоения объекту А ранга не более R:

$$P_A^{(\leq R)} = \frac{\text{Число экспертов, присвоивших объекту А ранги от 1 до R}}{\text{Общее число экспертов}}$$

3) модальный ранг объекта R_{Mo} — ранг, присвоенный объекту наибольшим числом экспертов

Ранжировки

Согласованность ранжировок

Характеристики положения и характеристики неопределенности положения объектов, входящих в ранжировки

4). Для каждой пары объектов А и В может быть определена частота предпочтения объекта А объекту В и наоборот: $P(A>B)$ или $P(B>A)$. Меньшую из них используют для характеристики неопределенности взаимного расположения объектов. Максимальная неопределенность расположения объекта будет равна 0,5

Отношение чисел экспертов, предложивших предпочтения $A>B$ и $B>A$, то есть $n(A>B)/n(B>A)$, представляет собой удобную форму записи промежуточных результатов при решении практических задач

Ранжировки

Согласованность ранжировок

~~Характеристики неопределенности положения объектов, входящих в ранжировки~~

Показатели неопределенности положения объекта по совокупности экспертных ранжировок:

- 1). концентрация расположения оценок объекта возле модального ранга: указывает долю экспертов, присвоивших объекту модальный ранг и два ранга смежных с ним
- 2). размах (диапазон) отклонений объекта: указывают максимальный и минимальный ранги, присвоенные объекту: R_{\min} , R_{\max}

Ранжировки

Формальные характеристики взаимосвязи (близости) ранжировок

Близость двух ранжировок фиксированных «элементов» в другую

«Инверсия» — переменная

Ранжировка $B > C > A > D > E$ может быть приведена к ранжировке $A > B > C > D > E$ переменной мест объектов

- 1). А и С
- 2). А и В

Расстояние между ними — две инверсии

Максимальное расстояние между двумя ранжировками, каждая из которых содержит n объектов

$$S_{\max} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$S_{\max} = S_- + S_+ \quad S_- \text{ - число инверсий, } S_+ \text{ - число неинвертированных объектов}$$

Коэффициент ранговой корреляции Кендэла

$$\tau = \frac{2(S_+ - S_-)}{n(n-1)}$$

- +1 - значительная близость суждений экспертов
- 0 - отсутствие связи между суждениями
- 1 - противоположность суждений

Ранжировки

**Формальные
ранжировок** **характеристики** **взаимосвязи** **(близости)**

Для определения степени согласованности мнений двух экспертов - коэффициент ранговой корреляции Спирмена

$$r = 1 - \frac{6}{n^3 - n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$$

где x_j и y_j - ранги, установленные двумя экспертами; n — число факторов

- +1 - значительная близость суждений экспертов
- 0 - отсутствие связи между суждениями
- 1 - противоположность суждений

Ранжировки

Формальные характеристики взаимосвязи (близости) ранжировок

Для характеристики согласованности группы индивидуальных ранжировок наиболее часто применяют **коэффициент конкордации** Кендэла

$$W = \frac{12 \sum (S_i - \bar{S})^2}{m^2 (n^3 - n)}$$

где:

S_i — сумма рангов, полученных данным объектом во всех ранжировках;

\bar{S} — средняя сумма рангов, полученная одним объектом;

m — число экспертов;

n — число ранжируемых объектов

- 0 - полная несогласованность
- 1 - полная согласованность

Согласованность группы считают высокой при $W > 0,8$

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок

Выбор алгоритма получения обобщенной ранжировки, как и выбор других операций статистической обработки ранжировок, зависит от сущности решаемой задачи

- По возрастанию суммы рангов
- Наиболее вероятная ранжировка
- Алгоритм выделения лидера (аутсайдера)
- Алгоритм перехода границы
- Алгоритм выбора наиболее согласованно проранжированных объектов

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок «По возрастанию суммы рангов»

Ранги, данные каждым экспертом объекту, суммируются. Выстраивается ряд по полученным суммам. Производится присвоение номеров (итоговых рангов) согласно порядка в полученном ряду

Проблема: возможно получение одинаковых сумм для некоторых или для всех объектов

Для ранжировок

$$A > B > C$$

$$B > C > A$$

$$C > A > B$$



сумма рангов для каждого равна 6

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок «Наиболее вероятная ранжировка»

Для ряда, состоящего из объектов: $A, B, C \dots$, частоты предпочтений P ($A > B$) могут служить оценками вероятностей предпочтений. Каждую пару объектов можно расположить в порядке, соответствующем большей из вероятностей предпочтения: $A > B$; $A > C$; $B > C \dots$, и таким образом, может быть построен ряд наиболее вероятного предпочтения: $A > B > C \dots$

Применение алгоритма наиболее вероятной ранжировки в некоторых случаях невозможно. Для ранжировок трех объектов:

$$A > B > C$$

$$B > C > A$$

$$C > A > B$$

при расположении объектов по наибольшей вероятности получаем:

$$A > B(2 : 1); B > C(2 : 1); C > A(2 : 1).$$



Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок

«Алгоритм выделения лидера»

После выделения лидирующего объекта его исключают из всех ранжировок и правило выделения применяют к оставшимся объектам

Мягкое правило выделения лидера. Объект A считают лидером группы, если он занимает первое место в большем числе ранжировок, чем любой другой объект. Если два объекта (A и B) занимают первое место в одинаковом числе ранжировок, то лидером считают тот из них, который занимает большее число вторых мест и т.д.

Жесткое правило выделения лидера. Объект A является лидером группы, если он занимает первое место не менее, чем в 0,9 всех ранжировок.

Если применение такого жесткого правила не позволяет выделить очередной лидирующий объект, то можно:

- установить отношение безразличия между претендующим на лидерство объектом B и следующим за ним C и, рассматривая их совместно как единый объект ($B - C$, проверить его лидерство по отношению к следующим объектам
- изменить алгоритм обобщения
- перейти к содержательной операции обобщения с привлечением экспертов

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок

«Алгоритм перехода границы»

Если смысл обобщения состоит в выделении только группы объектов, занявших первые k мест в обобщенной ранжировке, то важен именно вопрос, по какую сторону установленной границы расположен тот или иной ранжируемый объект

Алгоритм перехода границы состоит в том, что $k-1$ объектов выделяют по мягкому правилу выделения лидера. Последний же, k -й объект, выделяют по достаточно жесткому правилу. Это позволяет достигнуть необходимой уверенности в рациональном отборе каждого из k первых объектов по сравнению с каждым из последующих. Если же отобрать k -й объект по жесткому правилу не удастся, то его исключают из ранжировок и по жесткому правилу проверяют выбор $(k-1)$ -го объекта и так далее, до тех пор, пока некоторый j -й объект ($j < k$) не окажется отобранным с заданной уверенностью. Принятие решения в отношении объектов, начиная с $j+1$, требует в этом случае проведения содержательных операций

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок

«Алгоритм перехода границы»

Пример. При формировании плана инвестируемых исследований и разработок в условиях ограниченного финансирования из числа заявленных 8 тем могут быть отобраны только 4. Выполнено ранжирование заявленных тем с точки зрения целесообразности их включения в план пятью экспертами. Требуется проверить согласованность ранжировок экспертов и построить обобщенную ранжировку

	Ранги							
	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Э1	тема 1	тема 2	тема 3	тема 4	тема 5	тема 6	тема 7	тема 8
Э2	1	3	2	4	6	8	5	7
Э3	1	3	4	2	6	5	8	7
Э4	4	2	1	3	7	8	5	6
Э5	3	2	5	1	7	4	8	6

	Темы							
	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Э1	1	2	3	4	5	6	7	8
Э2	1	3	2	4	6	5	8	7
Э3	1	4	2	3	6	5	8	7
Э4	3	2	4	1	7	8	5	6
Э5	4	2	1	6	3	8	5	7

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок «Алгоритм перехода границы»

	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8
Э1	1	2	3	4	5	6	7	8
Э2	1	3	2	4	6	8	5	7
Э3	1	3	4	2	6	5	8	7
Э4	4	2	1	3	7	8	5	6
Э5	3	2	5	1	7	4	8	6

Решение

Поскольку требуется выбрать ровно 4 ранжируемых объекта, то следует применить алгоритм перехода границы. Применяя мягкое правило выделения лидера, находим первые 3 выделенных объекта: $1 > 3 > 2$. Удаляем эти объекты из всех ранжировок.

Объекты 1, 2, 3 входят в формируемую группу совершенно уверенно, голосами всех 5 экспертов. Объект 4 входит в эту группу 4-мя голосами из 5. Эксперта 5 можно рассматривать как «еретика», так как в отношении объекта 4 он придерживается особого суждения.

Если можно пренебречь его суждением, то обобщенная ранжировка:

$$(1 > 3 > 2) > 4 > (5 \sim 6 \sim 7 \sim 8)$$

Если бы встал вопрос о взаимном расположении аутсайдеров, то это можно выполнить двумя путями: последовательно исключая лидеров или же последовательно исключая аутсайдеров. В обоих случаях:

$$5 > 6 > 8 > 7$$

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок

«Алгоритм выбора наиболее согласованно проранжированных объектов»

Иногда обобщенную ранжировку нужно составить из объектов, одинаково расположенных друг относительно друга всеми экспертами. В ранжировках

$$A > B > C > D$$

$$D > B > C > A$$

стабильно только предпочтение $B > C$. Все остальные предпочтения в ранжировках различны. Следовательно и обобщенная ранжировка будет иметь вид $B > C$.

Для выявления наиболее согласованно проранжированных объектов можно применить **матрицу предпочтений**. В ячейках матрицы приводят частоты прямого и обратного предпочтений экспертами объектов. Далее выбирают в первой строке ячейку с абсолютным предпочтением (т.е. все эксперты придерживаются одинакового мнения). Пусть это будет ячейка с объектами A и B . Тогда, рассматривая столбец и строку, соответствующие объекту B , вновь находят ячейку с абсолютным предпочтением для объектов B и C и т.д. до исчерпания всех объектов. При этом получают одну из возможных обобщенных ранжировок

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок

«Алгоритм выбора наиболее согласованно проранжированных объектов»

Пример. При оценивании эстетической составляющей качества объектов и в некоторых других случаях используют так называемый «базисный» (или «ценностный») ряд, составленный из 4-6 лучших в эстетическом отношении объектов данного назначения (автомшины, станки определенного типа, изделия бытовой техники и др.).

Для составления базисного ряда из некоторого числа (10-15) таких объектов выбирают те, которые всеми экспертами расположены по эстетическому восприятию одинаково. Таким образом, из представленных экспертами ранжировок t объектов требуется выбрать $n < t$ объектов, проранжированных всеми экспертами одинаково.

Ранжировки

Алгоритмы обобщения ранжировок

«Алгоритм выбора наиболее согласованно проранжированных объектов»

4 эксперта проранжировали по предпочтению 10 объектов — А, Б, В, ..., К, и требуется отобрать 5 из них, в предпочтениях которых эксперты полностью согласны

Эксперты	Объекты									
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К
Э1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Э2	2	1	4	3	10	5	8	7	6	9
Э3	2	6	3	4	5	8	10	1	9	7
Э4	7	1	2	4	3	5	6	10	8	9

Решение

Для удобства расположим объекты по мягкому правилу выделения лидера:

Б>А>В>Г>Д>Е>Ж>З>К>И

Ранжировки

Матрица предпочтений

	Б	А	В	Г	Д	Е	Ж	З	К	И	
Б		2	4	4	4	4	3	4	4	4	
А			3	3	3	3	3	3	3	4	
В				2	4	3	3	4	4	4	
Г					4	3	3	4	4	4	
Д	Б > В > Д > З > И					3	3	4	3	4	
Е							2	3	3	4	
Ж								2	2	3	
З									2	2	
К										4	
И											3
											1

Нас интересуют только ячейки с заполнением 4/0 (или 0/4), т.к. именно это соотношение говорит о полном согласии экспертов в предпочтениях

следует извлечь цепочки объектов с полностью согласованными предпочтениями

Ранжировки

Матрица предпочтений

	Б	А	В	Г	Д	Е	Ж	З	К	И
Б		2	4	4	4	4	3	4	4	4
А			3	3	3	3	3	3	3	4
В				2	4	3	3	4	4	4
Г					4	3	3	4	4	4
Д	Б > Г > Д > З > И					3	3	4	3	4
Е							2	3	3	4
Ж								2	2	3
З									2	4
К										3
И										

Вернемся снова к первой строке и на этот раз пропустим ячейку Б/В и начнем с ячейки Б/Г, где также обнаруживается полное согласие предпочтений: 4/0

Ранжировки

При проверке по первой строке

$B > V > Д > З > И$

$B > Г > Д > З > И$

$B > Д > З > И$

$B > В > И$

5 объектов – только в цепочках

$B > V > Д > З > И$

$B > Г > Д > З > И$

при проверке по второй строке

$A > И$

далее

$V > Д > З > И;$ $V > З > И;$ $V > Ж;$ $V > И;$

$Г > Д > З > И;$ $Г > З > И;$ $Г > Ж;$ $Г > И;$

$Д > З > И;$ $Д > И;$

$Е > И;$ $З > И$

Это - все возможные варианты расположения объектов при полном согласии в предпочтениях экспертов

Ранжировки Поиск медиан Кемени

Если в качестве расстояния между ранжировками R_i и R_j принято число взаимных инверсий S , то медианную ранжировку R_{Me} строят так, чтобы минимизировать сумму $\sum S(R_{Me}, R_i) = \min$. Этот вид среднего называют «медианой Кемени» (Кемени-Снелла)

Исходные ранжировки	$\sum S$	1-й шаг изменений	\sum	2-й шаг изменений	
1234	$\sum=7$				
2314	2	2134	5	2314	7
2143	2	1243	7	2143	5
2413	3	2134	5	2143	5

Ранжировки **Средняя ранжировка по Чебышеву**

Согласно этому принципу среднее выбирают так, чтобы было минимально отклонение от него наиболее удаленного объекта. Отклонения же других объектов не принимают во внимание. Таким образом, среднюю «чебышевскую» ранжировку выбирают так чтобы $S_{\max}(R_{Me}, R_j) = \min.$

Исходные ранжировки	$\sum S$	1-й шаг изменений	$\sum S$	2-й шаг изменений	$\sum S$
12345	0 $\sum=6$	12435	1 $\sum=9$	21435	2 $\sum=10$
12354	1		2		3
21345	1		2		1
13245	1		2		3
21453	3		2		1

Связанные и нормализованные ранги

Если эксперт присваивает одинаковый ранг нескольким показателям (такой ранг называется **связанным**), то для оценки используют ранги, равные среднему арифметическому значению мест, которые должны занимать показатели (такие ранги называют **нормализованными**).

- 1) Для решения каких задач применяется ранговая шкала порядка?
(приведите 2 или более конкретных примера)
- 2) Для решения каких задач применяется реперная шкала порядка?
(приведите 2 или более конкретных примера)
- 3) Что представляет по сути абсолютное значение показателя по ранговой шкале?
- 4) Как вычислить относительное значение показателя по ранговой шкале?
- 5) Какие методы определения согласованности всех экспертов в отношении всех объектов экспертизы могут быть применены при оценке по ранговой шкале?
- 6) Какие параметры могут характеризовать центральную тенденцию по шкале порядка?
- 7) Какие параметры характеризуют рассеяние оценок по шкале порядка?
- 8) В каких случаях возможно применение критерия Хи-квадрат Пирсона?
(цель, условия)
- 9) Какие виды несогласования экспертов Вам известны?
- 10) Как использовать ранжирование для определения количественного соотношения свойств (или определения их весомости)?
- 11) Как вычислить среднее взвешенное арифметическое для объекта по шкале рангов?
- 12) Какие критерии согласованности двух экспертов в отношении всех объектов при оценке по ранговой шкале Вы знаете?
- 13) Какие методы определения согласованности всех экспертов в отношении всех объектов экспертизы могут быть применены при оценке по шкале отношений?