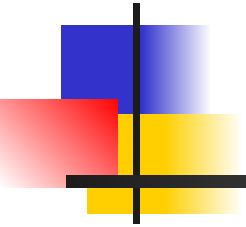
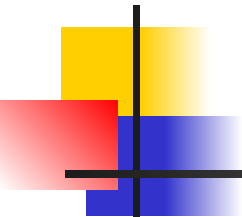


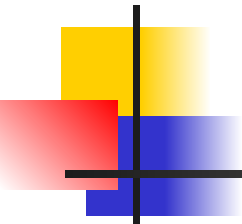
Передача электромагнитной энергии. Волноводы





Линии передачи

- Устройства, в которых происходит образование и распространение направляемых электромагнитных волн называют **линиями передачи**.
- Выделяют 2 основные группы линий передач:
 - **Открытые линии передачи** – в них поле не экранировано снаружи и частично существует в пространстве, окружающем линию.
 - **Волноводные (закрытые) линии передачи** – имеют одну или несколько проводящих поверхностей с поперечным сечением в виде замкнутого проводящего контура, охватывающего область распространения электромагнитной волны. Поле в волноводе полностью экранировано его внешней оболочкой.



Общие понятия

- При передаче энергии электромагнитной волны от источника к приемнику возможны потери энергии двух видов:

- На излучение энергии в окружающее пространство
- На тепловые потери

- Потери энергии зависят от частоты передаваемого сигнала.

- ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ СТРЕМЯТСЯ УМЕНЬШИТЬ

- В зависимости от частоты изменения электромагнитного поля для передачи энергии применяют :

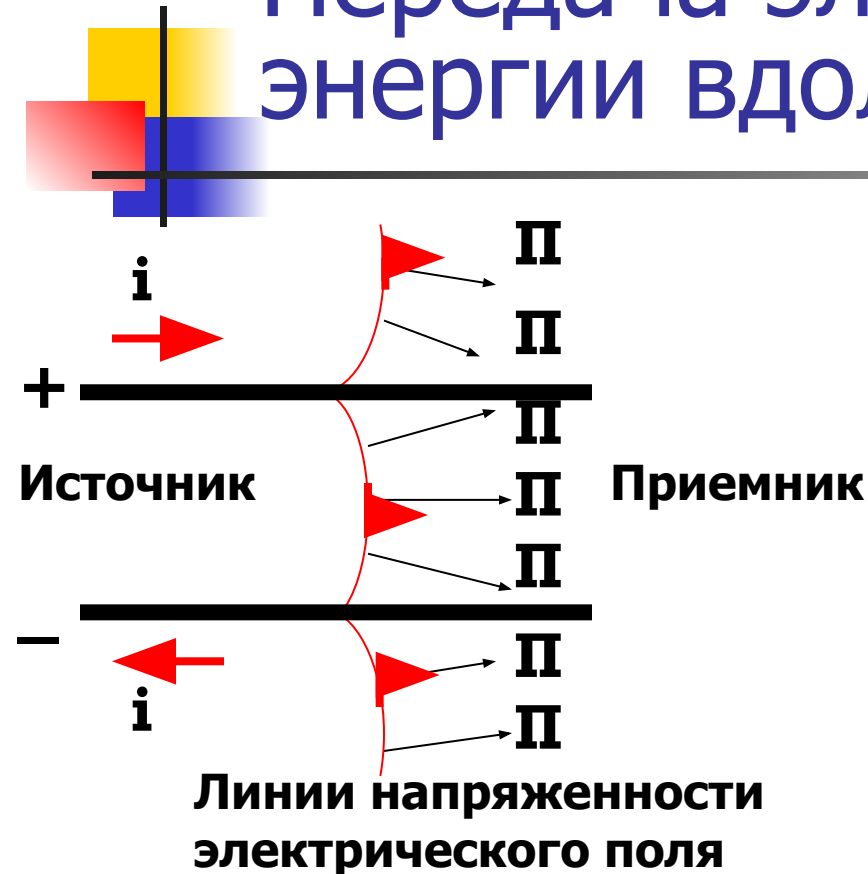
- Двухпроводные (открытые) линии
- Коаксиальные (закрытые) линии

Описываются телеграфными уравнениями

- Волноводы
(полые трубы различного сечения) —

Распространение электромагнитных волн не может быть описано телеграфными уравнениями

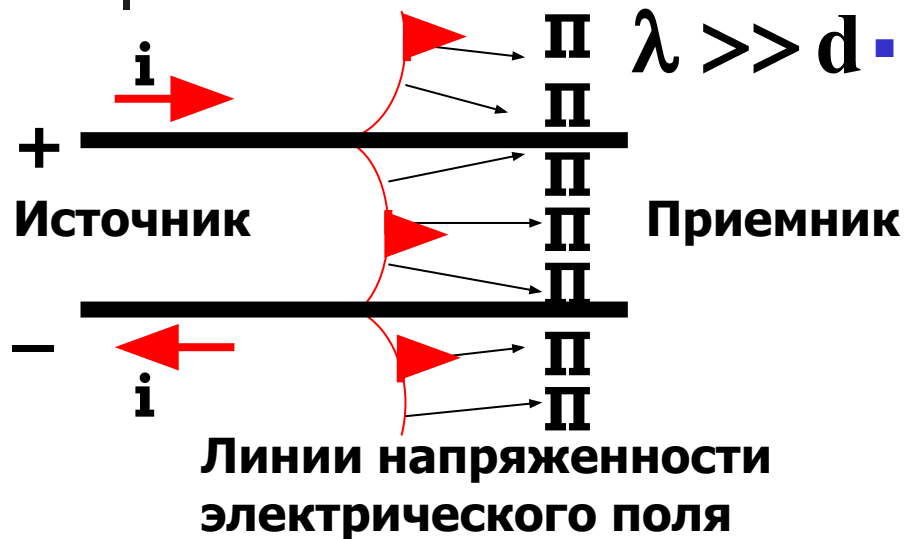
Передача электромагнитной энергии вдоль проводов линии



- Передача энергии вдоль проводов линии осуществляется электромагнитным полем, распространяющемся в диэлектрике вдоль проводов линии.
- Провода служат только направляющими для электромагнитного поля.

- Линии напряженности электромагнитного поля несколько изогнуты, так как из-за наличия активного сопротивления самих проводов вектор $\mathbf{E}$ имеет касательную составляющую.
- Вектор Пойнтинга направлен от источника к приемнику и частично внутрь провода (так как имеется активное сопротивление проводов).

Передача электромагнитной энергии вдоль проводов линии

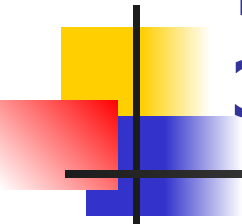


$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Индуктивность и емкость линии передачи:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad \text{и} \quad C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \rightarrow \quad LC = \mu\epsilon$$

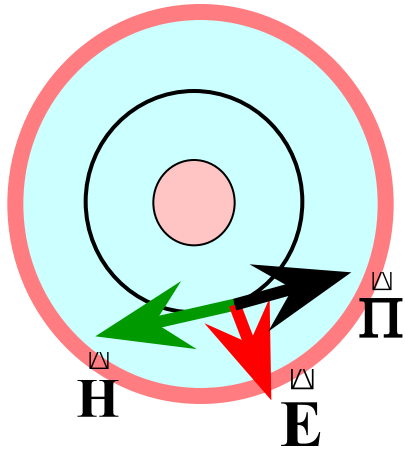
- Провода могут выполнять направляющую роль только при условии, что длина электромагнитной волны в диэлектрике во много раз больше, чем расстояние между проводами.



Передача электромагнитной энергии вдоль проводов линии

- Передача энергии высокой частоты по обычным двухпроводным линиям передачи невозможна по двум причинам:
 - Провода линии играют роль антенн и излучают электромагнитную энергию в окружающее пространство (этот эффект сильно проявляется уже при дециметровых волнах).
 - Активное сопротивление проводов линии резко возрастает из-за сильного поверхностного эффекта. Поэтому большая часть энергии затрачивается на нагрев.
- Двухпроводные линии применяют для передачи энергии на частоте до 50 Гц .

Коаксиальные линии

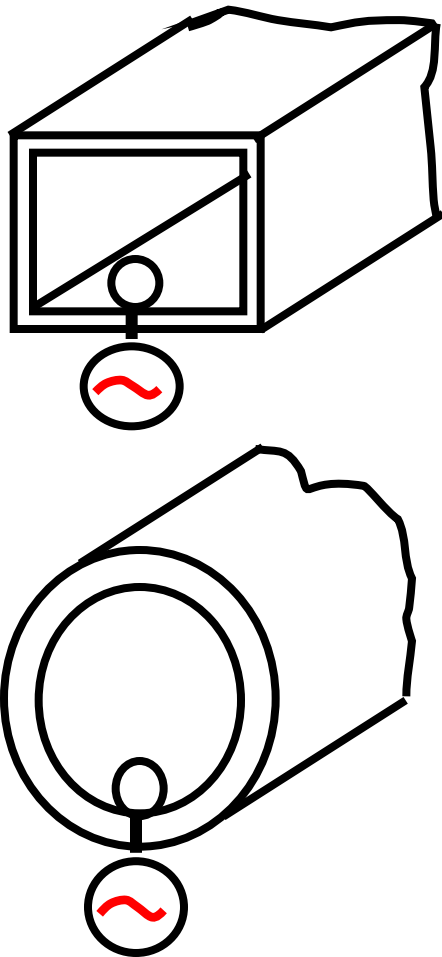


- Коаксиальные линии применяют в дециметровом диапазоне.
- Эти линии не излучают электромагнитную энергию в окружающее пространство, так как электромагнитное поле распространяется в диэлектрике между центральным проводом и оболочкой. Глубина проникновения волны в центральный провод и оболочку мала.

- Основная электромагнитная волна является поперечной Т-волной (ТЕМ-волна). Вектора E и H взаимно перпендикулярны, расположены в поперечных плоскостях и совпадают по фазе.
- Волновое число не зависит от линейных размеров поперечного сечения:

$$k = \frac{\omega}{v}$$

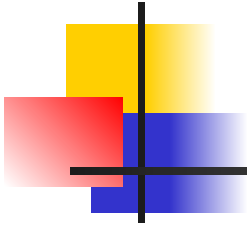
Волноводы



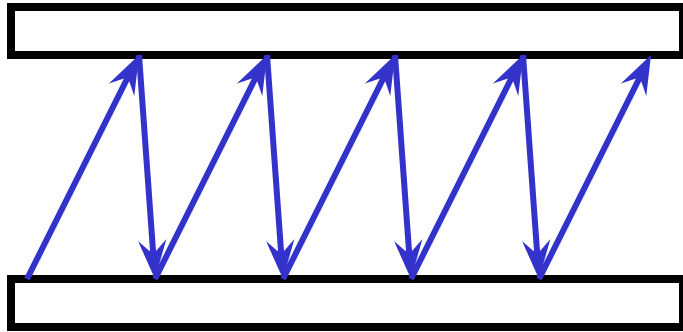
- При частотах больше 10^9 Гц электромагнитную энергию передают по волноводам.
- Волновод представляет собой полую трубу прямоугольного или круглого сечения.
- Энергия внутрь волновода доставляется с помощью небольшого стержня или петли, помещенной в волновод. Петля с помощью коаксиального кабеля соединяется с генератором высокой частоты.
- С другого конца волновода отводят энергию с помощью такого же устройства.

Конструкции волноводов





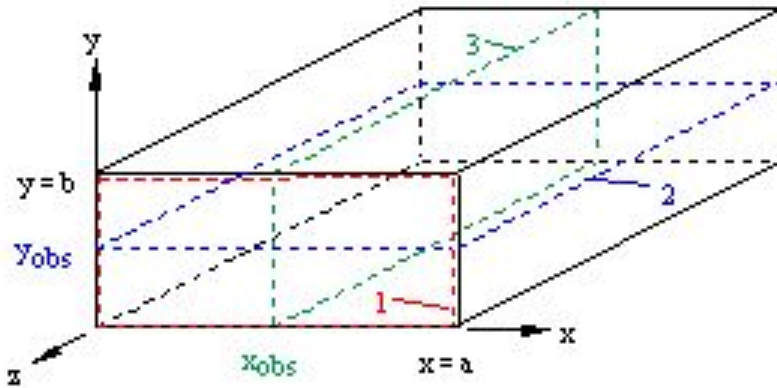
Волноводы



- Энергия передается вдоль волновода, отражаясь от его стенок.
- Стенки являются направляющими для потока энергии.
- Небольшая часть энергии проникает в стенки волновода и выделяется в виде теплоты.
- Для уменьшения потерь энергии внутренние стенки волновода полируют и покрывают слоем хорошо проводящего металла.

В волноводах возможно создание большого числа электрических и магнитных полей различной структуры.

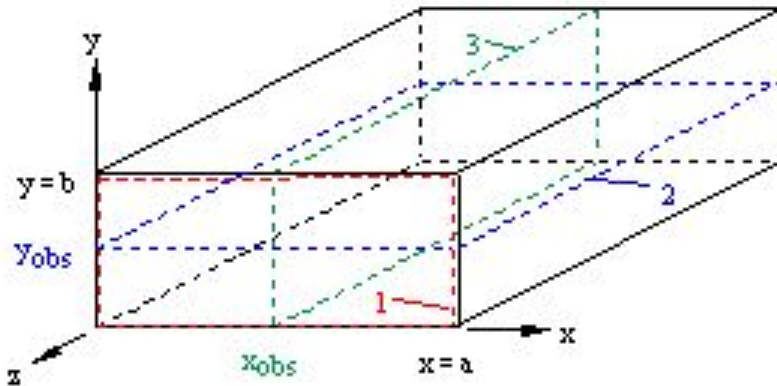
Прямоугольный волновод



- Будем считать волновод идеальным:
 - Проводимость металлических стенок $\gamma_m \rightarrow \infty$
 - Проводимость диэлектрика (воздух) $\gamma_d \rightarrow 0$
- Диэлектрическая проницаемость — ϵ
- Магнитная проницаемость — $\mu = 1$
- Уравнения Максвелла для диэлектрика в волноводе:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

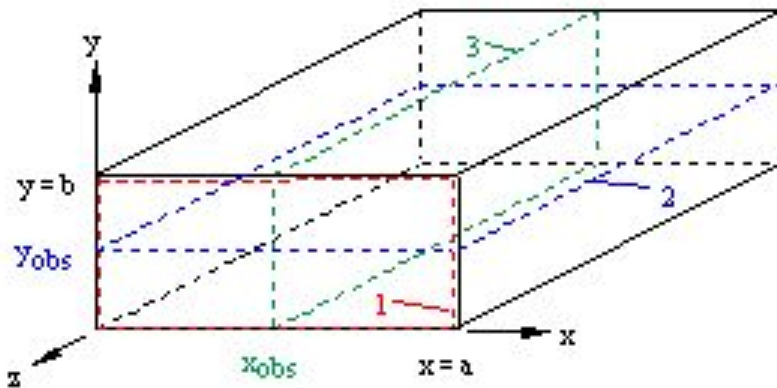
Прямоугольный волновод



$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

- Будем считать волновод бесконечно длинным и однородным. Тогда электромагнитные волны в нем будут распространяться без отражения.
- Будем считать, что электромагнитные волны, возбуждаемые в волноводе изменяются по синусоидальному закону (частота $\omega = 2\pi f$).

Прямоугольный волновод



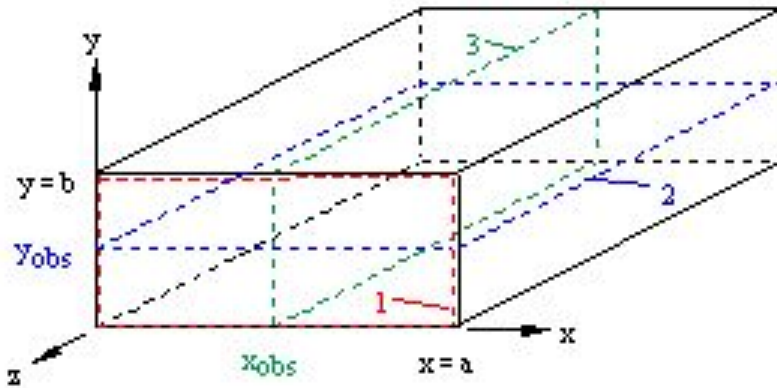
$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

- Распространяющиеся в волноводе электромагнитные волны являются бегущими вдоль оси Z (оси волновода).
- Вдоль осей X и Y волны являются стоячими из-за многократных отражений от стенок.
- Как в линиях с распределенными параметрами, можно считать, что мгновенное значение любой проекции векторов поля по оси Z запишется в виде:

$$f(x, y) \sin(\omega t - \beta z + \xi) = \text{Im} \{ \vec{f}_m e^{-\Gamma z} e^{j\omega t} \},$$

где $f(x, y)$ – модуль комплексной амплитуды $\vec{f}_m$;
 ξ – ее аргумент, зависящий от x и y .

Прямоугольный волновод



$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

- Комплексные выражения мгновенных значений составляющих напряженностей электрического и магнитного поля:

Ось x	Ось y	Ось z
$\vec{E}_x = E_{mx} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{E}_y = E_{my} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{E}_z = 0$
$\vec{H}_x = H_{mx} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{H}_y = H_{my} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$	$\vec{H}_z = H_{mz} e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$

где $\Gamma = \alpha + j\beta$ – коэффициент распространения

Прямоугольный волновод

Раскроем уравнения
Максвелла в
прямоугольной системе
координат:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

$$e^{j\omega t} e^{-\Gamma z}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y} + \Gamma H_{ym} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{xm} ; & \frac{\partial E_{zm}}{\partial y} + \Gamma E_{ym} &= -j\omega \mu_0 H_{xm} ; \\ -\Gamma H_{xm} - \frac{\partial H_{zm}}{\partial x} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{ym} ; & -\Gamma E_{xm} - \frac{\partial E_{zm}}{\partial x} &= -j\omega \mu_0 H_{ym} ; \\ \frac{\partial H_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xm}}{\partial y} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{zm} ; & \frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xm}}{\partial y} &= -j\omega \mu_0 H_{zm} . \end{aligned}$$

Прямоугольный волновод

С учетом, что линии напряженности электрического поля в волноводе перпендикулярны оси Z:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \\ \vec{E}_z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y} + \Gamma H_{ym} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{xm} ; & \frac{\partial E_{zm}}{\partial y} + \Gamma E_{ym} &= -j\omega \mu_0 H_{xm} ; \\ -\Gamma H_{xm} - \frac{\partial H_{zm}}{\partial x} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{ym} ; & -\Gamma E_{xm} - \frac{\partial E_{zm}}{\partial x} &= -j\omega \mu_0 H_{ym} ; \\ \frac{\partial H_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xm}}{\partial y} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{zm} ; & \frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xm}}{\partial y} &= -j\omega \mu_0 H_{zm} \end{aligned}$$

Прямоугольный волновод

Сделаем
соответствующие
подстановки:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{H} &= 0 ; \\ \text{rot } \vec{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} ; & \text{div } \vec{E} &= 0 . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y} + \Gamma H_{ym} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{xm} ; & \Gamma E_{ym} &= -j\omega \mu_0 H_{xm} ; \\ -\Gamma H_{xm} - \frac{\partial H_{zm}}{\partial x} &= j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{ym} ; & -\Gamma E_{xm} &= -j\omega \mu_0 H_{ym} ; \\ \frac{\partial H_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xm}}{\partial y} &= 0 ; & \frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xm}}{\partial y} &= -j\omega \mu_0 H_{zm} \end{aligned}$$

Прямоугольный волновод

Получим:

$$H_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial H_{zm}}{\partial x},$$

$$H_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y}.$$

$$\frac{\partial H_{zm}}{\partial y} + \Gamma H_{ym} = j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{xm}; \quad \Gamma E_{ym} = -j\omega \mu_0 H_{xm};$$

$$-\Gamma H_{xm} - \frac{\partial H_{zm}}{\partial x} = j\omega \epsilon \epsilon_0 E_{ym}; \quad -\Gamma E_{xm} = -j\omega \mu_0 H_{ym};$$

$$\frac{\partial H_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial H_{xm}}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial E_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial E_{xm}}{\partial y} = -j\omega \mu_0 H_{zm}$$

Прямоугольный волновод

Получим:

$$H_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial H_{zm}}{\partial x},$$

$$H_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \omega^2 \epsilon \epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y}.$$

Заменим

$$\epsilon \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{v^2}$$

$$H_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial x}, \quad H_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y}.$$

Прямоугольный волновод

С учетом:

$$\mathbf{H}_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial x}, \quad \mathbf{H}_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial y}.$$

Преобразуем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial y} + \Gamma \mathbf{H}_{ym} &= j\omega\epsilon\epsilon_0 \mathbf{E}_{xm}; \\ -\Gamma \mathbf{H}_{xm} - \frac{\partial \mathbf{H}_{zm}}{\partial x} &= j\omega\epsilon\epsilon_0 \mathbf{E}_{ym}; \\ \frac{\partial \mathbf{H}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{H}_{xm}}{\partial y} &= 0; \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \Gamma \mathbf{E}_{ym} &= -j\omega\mu_0 \mathbf{H}_{xm}; \\ -\Gamma \mathbf{E}_{xm} &= -j\omega\mu_0 \mathbf{H}_{ym}; \\ \frac{\partial \mathbf{E}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{E}_{xm}}{\partial y} &= -j\omega\mu_0 \mathbf{H}_{zm} \end{aligned}$$

Прямоугольный волновод

С учетом:

$$\tilde{H}_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \tilde{H}_{zm}}{\partial x}, \quad \tilde{H}_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial \tilde{H}_{zm}}{\partial y}.$$

Получим уравнения второго порядка:

Аналогично:

$$\frac{\partial^2 \tilde{H}_{zm}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{H}_{zm}}{\partial y^2} + \left(\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2} \right) \tilde{H}_{zm} = 0$$
$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_{zm}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}_{zm}}{\partial y^2} + \left(\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2} \right) \tilde{E}_{zm} = 0$$

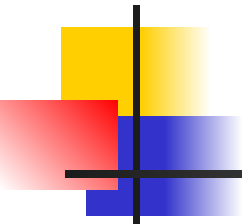
Эти уравнения описывают распространение электромагнитной волны в волноводе вдоль оси z

Классификация волн в волноводе

- По волноводу не могут распространяться поперечные волны типа ТЕМ (transverse electromagnetic), у которых векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ расположены строго в плоскости перпендикулярной направлению распространения. Действительно из уравнений

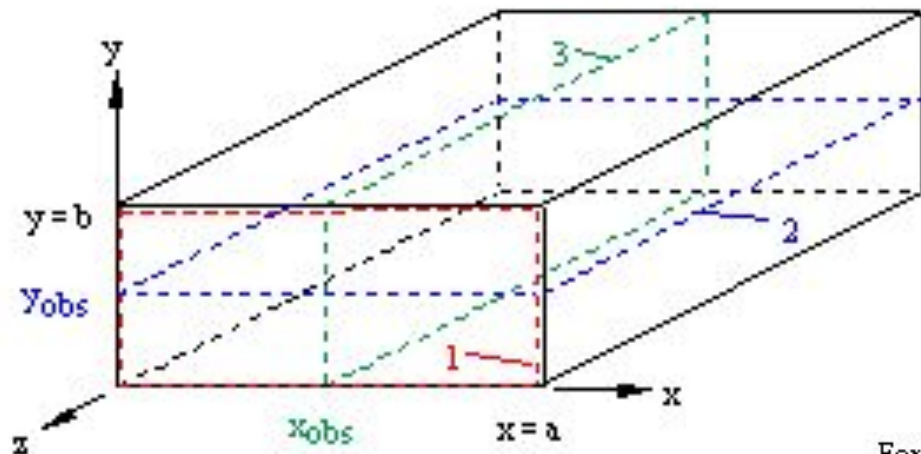
$$H_{xm} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial x}, \quad H_{ym} = -\frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \frac{\omega^2}{v^2}} \frac{\partial H_{zm}}{\partial y}.$$

- при $H_z=0$ все остальные проекции векторов поля также будут равны нулю. Аналогично при $E_z=0$.



Классификация волн в волноводе

- По волноводу могут распространяться **поперечно-электрические волны ТЕ** (transverse electric) – магнитные или Н-волны.
- Электрическое поле полностью расположено в поперечной плоскости, а магнитное поле имеет составляющую, которая совпадает с направлением распространения энергии.



*$m=1$ -число стоячих
полуволн по оси X*

*$n=0$ – число стоячих
полуволн по оси Y*

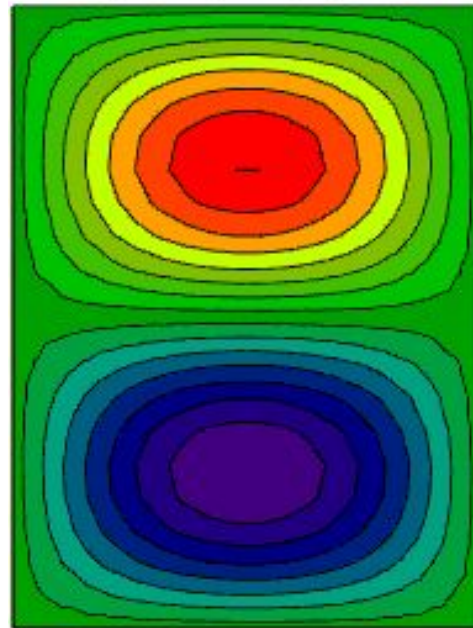
For the TE mode
 $m = 1$, $n = 0$

At time (in periods, T_p) $\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$

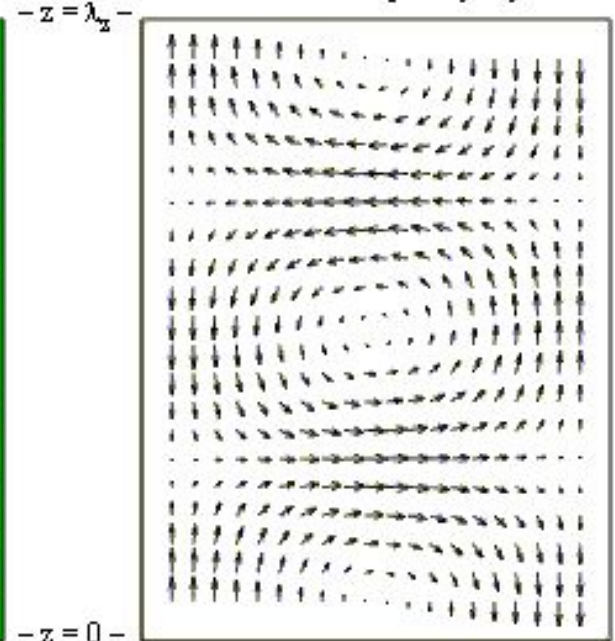
Поперечно- электрические волны TE

Плоскость Y_{obs}

E_y in the plane $y = y_{\text{obs}}$.



H_x and H_z in the plane $y = y_{\text{obs}}$.



E_{yb}

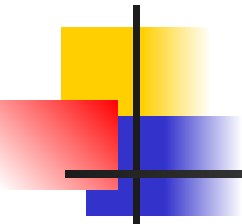
$x = 0$

$x = a$

(h_{xb}, h_{zb})

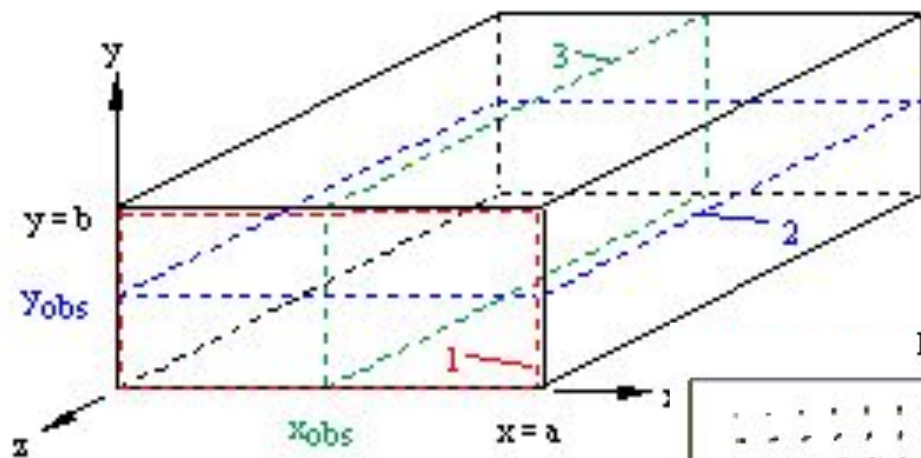
$x = 0$

$x = a$



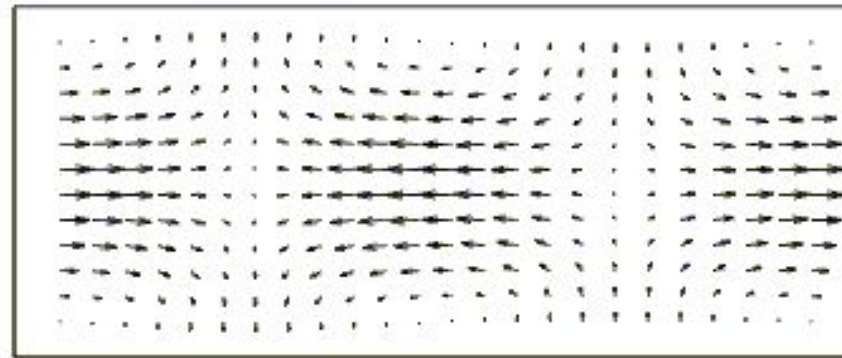
Классификация волн в волноводе

- По волноводу могут распространяться **поперечно-магнитные волны ТМ** (transverse magnetic) – электрические или Е-волны.
- Магнитное поле полностью расположено в поперечной плоскости, а электрическое поле имеет составляющую, которая совпадает с направлением распространения энергии.



***$m=2$ -число стоячих
полуволн по оси X
 $n=1$ – число стоячих
полуволн по оси Y***

E_y and E_z in the plane $x = x_{obs}$.



$-y = b$

For the TM mode
 $m = 2$, $n = 1$
at time (in periods, T_p)

$$\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$$

$-y = 0$

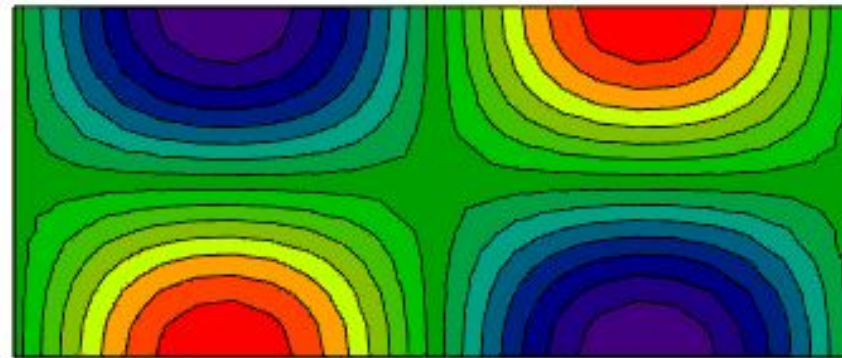
(e_{yx}, e_{yc})

**Поперечно-
магнитные
волны ТМ**

($m=2$, $n=1$)

Плоскость X_{obs}

H_x in the plane $x = x_{obs}$.



$-y = b$

For the TM mode
 $m = 2$, $n = 1$
at time (in periods, T_p)

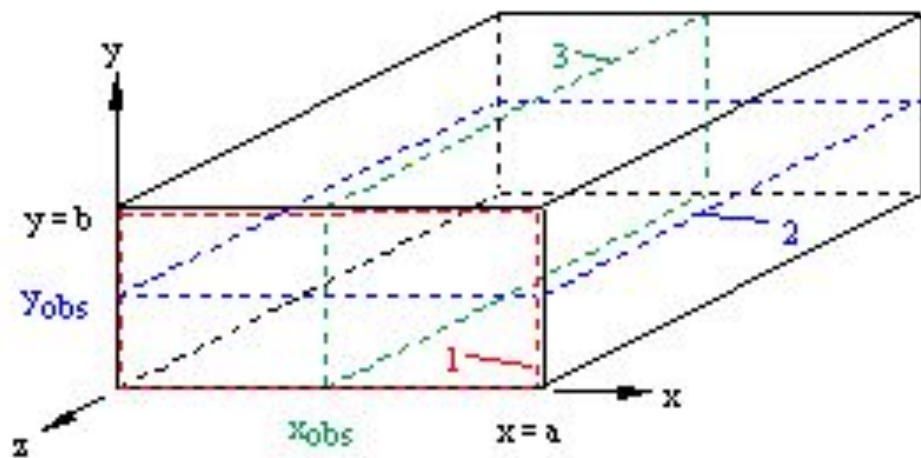
$$\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$$

$-y = 0$

h_{yx}

$z = 0$

$z = \lambda_z$



*$m=2$ -число стоячих
полуволн по оси X
 $n=1$ – число стоячих
полуволн по оси Y*

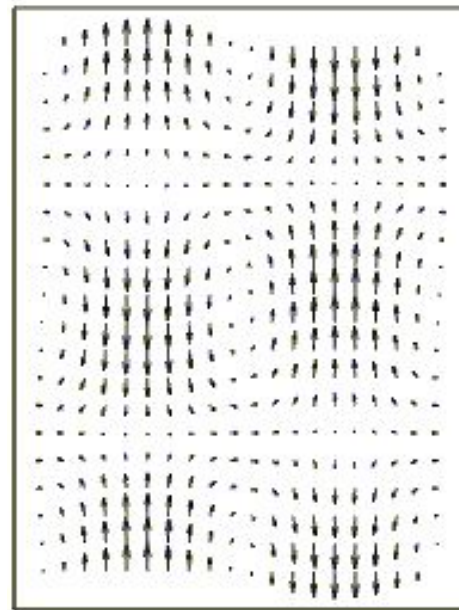
For the TM mode
 $m = 2$, $n = 1$

At time (in periods, T_p) $\frac{\text{time}}{T_p} = 0.000$

Поперечно- магнитные волны TM ($m=2, n=1$)

Плоскость Y_{obs}

Ex and Ez in the plane $y = y_{\text{obs}}$.



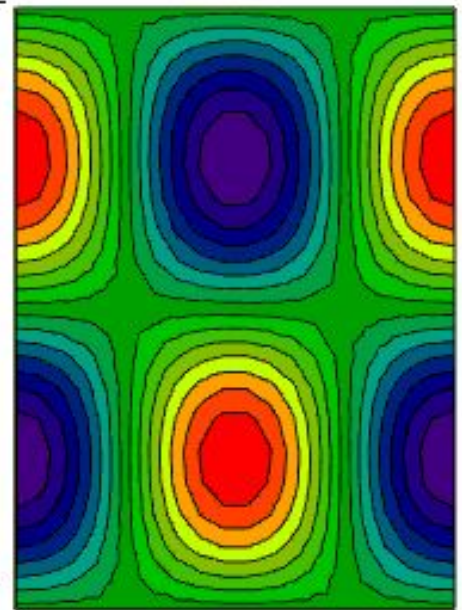
$(e_{x\text{obs}}, e_{z\text{obs}})$

$x = 0$

$x = a$

H_y in the plane $y = y_{\text{obs}}$.

$-z = \lambda_z -$

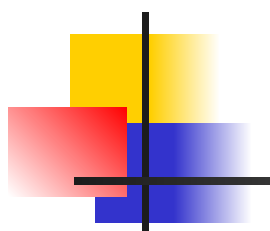


$-z = 0 -$

$h_{y\text{obs}}$

$x = 0$

$x = a$



Графическое построение картины поля

- Структуру поля в прямоугольном волноводе изображают в виде проекций силовых линий векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ для данного типа волн в рассматриваемом сечении.
- Волна ТЕ имеет продольную составляющую E_z .
- Волна ТМ имеет продольную составляющую H_z . Линии вектор $\mathbf{E}$ расположены в плоскостях поперечного сечения волновода.
- В обоих типах волн линии векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ взаимно перпендикулярны.
- Граничные условия у стенок волновода должны обеспечить продольное направление вектора Пойнтинга $\mathbf{P} = \mathbf{E} * \mathbf{H}$:
 - $\mathbf{E}_\tau = \mathbf{0}$, так как $\gamma \rightarrow \infty$.
 - Магнитные силовые линии касательны к стенкам волновода.

