



Методика систематизации  
знаний  
по теме «Неравенства»  
при подготовке к ГИА

Похабова Н.Ю. учитель  
математики

Г. Абакан 2012 – 2013 учебный год.

Пакет документов,  
регулирующих разработку  
контрольно-измерительных  
материалов, имеет следующий состав:  
    спецификация,  
    кодификатор элементов  
содержания,  
    кодификатор требований к уровню  
подготовки выпускников,  
    демонстрационная версия

# **Кодификатор**

элементов содержания для проведения в  
2013 году государственной (итоговой)  
аттестации

(в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ

## **Неравенства**

3.2.1 Числовые неравенства и их свойства

3.2.2 Неравенство с одной переменной.

Решение неравенства

3.2.3 Линейные неравенства с одной  
переменной

3.2.4 Системы линейных неравенств

3.2.5 Квадратные неравенства

**При проверке базовой математической компетентности учащиеся должны продемонстрировать:**

владение основными алгоритмами,  
знание и понимание ключевых элементов содержания  
(математических понятий, их свойств, приемов решения задач и пр.),  
умение пользоваться математической записью,  
применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма,  
а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

**Предусмотрены следующие формы ответа:**

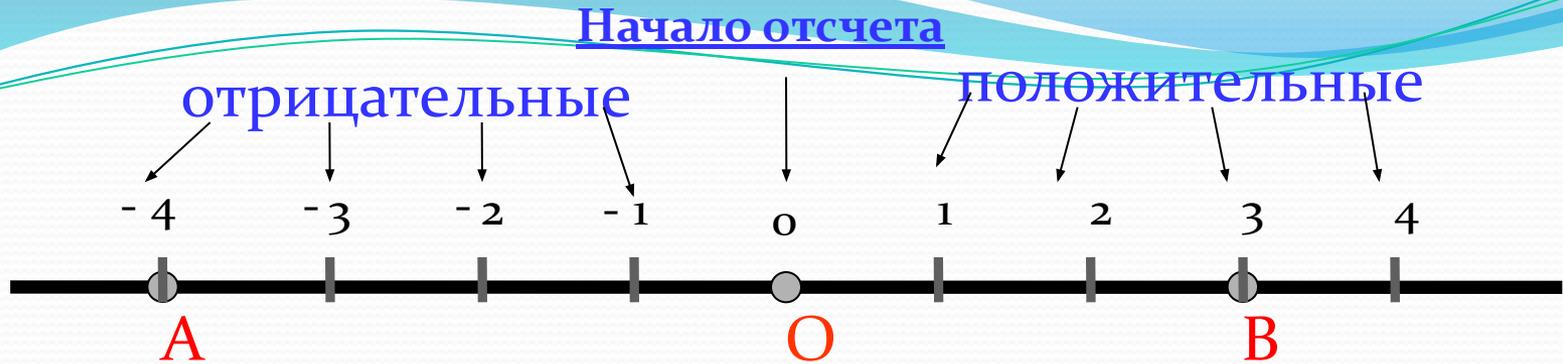
**с выбором ответа из четырех предложенных вариантов,**

**с кратким ответом**

**и на соотнесение.**

Для блока «Неравенства» по 1 части работы выставляются следующие требования:

- 1.1. Знать и понимать алгебраическую трактовку отношений «больше» и «меньше» между числами.
- 1.2. Знать и понимать термины: «Решение неравенства с одной переменной», «Решение системы неравенств с одной переменной»
  - 2.1. Знать свойства числовых неравенств.
  - 2.2. Уметь применять свойства числовых неравенств.
- 3.1. Уметь решать линейные неравенства с одной переменной.
- 3.2. Уметь решать системы линейных неравенств с одной переменной.
- 3.3. Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной, опираясь на графические соображения.
- 3.4. Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной алгебраическим способом.
4. 1. Интерпретировать полученный результат, исходя из формулировки задачи.
- 4.2. Проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи.



**Начало отсчета – число 0(нуль).**

**Отрицательное оно или положительное ?**

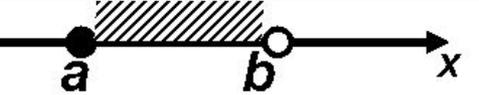
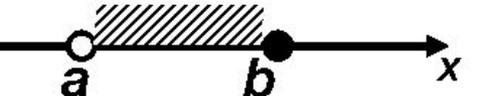
Само число 0(нуль) не является ни положительным, ни отрицательным. Оно отделяет положительные числа от отрицательных.

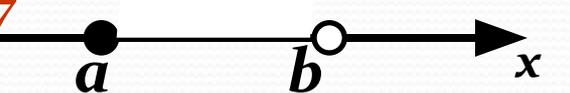
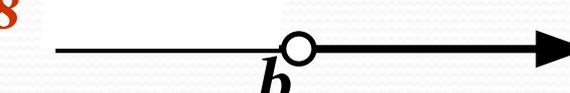
1. Запишите все целые числа, которые лежат между числами  $-2$  и  $3$  ;
2. Запишите число, противоположное числу  $(-2,5)$
3. Между какими целыми числами лежит число  $(-6,3)$  ;
4. Найдите значение выражения  $-x$ , если  $x = -4,2$  .
5. Отметьте на координатной прямой числа:  $-2$ ;  $2,5$ ;  $3$ ;  $-4$ .
6. Записать числа в порядке убывания (или возрастания):

Запишите: а) наибольшее число; б) наименьшее число; в) число, имеющее наибольший модуль; г) число, имеющее наименьший модуль.

$9,7$ ;  $-3,125$ ;  $-333,5,1$ ;  $523,7$ ;  $-216,7$ .

## Числовые промежутки

Геометрическая модель	Обозначение	Название числового промежутка	Аналитическая модель (неравенство)
	$(a; +\infty)$	Открытый луч	$x > a$
	$[a; +\infty)$	Луч	$x \geq a$
	$(-\infty; b)$	Открытый луч	$x < b$
	$(-\infty; b]$	Луч	$x \leq b$
	$(a; b)$	Интервал	$a < x < b$
	$[a; b]$	Отрезок	$a \leq x \leq b$
	$[a; b)$	Полуинтервал	$a \leq x < b$
	$(a; b]$	Полуинтервал	$a < x \leq b$

Геометрическая модель	Обозначение	Название числового промежутка	Аналитическая модель (неравенство)
<p>1</p> 	<p>4</p> $(-\infty; b]$	<p>5</p> <p>Интервал</p>	<p>2</p> $x \geq a$
<p>2</p> 	<p>3</p> $(a; b]$	<p>3</p> <p>Полуинтервал</p>	<p>1</p> $a \leq x \leq b$
<p>3</p> 	<p>8</p> $(-\infty; b)$	<p>6</p> <p>Открытый луч</p>	<p>8</p> $x < b$
<p>4</p> 	<p>6</p> $(a; +\infty)$	<p>7</p> <p>Полуинтервал</p>	<p>5</p> $a < x < b$
<p>5</p> 	<p>7</p> $[a; b)$	<p>8</p> <p>Открытый луч</p>	<p>4</p> $x \leq b$
<p>6</p> 	<p>1</p> $[a; b]$	<p>1</p> <p>Отрезок</p>	<p>7</p> $a \leq x < b$
<p>7</p> 	<p>5</p> $(a; b)$	<p>2</p> <p>Луч</p>	<p>6</p> $x > a$
<p>8</p> 	<p>2</p> $[a; +\infty)$	<p>4</p> <p>Луч</p>	<p>3</p> $a < x \leq b$

Фамилия:

Заполни таблицу.

Неравенство.	Рисунок.	Промежуток.
$X \geq 12$		
		$(-\infty; -9]$
		$(-5; 0)$
$-1 \leq X < 7$		

**Самостоятельная работа по теме «Числовые промежутки»**  
**ВАРИАНТ – 1.**

**Задания с выбором ответа.**

При выполнении заданий А1-А5, обведите цифру, соответствующую правильному ответу.

**А-1. Какой промежуток соответствует неравенству  $-5 < x < 9$ ?**

1.  $[-5; 9]$     2.  $(-5; 9)$     3.  $[-5; 9)$     4.  $(-5; 9]$

**А-2. Какой промежуток соответствует промежутку, изображенному на координатной прямой?**



1.  $[-8; 0]$     2.  $(-8; 0)$     3.  $[-8; 0)$     4.  $(-8; 0]$

**А-3. Какая группа чисел принадлежит промежутку  $(-3; 4]$ ?**

1.  $-3; 0; 4$     2.  $-2; 0; 3$     3.  $-3; 0; 5$     4.  $0; 1; 6$

**А-4. Сколько целых чисел принадлежит промежутку  $(-10; -5)$ ?**

1. два    2. три    3. пять    4. четыре

**А-5. . Какому промежутку принадлежит число 3?**

1.  $[0; 1,5]$     2.  $(3; +\infty)$     3.  $(-\infty; 3]$     4.  $[4; +\infty)$

**Задания с кратким ответом.**

При выполнении заданий В1-В3, запишите полученный ответ в виде промежутка, цифры.

**В-1. Запишите промежуток, изображенный на рисунке**

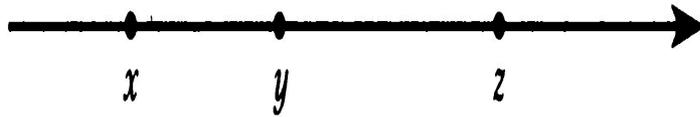
**В-2. Укажите целые положительные числа, принадлежащие промежутку  $(-1; 2)$ .**

**В-3. Укажите целые отрицательные числа, принадлежащие промежутку  $(-9; -7)$ .**

# Знать и понимать алгебраическую трактовку отношений «больше» и «меньше» между числами.

## Выбор

- 1) На координатной прямой отмечены числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Какая из следующих разностей положительна?



- 1)  $x - y$     2)  $y - z$     3)  $z - y$   
4)  $x - z$

## Краткий ответ

- 1) Расположите в порядке возрастания числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $0$ , если  $a > b$ ,  $c < b$ ,  $0 < b$  и  $0 > c$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

- 2) Известно, что  $b - d = -8$ . Сравните числа  $b$  и  $d$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

# «Решение системы неравенств с одной переменной»

## Выбор

1) Число 5 является решением какого неравенства?

- 1)  $-2x+1 > 3$ ;    3)  $x+2 < 8$ ;  
2)  $6-x > 2$ ;    4)  $3x - 4 < 2$ .

2) Какое наименьшее целое число является решением данной системы?

- 1) -6;    2) - 8;  
3) 6;    4) 8.

$$\begin{cases} x \geq -6, \\ -x < 8 \end{cases}$$

## Краткий ответ

Является ли число 3 решением неравенства

$$3(x-2) < 6x+7$$

# Знать свойства числовых неравенств.

## Выбор

1) Выберите верный ответ, если  $a > b$ :

- 1)  $3a < 3b$       3)  $-4a < -4b$   
2)  $-7a > -7b$     4)  $0,2a < 0,2b$

## Краткий ответ

1) Известно, что  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  – положительные числа, причём  $a > b$ ,  $d < b$ ,  $c > a$ . Расположите в порядке возрастания числа  $1/a$ ,  $1/b$ ,  $1/c$ ,  $1/d$ .

## •Соотнесение

Для значения переменной  $a$ , выберите верную оценку  $4a + 1$

- А)  $5,2 < a < 5,4$  ;      1)  $17,4 < 4a + 1 < 17,8$ ;  
Б)  $3,2 < a < 3,6$  ;      2)  $13,8 < 4a + 1 < 15,5$ ;  
В)  $4,1 < a < 4,2$  ;      3)  $21,8 < 4a + 1 < 22,6$ .

# Уметь применять свойства числовых неравенств

## Выбор

Известно, что  $3 < a < 4$ .

Выбери верное  
неравенство

- 1)  $8 < 5a < 9$ ;    2)  $-4 < -a < -3$
- 3)  $6 < a+2 < 8$ ;
- 4)  $3,6 < 0,2a + 2 < 3,8$

## Краткий ответ

Зная, что  $5 < c < 8$ , оцените  
значение выражения:

- 1)  $6c$ ;    2)  $-10c$ ;
- 3)  $c - 5$ ;    4)  $3c + 2$ .

**Линейное неравенство** – это неравенство вида  $ax + b > 0$  или  $(ax + b < 0)$ , где  $a$  и  $b$  – любые числа, причем  $a \neq 0$ .

Решить неравенство – это значит найти все его решения или доказать, что решений нет.

**>** (больше),

**<** (меньше),

**$\leq$**  (меньше или равно),

**$\geq$**  (больше или равно),

**$\neq$**  (не равно).

**Алгоритм. Решение линейных неравенств.**

1. Раскрыть скобки (если нужно).

2. **Неизвестные (с буквой)** перенести в левую часть неравенства, **известные (без буквы)** в правую часть.

При переносе **знаки перед слагаемыми изменить** на противоположные “-“ на “+“; “+“ на “-“;

**(знак неравенства сохраняется).**

3. В каждой части **привести подобные** слагаемые (сложить, решить пример)

4. Число, стоящее в правой части **разделить** на коэффициент при  $x$  (если он не равен нулю), причём:

• если **коэффициент положительный**, то **знак неравенства сохраняется**,

• если **коэффициент отрицательный**, то **знак неравенства меняется** на противоположный ( “<” на “>”; “>” на “<”; “ $\leq$ ” на “ $\geq$ ”; “ $\geq$ ” на “ $\leq$ ”).

5. **Решение** изобразить **на числовой прямой** и **ответ** записать **промежутком**.

# Устные упражнения

---



*Решите неравенство:*

1)  $-2x < 4$

$x > -2$

4)  $-x < 12$

$x > -12$

2)  $-2x > 6$

$x < -3$

5)  $-x \leq 0$

$x \geq 0$

3)  $-2x \leq 6$

$x \geq -3$

6)  $-x \geq 4$

$x \leq -4$

*Знак изменится, когда неравенств обе части*

*Делить на с минусом число*

---

# Уметь решать линейные неравенства с одной переменной.

## Выбор

1. Решите неравенство

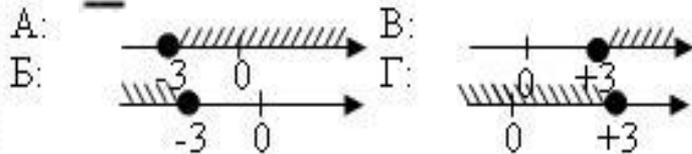
$$2 + x < 5x - 8.$$

1)  $(-\infty; 1,5]$     2)  $[1,5; +\infty)$

3)  $(-\infty; 2,5]$     4)  $[2,5; +\infty)$

2) Решите неравенство и укажите, на каком рисунке изображено множество его решений:

$$3x + 4 \geq 6x - 5$$



## Краткий ответ

1) Решите неравенство

$$20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$$

Ответ: \_\_\_\_\_

2) При каких значениях  $k$  значения двучлена  $11k - 3$  не меньше, чем соответствующие значения двучлена  $15k - 13$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

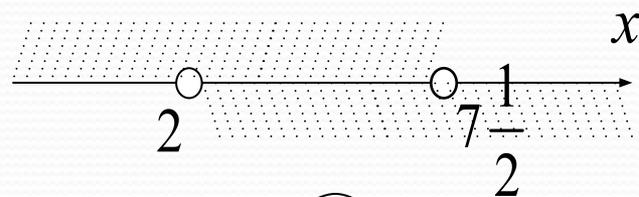
# Алгоритм решения системы неравенств с одной переменной

1. Решить каждое неравенство системы.

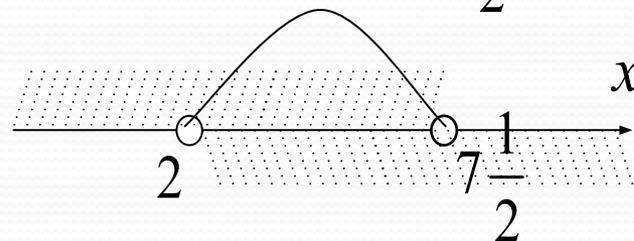
$$\begin{cases} 2x < 15, \\ 3x + 1 > 7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 7\frac{1}{2}, \\ 3x > 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 7\frac{1}{2}, \\ x > 2. \end{cases}$$

2. Изобразить графически решения каждого неравенства на координатной прямой.



3. Найти пересечение решений неравенств на координатной прямой.



4. Записать ответ в виде числового  
промежутка.

Ответ:

$$\left( 2; 7\frac{1}{2} \right)$$

# Линейных неравенств с одной переменной.

## Выбор

1) Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 6x + 3 < 0, \\ 7 - 4x < -1. \end{cases}$$

1)  $x < -0,5$

2)  $-0,5 < x < 2$

3)  $x < 2$

4) система не имеет решений

## Краткий ответ

1) Укажите количество целых решений системы неравенств:

$$\begin{cases} 2x + 9 < 6 \\ 7 - x \geq 1 \end{cases}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

2) Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3 - x \leq 5 \\ 4x - 2 < 8 \end{cases}$$

# Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

$$ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c<0$$

1. Если первый коэффициент отрицательный, то приведите неравенство к виду:

$$ax^2+bx+c>0$$

2. Рассмотрите функцию

$$y=ax^2+bx+c$$

3. Ветви параболы направлены всегда вверх

4. Найдите нули функции (точки пересечения параболы с осью абсцисс:  $y=0$ )

5. Решите уравнение  $ax^2+bx+c=0$

6. Схематически постройте график функции  $y=ax^2+bx+c$

7. Покажите штриховкой: МЕ -- МЕ или БО – ЗА

8. Запишите ответ в виде промежутка

# Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной, опираясь на графические соображения

## Выбор

1) Решите неравенство

$$x^2 - 11x < 0.$$

1)  $(11; +\infty)$  ; 2)  $(0; 11)$ ;

3)  $(0; +\infty)$ ; 4)  $(-\infty; 0) \cup (11; +\infty)$

2) Решите неравенство:

$$x^2 - 36 \leq 0.$$

В ответе укажите количество целочисленных решений.

1) 11                      2) 13

3) 12                      4) 15

## Краткий ответ

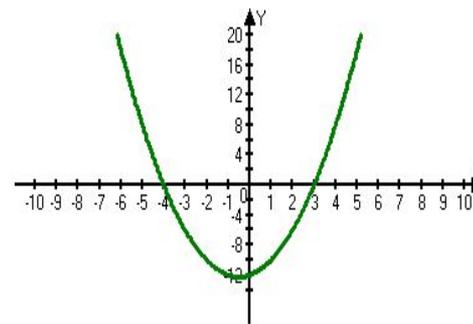
1) Решите неравенство

$$x^2 + x - 2 > 0.$$

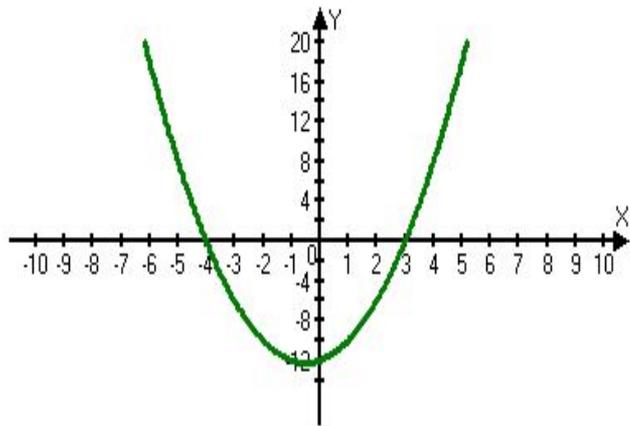
Ответ: \_\_\_\_\_

2) На рисунке изображён график, используя график решите неравенство:

$$x^2 + x - 12 < 0$$

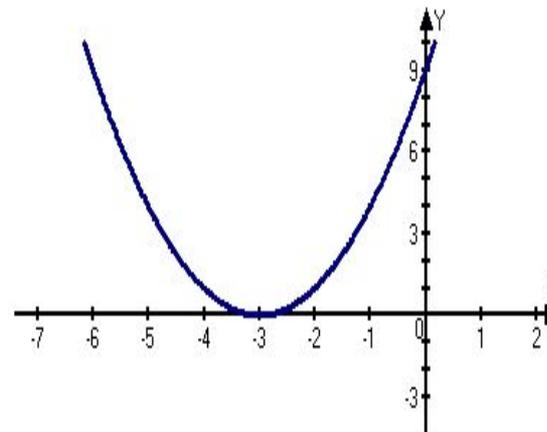


$$x^2+x-12<0$$



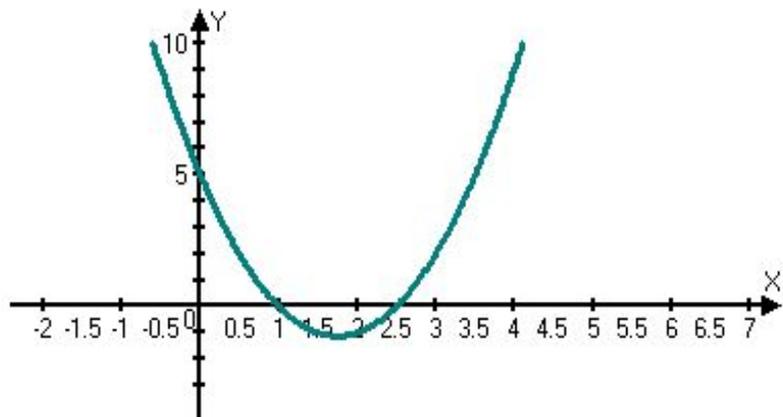
$$x \in (-4;3)$$

$$x^2+6x+9>0$$



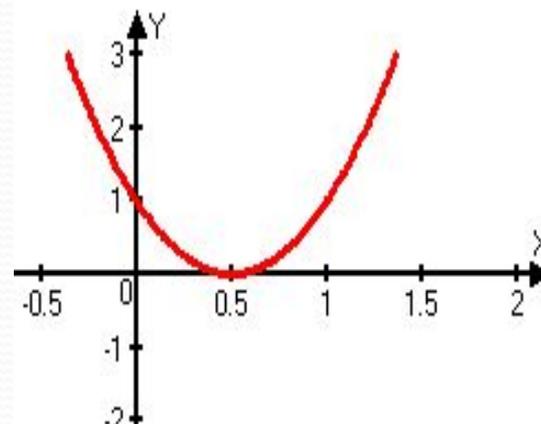
$$x \in (-\infty;-3) \cup (-3;+\infty)$$

$$2x^2-7x+5>0$$



$$x \in (-\infty;1) \cup (2,5;+\infty)$$

$$4x^2-4x+1<0$$



нет решений

## квадратного неравенства

- 1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу:  $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$ , где  $x_1, x_2$  - корни квадратного уравнения  $ax^2+bx+c=0$ .
- 2. Отметить на числовой прямой корни  $x_1$  и  $x_2$ .
- 3. Определить знак выражения  $a(x-x_1)(x-x_2)$  на каждом из полученных промежутков, начиная с **КРАЙНЕГО ПРАВОГО**
- 4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаком неравенства знаком (если знак неравенства  $<$ , то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства  $>$ , то выбираем промежутки со знаком «+»).

# Решение неравенств методом интервалов

1. Приравнять каждый множитель к нулю(найти нули функции)
2. Найти корень каждого множителя и нанести все корни на числовую ось.
3. Определить знак неравенства справа от большего корня.
4. Расставить знаки на интервалах, начиная от крайнего правого.
5. Проставить знаки в остальных интервалах, чередуя плюс и минус.
6. Выписать ответы неравенства в виде интервалов.

# Уметь решать квадратные неравенства с одной переменной алгебраическим способом

## Выбор

1) Решите неравенство методом интервалов  $(x-3)(x+4) > 0$ . Выберите верный ответ.

- 1)  $(-\infty; -4)(3; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; -4)$ ; 3)  $(-4; 3)$ ; 4)  $(3; +\infty)$ .

2) Решите неравенство методом интервалов:  
 $x^2 + 2x - 3 > 0$

## Краткий ответ

1) Решите неравенство:

а)  $(x-6)(x+9) < 0$ ;

б)  $(9-x)(x-3) \leq 0$ ;

в)  $(x+5)(2x-4) \geq 0$ .

2) Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1)  $x^2 + 9 < 0$       2)  $x^2 - 9 < 0$

3)  $x^2 + 9 > 0$       3)  $x^2 - 9 > 0$

Для каждого неравенства укажите множество его решений.

А)  $x^2 - 4x > 0$ ,      Б)  $x^2 + 4x \leq 0$ ,      В)  $4x - x^2 > 0$ .

1)  $(-\infty; +\infty)$       2)  $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

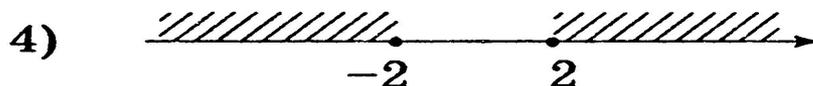
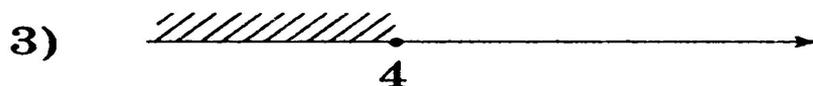
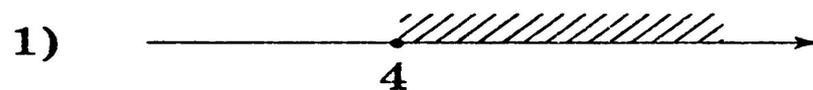
3)  $[-4; 0]$       4)  $(0; 4)$

А	Б	В

Ответ:

Для каждого из приведенных неравенств укажите номер рисунка, на котором изображено множество его решений.

А)  $x^2 - 4x \geq 0$ ;      Б)  $x^2 - 4 \geq 0$ ,      В)  $4 - x \geq 0$ .

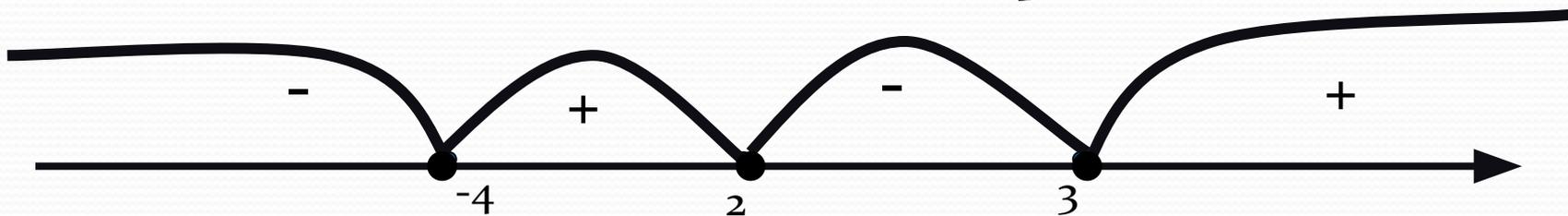


Решить неравенство:

$$(x+4)(x-2)(x-3) < 0$$

$$f(x) = (x+4)(x-2)(x-3)$$

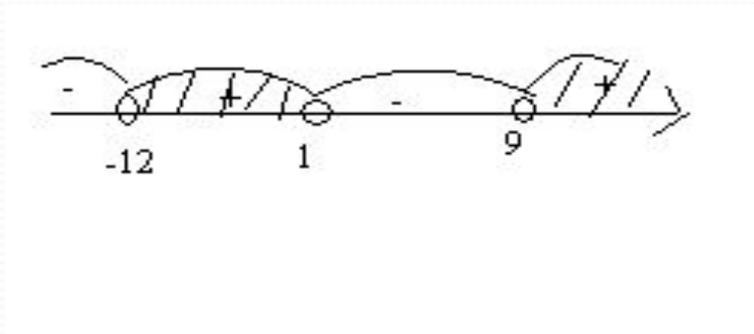
$$x = -4 \quad x = 2 \quad x = 3$$



Ответ:  $(-\infty; -4) \cup$   
 $(2; 3)$

$$y = \sqrt{(x+12)(x-1)(x-9)}$$

$$(x+12)(x-1)(x-9) \geq 0$$



**Ответ:  $[-12; 1] \cup [9; +\infty)$ .**