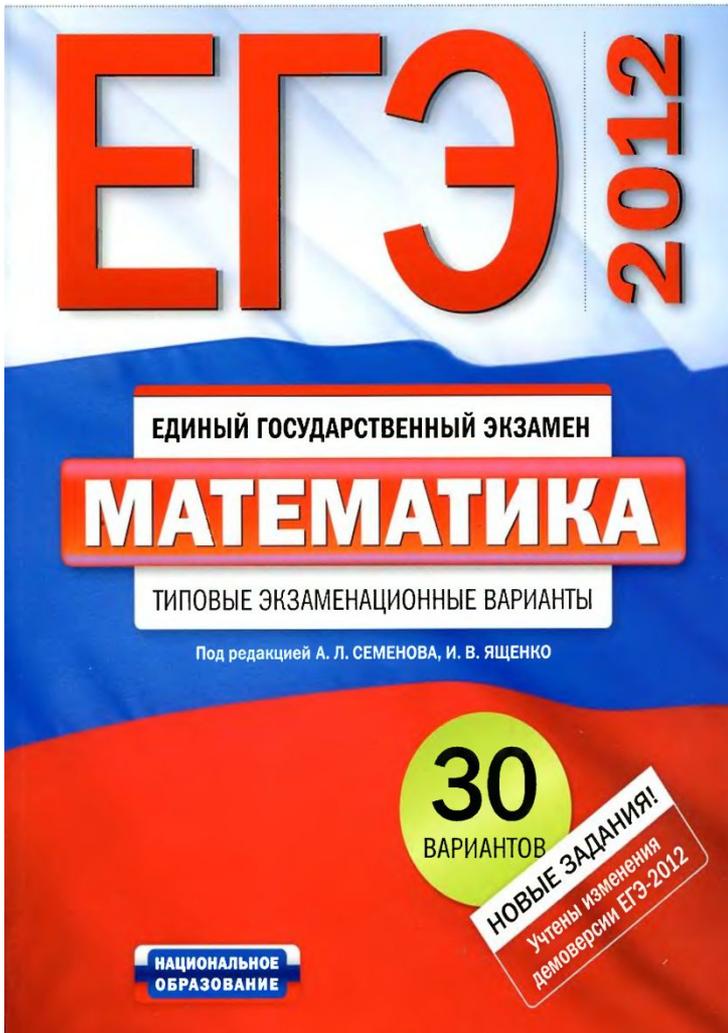


ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ



Работа учителя математики
Моисеевой Нины Ивановны

Тренинговая работа №4



В12 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%, \text{ где } T_1 \text{ — температура нагре-$$

вателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника $T_2 = 275 \text{ К}$? Ответ выразите в градусах Кельвина.

$$\frac{T_1 - 275}{T_1} \cdot 100\% \geq 45\% \quad | :5$$

$$\frac{T_1 - 275}{T_1} \cdot 20 \geq 9;$$

$$(T_1 - 275) \cdot 20 \geq 9T_1;$$

$$20 \cdot T_1 - 275 \cdot 20 \geq 9T_1;$$

$$20 \cdot T_1 - 9T_1 \geq 275 \cdot 20;$$

$$11 \cdot T_1 \geq 275 \cdot 20;$$

$$T_1 \geq 500$$

Ответ:
500



В12. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

$$16 = \frac{220}{R}$$

$$R = \frac{220}{16} = 13,75$$

Ответ:13,75



B12

При температуре $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ рельс имеет длину $l_0 = 25$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм . При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t^{\circ}) = l_0 (1 + \alpha \cdot t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

Зазор - это то расстояние, которое оставляют между рельсами, для того, чтобы они могли расширяться при нагревании, возникающего при прохождении поезда по рельсам.
Выразим зазор в метрах: $12\text{ мм} = 0,012 = 12 \cdot 10^{-3}\text{ м}$.

Раскроем

$$l(t^{\circ}) = l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot t^{\circ}$$

скобки: $l(t^{\circ}) = l_0 + \text{зазор}$ — длина рельса при удлинении после нагревания на t° .

$$l_0 + l_0 \cdot \alpha \cdot t^{\circ} = l_0 + \text{зазор}$$

$$25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^{\circ} = 12 \cdot 10^{-3}$$

$$l_0 \cdot \alpha \cdot t^{\circ} = \text{зазор}$$

$$t^{\circ} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}}; \quad t^{\circ} = 40$$

Ответ:
40



В13

Два автомобиля отправляются в **420**-километровый пробег. Первый едет со скоростью на **10 км/ч** большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

	S	v	t
1автомобиль	420	$x+10$	$t_1 = \frac{420}{x+10}$
2автомобиль	420	x	$t_2 = \frac{420}{x}$

Пусть x км/ч - скорость 2 автомобиля,
тогда $(x+10)$ км/ч - скорость первого автомобиля.
 $S = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{v};$

$$t_1 < t_2 \quad \Rightarrow t_1 + 1 = t_2$$

$$\frac{420}{x+10} + 1 = \frac{420}{x};$$

$$420x + x^2 + 10x = 420(x+10);$$

$$\cancel{420x} + x^2 + 10x = \cancel{420x} + 4200;$$

$$x^2 + 10x - 4200 = 0;$$

$x_1 = -70;$ (Пос. корень (скорость положительное число))

$$x_1 = 60.$$

Ответ:
60



В13. Моторная лодка прошла против течения **24 км** и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если **скорость течения равна 3 км/ч.**

	S	v	t
По течению	24	$X + 3$	$\frac{24}{X + 3}$
Против течения	24	$X - 3$	$\frac{24}{X - 3}$

X км/час = скорость лодки в неподвижной воде

$$S = 24 \text{ км} \quad S = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{v}$$

$$20 \text{ мин} = \frac{1}{3} \text{ часа.}$$

$$\frac{24}{X - 3} = \frac{24}{X + 3} + \frac{1}{3}, \quad \text{Общий знаменатель: } 3(X - 3)(X + 3)$$

$$24 \cdot 3(X + 3) = 24 \cdot 3(X - 3) + (X - 3) \cdot$$

$$\frac{24 \cdot 3(X + 3)}{(X + 3)}; \quad 24 \cdot 3X + 24 \cdot 9 = 24 \cdot 3X - 24 \cdot 9 +$$

$$\frac{X^2 \cdot 9}{24 \cdot 9} + 24 \cdot 9 + 9 = X^2;$$

$$9(24 + 24 + 1) = X^2;$$

$$9 \cdot 49 = X^2;$$

$$X =$$

$$\frac{3 \cdot 7}{X} =$$

$$21$$

Ответ: 21



B13

Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

Пусть X волков в 1 заповеднике, тогда Y волков во 2 заповеднике
 В двух заповедниках 220 особей.

Через год в 1 заповеднике стало $X + 0,1X = 1,1X$

волков. А во 2 заповеднике стало $Y + 0,2Y =$

$1,2Y$
 В двух заповедниках через год уже 250 особей.

$$\begin{array}{l} \text{—} \left\{ \begin{array}{l} X + 2Y = \\ 300 \\ X + Y = \\ \hline 220 \end{array} \right. \\ \qquad \qquad \qquad Y = 80 \end{array}$$

$$X = 140$$

Можно решать систему и методом подстановки.

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} X + Y = \\ 220 \\ X + 1,2Y = \\ \hline 250 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 0,1X + 0,2Y = \quad | \cdot 10 \\ 30 \\ X + Y = \\ \hline 220 \end{array} \right. \end{array}$$

Ответ:
140



V13

Первая труба пропускает на 3 л воды в минуту меньше, чем вторая.

Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар

объемом 648 л она заполняет на 3 минуты быстрее, чем первая труба? Пусть x литров воды в минуту пропускает вторая труба, тогда

$(x - 3)$ литров воды в минуту пропускает первая труба.

$\frac{648}{x}$ время, за которое резервуар объемом 648 л заполняет вторая труба.

$\frac{648}{x - 3}$ время, за которое резервуар объемом 648 л заполняет первая труба.

$$\frac{648}{x} + 3 = \frac{648}{x - 3}; \quad 648(x - 3) + 3(x^2 - 3x) = 648x;$$

$$648x - 3 \cdot 648 + 3x^2 - 9x = 648x; \quad \cancel{648x} - 3 \cdot 648 + 3x^2 - 9x = \cancel{648x};$$

$$3x^2 - 9x - 3 \cdot 648 = 0; \quad \left| : 3 \right. \quad x = 27;$$

$$x^2 - 3x - 648 = 0; \quad x = -24(\text{постор. корень})$$

Ответ: 27



В13

Ежемесячный доход семьи складывается из зарплаты отца и зарплаты матери. Зарплату отца увеличили на 5%, а зарплату матери – на 75%, в результате чего семейный доход увеличился на 15%. Во сколько раз зарплата матери до повышения была меньше зарплаты отца?

	100%+5%=105%	1,05 X -зарплата отца
	100%+75%=175%	1,75 Y -зарплата матери
X + Y		1,05X + 1,75Y

семейный доход увеличился на 15%

$$1,15(X + Y) = 1,05X + 1,75Y$$

$$1,15X + 1,15Y = 1,05X + 1,75Y$$

$$1,15X - 1,05X = 1,75Y - 1,15Y$$

$$0,1X = 0,6Y$$

X = 6Y зарплата матери до повышения была меньше зарплаты отца в 6 раз

Ответ: 6



Найдите наименьшее значение функции

B14

$$y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$$

на отрезке

$$\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right].$$

$$y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5;$$

$$y' = 8 \frac{1}{\cos^2 x} - 8;$$

$$y' > 0,$$

$$y' = \frac{8 - 8 \cos^2 x}{\cos^2 x};$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1;$$

$$-8 \leq -8 \cos^2 x \leq 0$$

$$8 - 8 \leq 8 - 8 \cos x \leq 0 + 8$$

$$0 \leq 8 - 8 \cos x \leq 8$$

$$0 \leq y' \leq 8$$

$y' > 0 \Rightarrow$ функция на всей области

определения возрастает.

Следовательно в

$$x = -\frac{\pi}{4}$$

точке

функция имеет наименьшее

значение.

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 8 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 8\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 2\pi + 5;$$

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -8 + \cancel{2\pi} - \cancel{2\pi} + 5;$$

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -3;$$

Ответ:

-3



В14. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

$$y = 5 \cos x - 6x + 4;$$

$$y' = -5 \sin x - 6;$$

$$y' < 0;$$

$$-5 \sin x - 6 < 0 \quad \text{т.к.};$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad | \cdot (-5)$$

$$-5 \leq -5 \sin x \leq 5 \quad | -6$$

$$-5 - 6 \leq -5 \sin x - 6 \leq 5 - 6$$

$$-11 \leq -5 \sin x - 6 \leq -1$$

Следовательно для нахождения наименьшего значения функция достаточно вычислить значение функции в точке 0

$$y(0) = 5 \cos 0 - 6 \cdot 0 + 4$$

$$y(0) = 5 \cdot 1 + 4$$

$$y(0) = 9$$

Ответ: 9

Если во всех точках открыто промежутка X выполняется неравенство $f' \leq 0$, то функция $y = f(x)$ убывает на промежутке X



Найдите наибольшее значение функции

B14

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$$

на отрезке $[-1; 4]$.

$$y' = -3x^2 + 6x + 9;$$

$$y' = 0$$

$$-3x^2 + 6x + 9 = 0;$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1,$$

$$x_2 = 3.$$

$$f(-1) = -(-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) - 29 = -34$$

$$f(3) = -27 + 3 \cdot 9 + 27 - 29 = -2$$

$$f(4) = -64 + 48 + 36 - 29 = -9$$

Ответ:-

2



В1

Найдите наибольшее значение функции

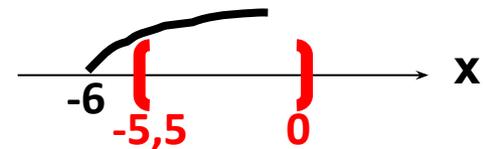
$$y = \ln(x + 6)^9 - 9x \text{ на отрезке } [-5,5; 0].$$

4

ОДЗ: $x + 6 > 0 \Rightarrow x > -6$. Отрезок $[-5,5; 0]$ принадлежит области допустимых значений

Используем свойство логарифмов:

$$\log_a b^p = p \cdot \log_a b$$



$$y = 9 \ln(x + 6) - 9x$$

Производная натурального логарифма определяется так:

$$y' = 9 \cdot \frac{(x + 6)'}{x + 6} - 9;$$

$$y' = 9 \cdot \frac{1}{x + 6} - 9;$$

$$(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$$

$$y' = \frac{9 - 9x - 54}{x + 6}; \quad y' = \frac{-45 - 9x}{x + 6}; \quad y' = 0;$$

$$x + 6 \neq 0$$

$$-45 - 9x = 0; \quad 9x = -45; \quad x = -5;$$

$$y(-5) = \ln(-5 + 6)^9 - 9 \cdot (-5);$$

$$y(-5) = 0 + 45 = 45.$$

$$y(-5,5) = \ln(-5,5 + 6)^9 - 9 \cdot (-5,5);$$

$$y(-5,5) = 9 \ln(0,5) + 49,5.$$

$$y(0) = \ln(0 + 6)^9 - 9 \cdot 0;$$

$$y(0) = 9 \ln 6.$$

Ответ: 45

