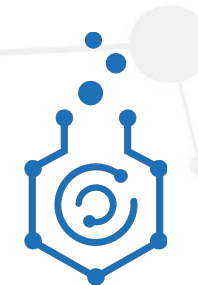


Физика. Лекция 7.

Волновые процессы в механике

В.И. Читайкин
кандидат физико-математических наук
доцент

План лекции



	Наименование раздела	Количество слайдов
1	Характеристики волновых процессов	5
2	Уравнения волновых процессов	4
3	Энергия волновых процессов	3
4	Суперпозиция волн	4



1. Характеристики волновых процессов

1.1 Основные понятия

Условия возникновения и существования волн:

1. Сплошная среда (жидкая, газообразная, твёрдая), непрерывная в пространстве, с упругими свойствами (*при смещении возникает упругая сила, стремящаяся вернуть частицу среды в исходное положение*).
2. Наличие источника колебаний (как правило, точечный, гармонический).

Волновой процесс – это распространение колебаний частиц сплошной среды внутри этой упругой среды. Такие волны называются *упругими* или *механическими*.

Механическая (упругая) волна переносит (или распространяет) только энергию колебаний, переноса (распространения) вещества не происходит. Частицы среды колеблются возле своего положения равновесия.

1. Характеристики волновых процессов



1.2 Типы механических волн

1. Продольные волны – частицы упругой сплошной среды колеблются *вдоль* направления распространения волны.

Продольные волны могут существовать в жидких и газообразных средах, а также в твёрдых телах.

2. Поперечные волны – частицы упругой сплошной среды колеблются перпендикулярно (*поперёк*) направлению распространению волны.

Поперечные волны могут существовать только в твёрдых телах.

1. Характеристики волновых процессов



1.2 Типы механических волн (примеры)



1. Продольные волны



2. Поперечные волны

1. Характеристики волновых процессов



1.3 Гармоническая упругая волна

Гармоническая упругая волна – это волна, вызванная действием гармонического источника колебаний и распространяющаяся в бесконечной упругой сплошной среде с постоянными свойствами, в том числе, упругими.

Колебания частиц среды в гармонической упругой волне – *косинусоидальны*.

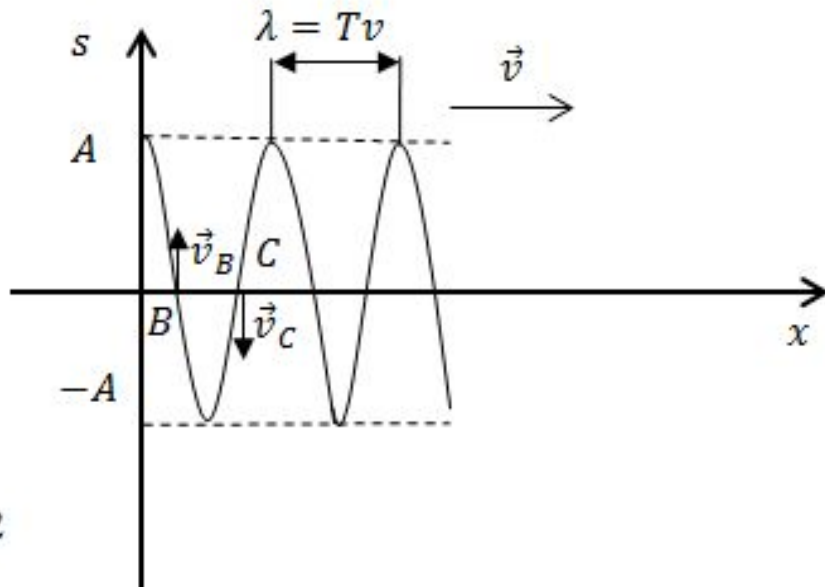


рис.2

Связь длины волны
с частотой колебаний в волне

$$\lambda = v \cdot T, \quad v = \frac{1}{T},$$

$$T = \frac{1}{v}$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

1. Характеристики волновых процессов

1.4 Распространение волны (основные понятия)

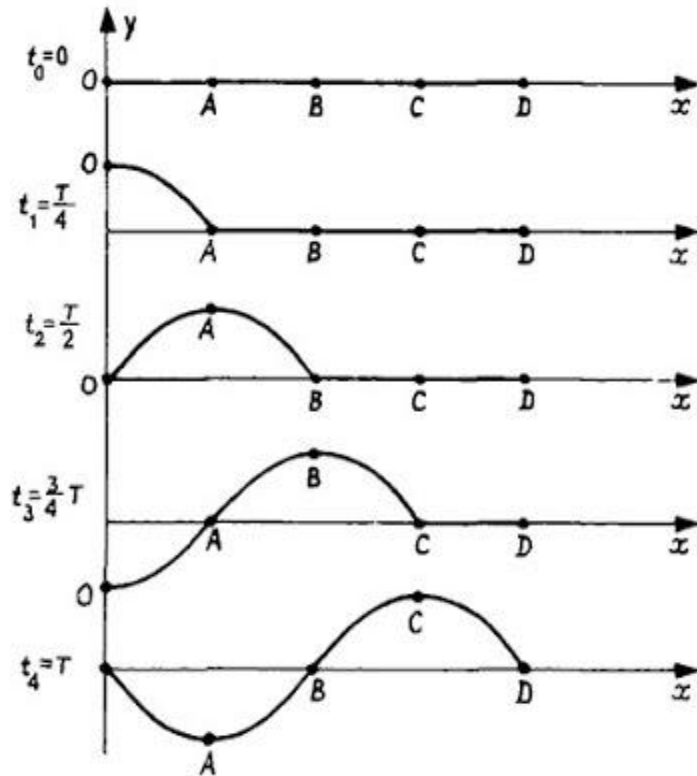
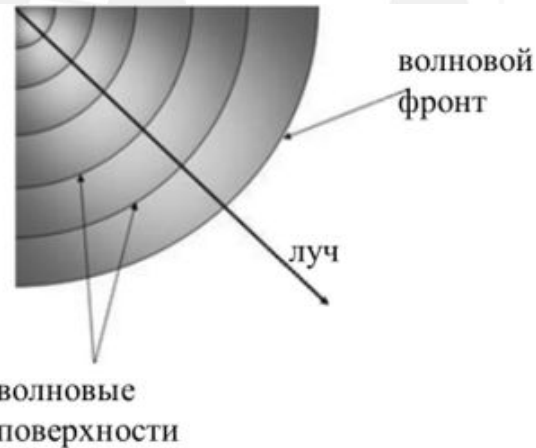


Рис. 4.5а



Рис. 4.5б



Волновой фронт – геометрическое место точек пространства, до которых дошли колебания частиц среды к моменту t .

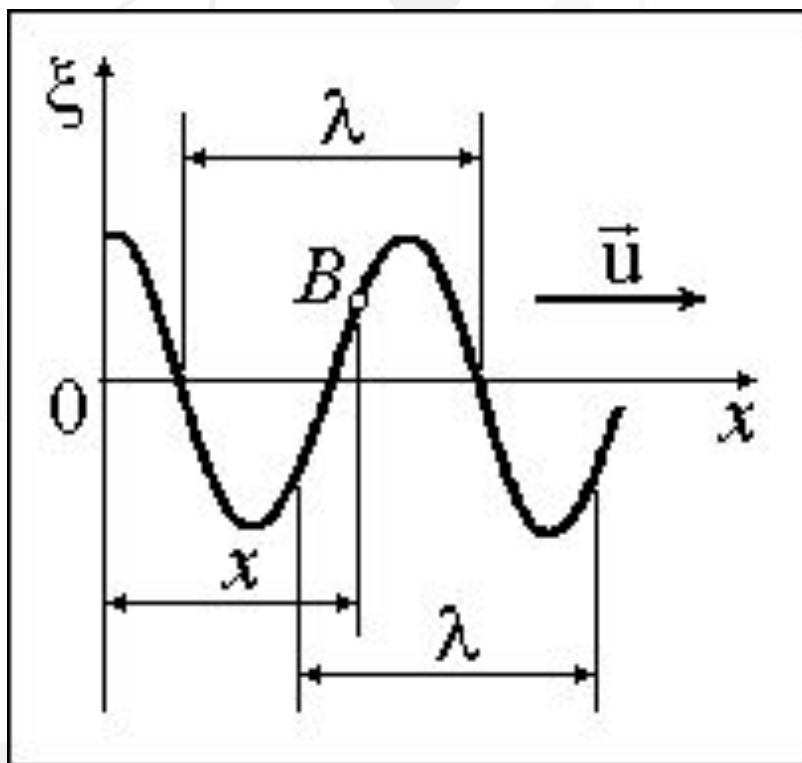
Волновая поверхность – геометрическое место точек пространства, в которых частицы среды колеблются в одинаковой фазе в *фиксированный момент t* .

2. Уравнения волновых процессов



2.1 Уравнение бегущей волны – это зависимость смещения колеблющейся частицы среды, расположенной в точке x пространства, от времени t .

Смещение частицы среды отсчитывается от положения её равновесия ($\xi = 0$)



Уравнение бегущей волны

источник:

$$\xi(0, t) = A \cos \omega t$$

точка, расположенная на расстоянии x
от источника колебаний в момент времени t :

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{V} \right)$$

$\Delta t = \frac{x}{V}$ – время, необходимое
для прохождения волной расстояния x

A – амплитуда

ω – циклическая частота



2. Уравнения волновых процессов

2.1 Уравнение бегущей волны (два основных случая)

Уравнение бегущей волны

- Плоская волна

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{V} \right)$$

x – расстояние от источника колебаний

r – расстояние от источника колебаний

- Сферическая волна

$$\xi(r, t) = \frac{A_0}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{V} \right)$$

V – скорость распространения волны

Плоская волна распространяется **без уменьшения** амплитуды: $A = \text{Const.}$

Сферическая волна распространяется **с уменьшением** амплитуды,

т.е. с затуханием: $A = A_0 / r$.

2. Уравнения волновых процессов



2.1 Уравнение бегущей волны (общий вид, на примере **плоской** волны)

Одномерный (1D) случай

Уравнение бегущей волны

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

фаза волны

λ – длина волны – расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе

ξ – смещение частиц от положения равновесия

ω – частота

k – волновое число

φ_0 – начальная фаза

$$\omega t - kx + \varphi_0 = \text{const}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v - \text{фазовая скорость волны}$$

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Пространственный (3D) случай

$$\xi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0)$$

Вектор $\vec{r}$ – радиус-вектор от источника колебаний в точку расположения частицы среды

Для сферической волны надо заменить амплитуду A на A_0 / r .

2. Уравнения волновых процессов



2.2 Волновое уравнение

Уравнение бегущей волны:

$$\xi(x, t) = A \cos(\underbrace{\omega t - kx + \varphi_0}_{\text{фаза волны}})$$

- это есть решение
волнового 1D-уравнения:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

*Проверяется прямым
дифференцированием*

Волновое 3D-уравнения:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

Связь основных параметров:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$$

3. Энергия волновых процессов



3.1 Кинетическая и потенциальная энергия

Для бегущей волны: $\xi(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$

кинетическая ($W_k(x, t)$) и потенциальная ($W_p(x, t)$) энергии:

- равны друг другу в любой момент времени t и в любой точке пространства x ,
- колеблются строго синфазно (в одной фазе) друг с другом и, соответственно, с полной энергией $W(x, t) = W_k(x, t) + W_p(x, t)$.

При этом: $W_k(x, t) = W_p(x, t) = W(x, t)/2$.

3. Энергия волновых процессов



3.1 Удельная энергия

Полная удельная энергия: $w = \frac{dW_k + dW_p}{dV} = \frac{dW}{dV} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx + \phi_0)$

*(средняя энергия
волнового движения,
приходящаяся на единицу
объёма среды)*

где: ρ – плотность среды

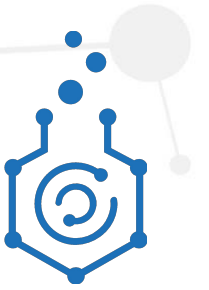
$k = \omega / v$ – волновой вектор

dV – элементарный объём

Полная удельная энергия,
усреднённая по времени:
(T – период волны)

$$\langle w \rangle = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} w dt = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$

3. Энергия волновых процессов



3.3 Вектор Умова

Вектор Умова – это вектор плотности потока энергии:

$$\mathbf{I} = \langle w \rangle \mathbf{v} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \mathbf{v}$$

Направление переноса энергии (т.е. направление вектора Умова) совпадает с направлением распространения волны: вектора $\mathbf{I}$ и $\mathbf{v}$ направлены одинаково.

4. Суперпозиция волн.



4.1 Принцип суперпозиции

Принцип суперпозиции волн, распространяющихся в среде:

- волны распространяется независимо друг от друга,
- смещение частицы среды есть геометрическая сумма смещений под действием каждой волны в отдельности.

4. Суперпозиция волн.

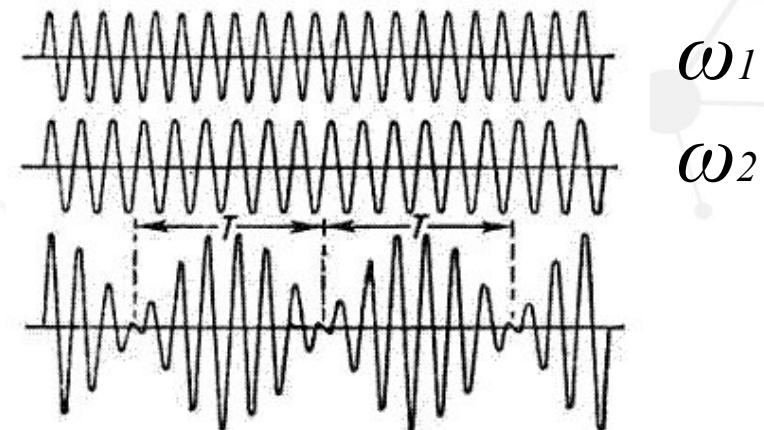
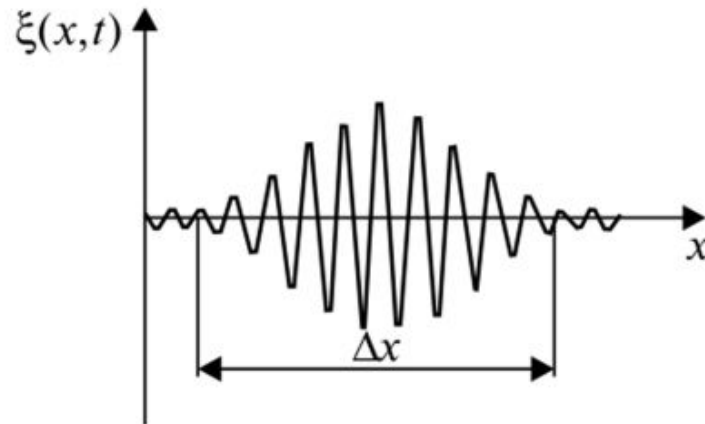


4.2 Волновой пакет

Волновой пакет образуется, когда две или более волн накладываются друг на друга и выполняются условия:

- волны распространяются в одном направлении,
- частоты волн близки друг к другу: $\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$, $\Delta\omega \ll \omega_1$.

Волновой пакет представляет собой «сгусток» или череду «сгустков» волн:



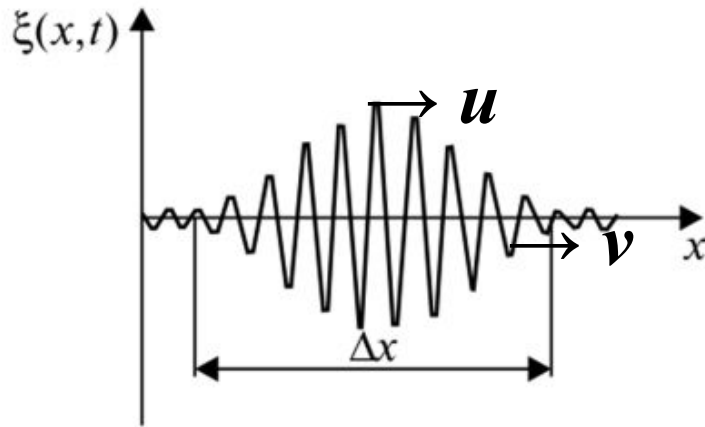
4. Суперпозиция волн.



4.3 Групповая и фазовая скорости волнового пакета

Групповая скорость – это скорость движения самого волнового пакета, как правило, точки его максимума: u

Фазовая скорость – это скорость движения частицы среды с какой-либо фиксированной фазой: v



$$u = d\omega / dk$$

$$v = \omega / k$$

$$u = v - \lambda (dv/d\lambda)$$

4. Суперпозиция волн



4.4 Стоячие волны

Стоячая волна (группа волн) образуется, как правило, при суперпозиции прямой и отражённой волн; при том волны

- распространяются в противоположных направлениях,
- обладают равными частотами: $\omega_1 = \omega_2$.

В стоячей волне расположение пучностей и узлов не меняется во времени.

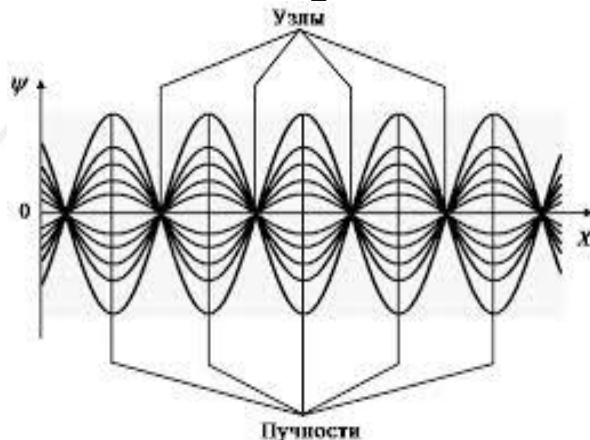
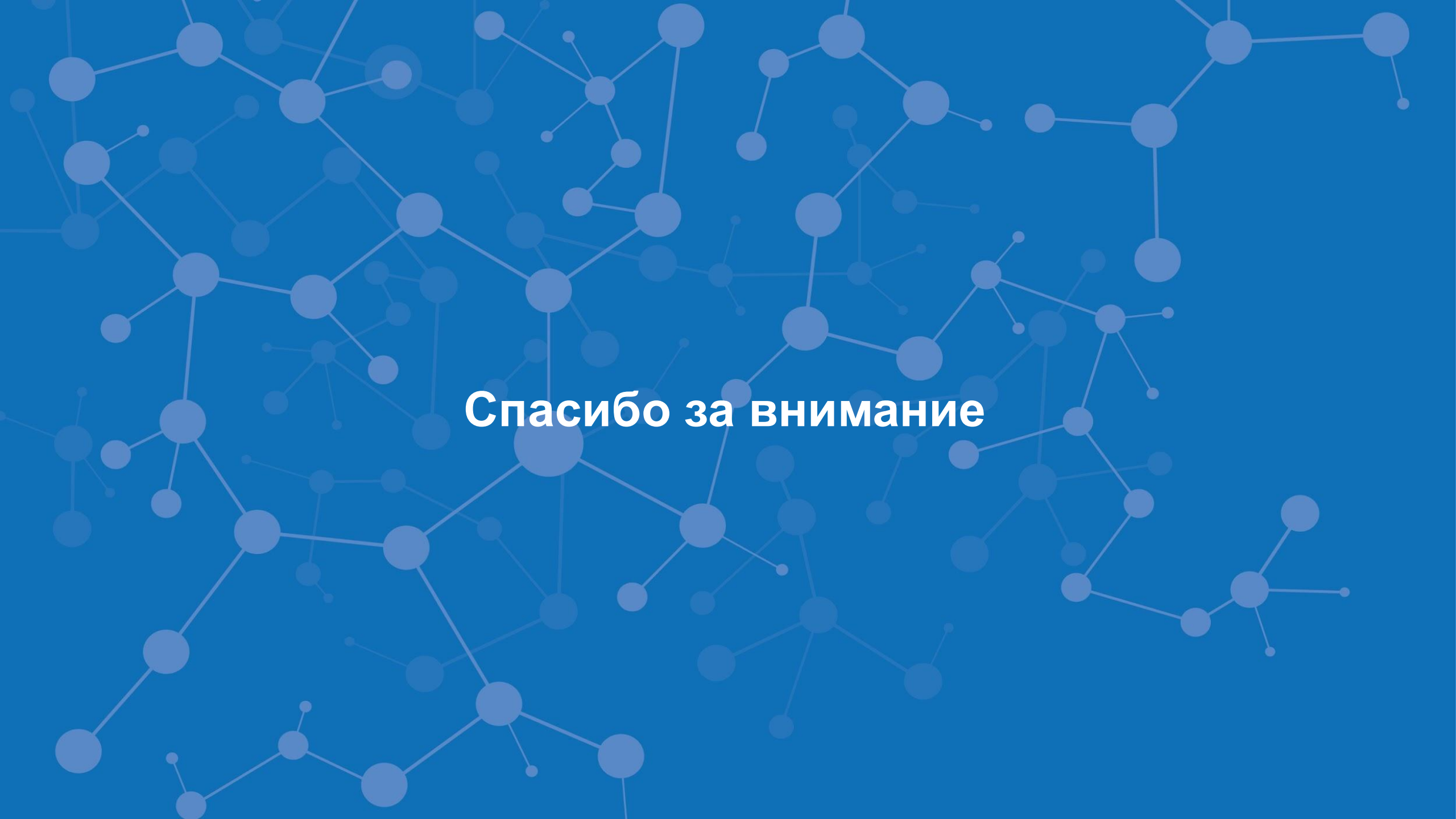


Рис. 6.2. Узлы и пучности стоячей волны

Координаты пучностей: $x = \pm (\frac{1}{2}) m \lambda$

Координат узлов: $x = \pm (\frac{1}{2}) (m + \frac{1}{2}) \lambda$

$$m = 0, 1, 2, 3 \dots$$

The background is a solid blue color with a complex, abstract network of white lines and circles. The circles vary in size, and the lines connect them in a non-uniform, organic pattern, resembling a molecular structure or a data network. The text is centered in the middle of the image.

Спасибо за внимание