

Практика 5117

Решить систему
уравнений
и сделать
проверку

1) методом
Гаусса;

2) методом
Крамера;

3) методом обратной
матрицы

обязательное
задание
6 баллов

8
баллов

10
баллов

Была задана домашняя работа

Решить систему
уравнений

$$x_3 - 2C = 6; x_3 =$$

- 1) методом Гаусса,
- 2) методом Крамера,
- 3) методом обратной
матрицы
и сделать проверку .

ОТВЕ

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

метод Гаусса :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

РЕШЕНИ *Прямой*

Е: *ход*

$$P = (A|B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \end{array} \right) \times \begin{array}{c} (-3) \\ + \end{array} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 \cdot (-3) + 3 & 2 \cdot (-3) + 2 & -3 \cdot (-3) + (-4) & 1 \cdot (-3) + 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \end{array} \right) =$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & -3 \\ 2 & -1 & 0 & -1 \end{array} \right) \times \begin{array}{c} (-2) \\ + \end{array} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & -3 \\ 1 \cdot (-2) + 2 & 2 \cdot (-2) - 1 & (-3) \cdot (-2) + 0 & 1 \cdot (-2) - 1 \end{array} \right) =$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & -3 \\ 1 \cdot (-2) + 2 & 2 \cdot (-2) - 1 & (-3) \cdot (-2) + 0 & 1 \cdot (-2) - 1 \end{array} \right) =$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & -4 & 5 & -3 \\ 0 & -5 & 6 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{\times (-1)} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 6 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{\times 5} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array} \right)$$

$$\text{rang } A = 3$$

$$\text{rang } P = 3$$

$$n = 3;$$

Система **совместна**,
случай 1.

Обратный ход

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array} \right) \sim \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 0 \\ x_3 = -3 \end{cases}$$

$x_1 \quad x_2 \quad x_3$

$$x_2 - (-3) = 0; \quad x_2 = -3;$$

$$x_1 + 2 \cdot (-3) - 3 \cdot (-3) = 1; \quad x_1 = -2;$$

ОТВЕ $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

Т:

ПРОВЕРКА

А:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 + 2(-3) - 3 \cdot (-3) = 1 \\ 3 \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) - 4 \cdot (-3) = 0 \\ 2 \cdot (-2) - (-3) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 - 6 + 9 = 1 \\ -6 - 6 + 12 = 0 \\ -4 + 3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = 1 \\ 0 = 0 \\ -1 = -1 \end{cases}$$

ВЕРН
О

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

Метод Крамера

РЕШЕНИ
Е: Составим
матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};$$

Вычислим

определители:

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \text{по правилу треугольника:}$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-1) \cdot (-3) + 2 \cdot (-4) \cdot 2 - (-3) \cdot 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) \cdot (-4) = \\ = 0 + 9 - 16 + 12 - 0 - 4 = 1 \end{aligned}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -2; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -3; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -3$$

Так как $\Delta \neq 0$, то система имеет решение; находим по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-2}{1} = -2, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-3}{1} = -3, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-3}{1} = -3;$$

ОТВЕ
Т: $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$

метод обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1$$

Матрица A невырожденная $\Rightarrow$
обратная матрица A^{-1} существует!

$$2) \ A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (0 - 4) = -4;$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot (0 - (-8)) = -8;$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-3 - 4) = -7;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot (0 - 3) = 3;$$

$$A_{22} = P = (A|B) = 1 \cdot (0 - (-6)) = 6;$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-1 - 4) = 5;$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-8 - (-6)) = -2;$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-4 - (-9)) = -5;$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (2 - 6) = -4;$$

$$3) \ \bar{A} = \begin{pmatrix} -4 & -8 & -7 \\ 3 & 6 & 5 \\ -2 & -5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$4) \quad \bar{A} = \begin{pmatrix} -4 & -8 & -7 \\ 3 & 6 & 5 \\ -2 & -5 & -4 \end{pmatrix}; \quad A^* = (\bar{A})^T = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$5) \quad |A| = 1; \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix};$$

Вычислим X
по формуле:

$$X = A^{-1} \cdot B;$$

$$X = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-4) \cdot 1 + 3 \cdot 0 + (-2) \cdot (-1) \\ (-8) \cdot 1 + 6 \cdot 0 + (-5) \cdot (-1) \\ (-7) \cdot 1 + 5 \cdot 0 + (-4) \cdot (-1) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -4 + 2 \\ -8 + 5 \\ -7 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{ОТВЕТ}$$