

**ИМПУЛЬС ТЕЛА,
ИМПУЛЬС СИЛЫ,
ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ
ИМПУЛЬСА**

ИМПУЛЬС ТЕЛА

Согласно второму закону Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

По определению ускорение равно:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

Перепишем это уравнение по иному:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$$

$$\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\vec{F}}{m}$$

ИМПУЛЬС ТЕЛА

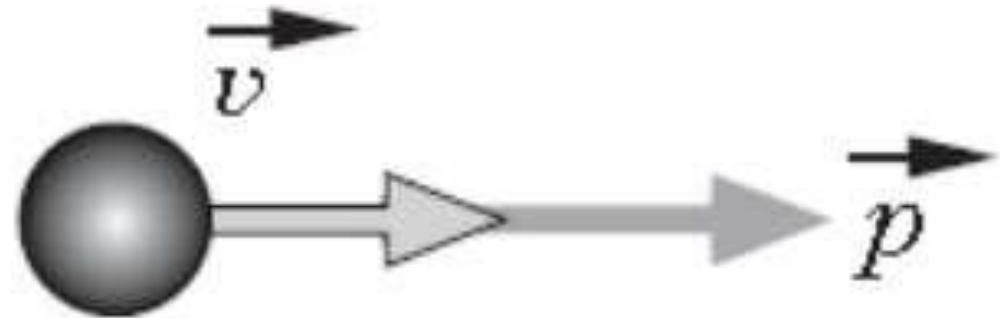
Произведение массы тела на его скорость называет **импульсом тела**:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$\vec{p}$ - импульс тела, $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$;

m – масса тела, кг;

$\vec{v}$ - скорость тела, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Задача

Тело массой 5 кг движется со скоростью 10 м/с. Найдите импульс данного тела.

Дано:

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$p = ?$

СИ

Решение.

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

$$p = mv = 5 \cdot 10 = 50 \left(\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: $50 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$

ИМПУЛЬС СИЛЫ

Произведение силы на время ее действия называется **импульсом силы**:

$$\vec{F} \cdot \Delta t$$

$\vec{F}$ - сила, действующая на тело, Н;

Δt – время действия силы, с.

ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ ИМПУЛЬСА

Перепишем наше уравнение, $\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1$, заменив изменение импульса обозначением $\Delta \vec{p}$:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Уравнение, связывающее импульс силы и изменение импульса тела называется **теоремой об изменении импульса**.

Задача

Тело массой 5 кг двигалось со скоростью 10 м/с. В течении 3 с на данное тело действовала сила 8 Н в направлении движения. Найдите изменение импульса тела и его скорость.

Дано:

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$v_1 = 10 \text{ м/с}$$

$$F = 8 \text{ Н}$$

$$t = 3 \text{ с}$$

$$\Delta p = ?$$

$$v_2 = ?$$

СИ

Решение

По теореме об изменении импульса:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t ; \Delta p = 8 \cdot 3 = 24 \left(\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 \Rightarrow p_2 = \Delta p + p_1 = \Delta p + m v_1$$

$$p_2 = m \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{p_2}{m}$$

$$v_2 = \frac{\Delta p + m v_1}{m} = \frac{24 + 5 \cdot 10}{5} = 14,8 \text{ (м/с)}$$

Ответ: изменение импульса $24 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$

конечная скорость $14,8 \text{ м/с}$.

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

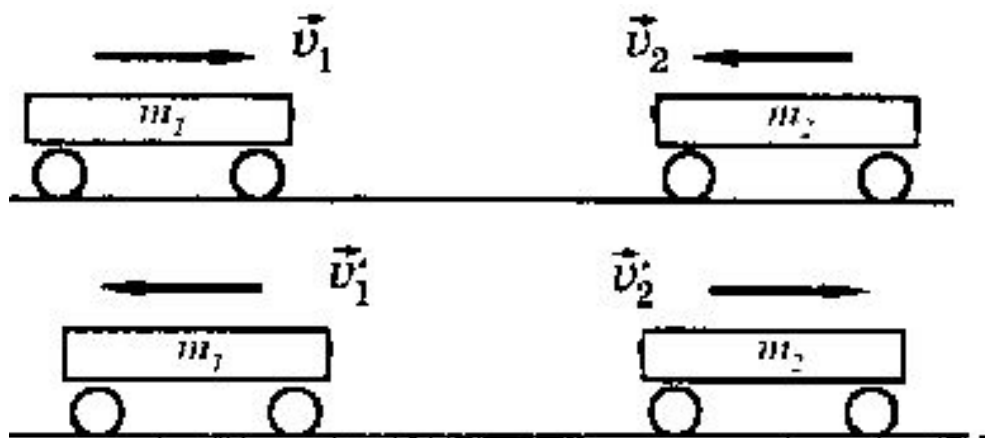
Векторная сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему не меняется с течением времени при любых движениях и взаимодействиях этих тел.

$$\sum_{1}^i \overrightarrow{p_i} = \sum_{1}^k \overrightarrow{p'_k}$$

Закон сохранения импульса при абсолютно упругом соударении

Абсолютно упругим соударением называется столкновение, при котором сохраняется механическая энергия системы тел. При таком соударении не выделяется тепло и после такого соударения отсутствует остаточная деформация тел.

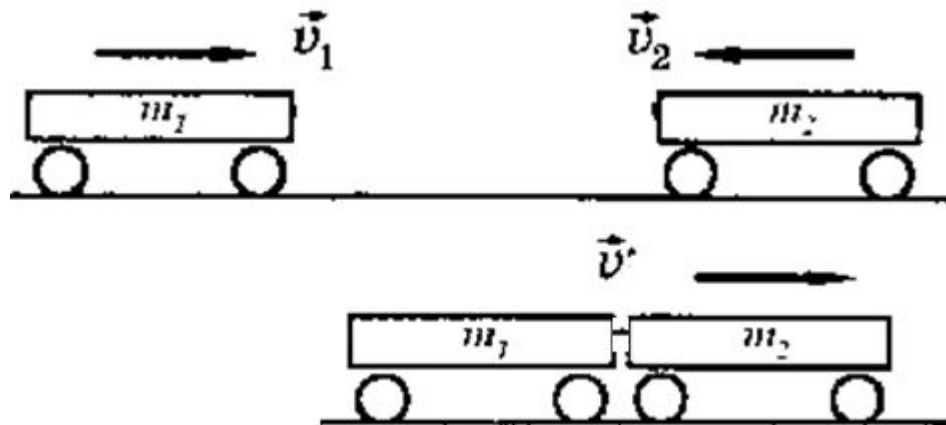
$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}'_1 + m_2 \cdot \vec{v}'_2$$

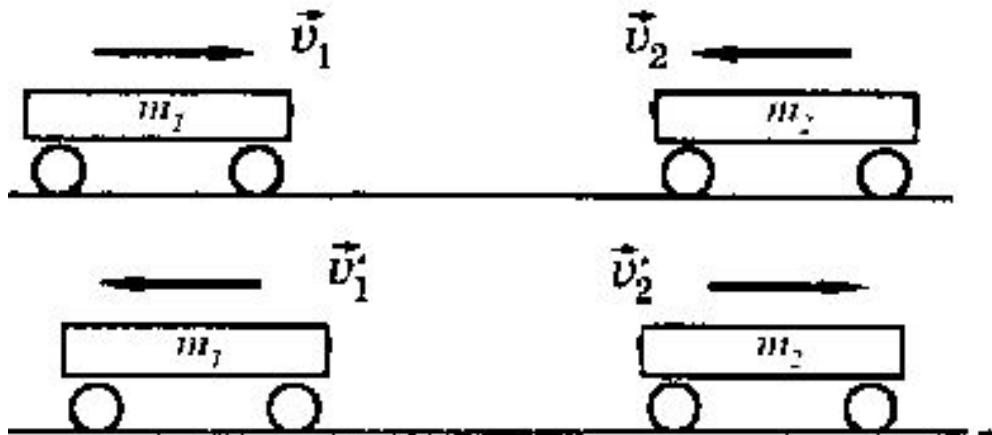


Закон сохранения импульса при абсолютно неупругом соударении

Абсолютно неупругим соударением называют такое ударное взаимодействие, при котором тела соединяются (слипаются) друг с другом и движутся дальше как одно тело. При таком соударении выделяется тепло.

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}'$$





- Абсолютно упругое**

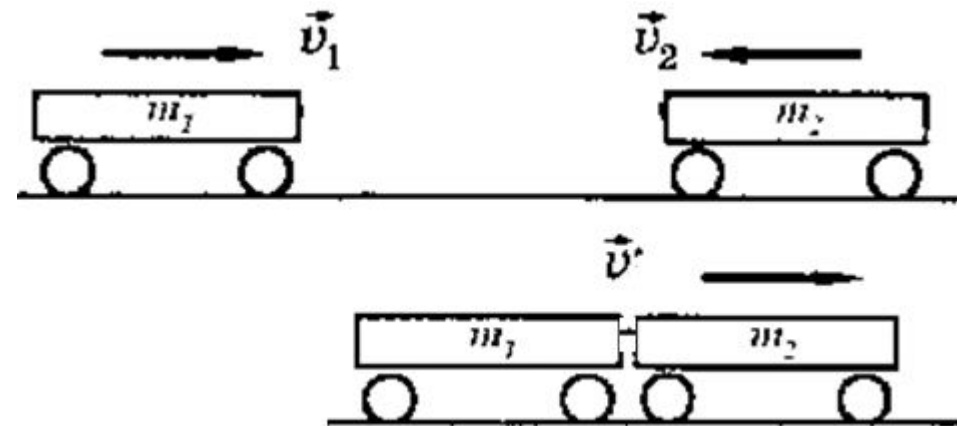
Закон сохранения импульса:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{v}_1' + m_2 \cdot \vec{v}_2'$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{2}$$

Тепло НЕ выделяется!



Абсолютно не упругое

Закон сохранения импульса:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}'$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v'^2}{2} + Q$$

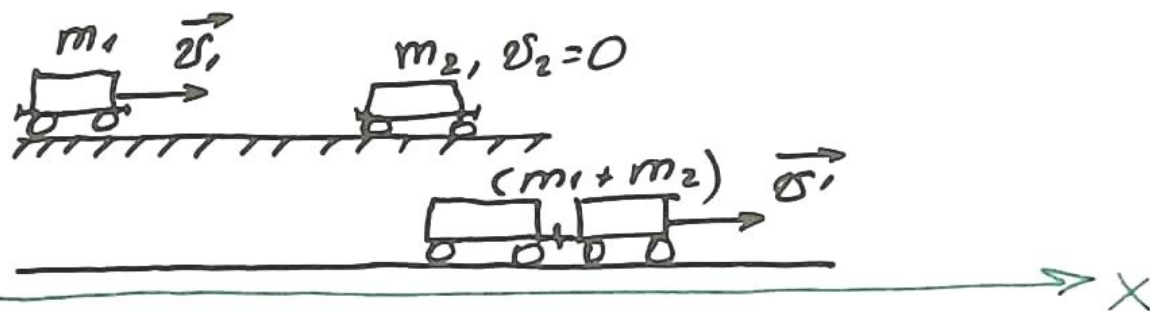
Часть механической энергии переходит в тепловую Q

$$Q = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \cdot v'^2}{2}$$

Задача

Вагон массой 80 тонн, движущийся со скоростью 0,7 м/с, сцепился с неподвижным вагоном массой 60 тонн. Определите общую скорость движения вагонов после сцепки.

Дано:	СИ
$m_1 = 80 \text{ т}$	$8 \cdot 10^4 \text{ кг}$
$v_1 = 0,7 \text{ м/с}$	
$m_2 = 60 \text{ т}$	$6 \cdot 10^4 \text{ кг}$
$v_2 = 0 \text{ м/с}$	
$v' = ?$	



По закону сохранения импульса:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{v}'$$

Введем ось x , чтобы записать выражение в скалярном виде:*

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot v' \Rightarrow v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 = \frac{8 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^4} \cdot 0,7 = 0,4 \text{ (м/с)}$$

Ответ: $0,4 \text{ м/с}$.

Задача

В условиях предыдущей задачи найти выделившееся во время сцепки тепло.

Дано:

$$m_1 = 80 \text{ т}$$

$$v_1 = 0,7 \text{ м/с}$$

$$m_2 = 60 \text{ т}$$

$$v_2 = 0 \text{ м/с}$$

$$v' = 0,4 \text{ м/с}$$

$Q = ?$

СИ

$$80 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$60 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

Решение

$$Q = E_{k1} - E_{k2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \cdot v'^2}{2} =$$

$$= \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 0,7^2}{2} + \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 0^2}{2} - \frac{(80 \cdot 10^3 + 60 \cdot 10^3) \cdot 0,4^2}{2} =$$

$$= 19600 + 0 - 11200 = 8400 \text{ Дж.}$$

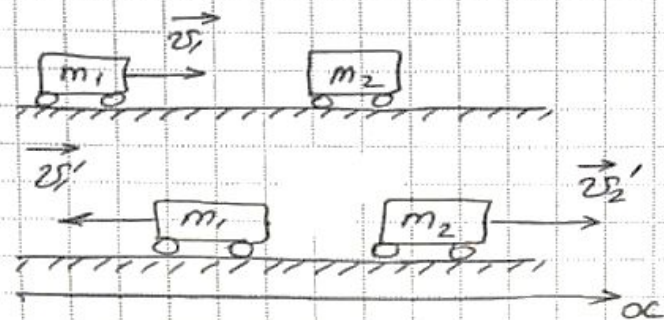
Ответ: 8400 Дж.

Задача

Вагон массой 80 тонн, движущийся со скоростью 0,7 м/с, совершил абсолютно упругое соударение с неподвижным вагоном массой 60 тонн. Определите скорости движения вагонов после упругого соударения.

Дано:	СИ
$m_1 = 80 \text{ тонн}$	80000 кг
$v_1 = 0,7 \text{ м/с}$	
$m_2 = 60 \text{ тонн}$	60000 кг
$v_2 = 0 \text{ м/с}$	
$v_1' = ?$	
$v_2' = ?$	

Решение



Запишем 3-й закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \quad (1)$$

Перепишем его в скалярном виде (в проекции на ось ox):

$$m_1 v_1 + 0 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad (2)$$

Мы имеем одно уравнение и две неизвестные. Чтобы решить задачу на потребуются второе уравнение - закон сохранения механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + 0 = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \quad (3)$$

$$\begin{cases} m_1 v_1 = -m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 80000 \cdot 0,7 = -80000 \cdot v_1' + 60000 \cdot v_2' \quad | : 2000 \\ \frac{80000 \cdot 0,7^2}{2} = \frac{80000 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{60000 \cdot v_2'^2}{2} \quad | : 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 28 = -40 v_1' + 30 v_2' \quad (4) \\ 196 = 400 v_1'^2 + 300 v_2'^2 \quad (5) \end{cases}$$

Из уравнения (4): $v_1' = \frac{30 v_2' - 28}{40} \quad (6)$; Уравнение (6) $\rightarrow$ (5): $196 = 400 \left(\frac{30 v_2' - 28}{40} \right)^2 + 300 v_2'^2$

Отсюда: $196 = \frac{400}{40^2} ((30 v_2')^2 - 2 \cdot 30 v_2' \cdot 28 + 28^2) + 300 v_2'^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$196 = \frac{225}{900} v_2'^2 - 60 v_2' \cdot \frac{28}{4} + \frac{28 \cdot 28}{1} + 300 \cdot v_2'^2$$

$$196 = 225 v_2'^2 - 420 v_2' + 196 + 300 v_2'^2$$

$$525 v_2'^2 - 420 v_2' = 0 \quad | : 5$$

$$105 v_2'^2 - 84 v_2' = 0$$

$$v_2' (105 v_2' - 84) = 0 \quad (7)$$

Ситуация N1

$$v_2' = 0$$

тогда из уравнения (6):

$$v_1' = \frac{30 \cdot v_2' - 28}{40} = \frac{30 \cdot 0 - 28}{40} = -0,7.$$

Знак "-" означает, что первый вагон будет двигаться противоположно тому направлению, которое мы предположили на рисунке.

Но первый вагон не может двигаться вправо если второй вагон будет стоять на месте после соударения.

Ситуация N1 не удовлетворяет физическому смыслу.

Ответ: 0,1 м/с ; 0,8 м/с. После соударения вагоны будут двигаться в том же направлении, в котором до соударения двигался первый вагон.

Ситуация N2.

$$105 \cdot v_2' - 84 = 0$$

$$v_2' = \frac{84}{105} = 0,8 \quad \Rightarrow$$

$$v_1' = \frac{30 \cdot v_2' - 28}{40} = \frac{30 \cdot 0,8 - 28}{40} = -0,1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

В этой ситуации оба вагон будут двигаться вправо после соударения. Второй вагон быстрее, первый - медленней.

Эта ситуация удовлетворяет физическому смыслу.