

Общие методы решения уравнений

Учитель: Протопопова Д.Х.

Эпиграф:

**«Метод решения хорош, если с
самого начала мы можем
предвидеть — и в последствии
подтвердить это, - что, следуя
этому методу, мы достигнем
цели».**

Готфрид Лейбниц.

Номер задания	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Вариант 1	1	2	1	2	1	1
Вариант 2	4	4	2	3	2	1

I метод

Замена уравнения

$h(f(x)) = h(g(x))$ уравнением $f(x) = g(x)$

ПРИМЕР. Решить уравнение

$$5^{x^2-3x} = 5^{3x-8}$$

Решение:

$$5^{x^2-3x} = 5^{3x-8}$$

$$x^2 - 3x = 3x - 8$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x_1 = 2,$$

$$x_2 = 4.$$

Ответ: 2; 4.

II метод

Метод разложения на множители

$$f(x) \cdot g(x) \cdot h(x) = 0$$



$$f(x)=0; \quad g(x)=0; \quad h(x) = 0.$$

ПРИМЕР. Решить уравнение

$$(\sqrt{x+2} - 3)(2^{x^2+6x+5} - 1) \ln(x-8) = 0$$

Решение:

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-8 > 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} - 3 = 0 \quad ; \quad 2^{x^2+6x+5} - 1 = 0 \quad ; \quad \ln(x-8) = 0$$

$$X_1 = 7$$

$$X_2 = -1;$$

$$X_3 = -5$$

$$X_4 = 9$$

Проверка найденных корней.

Ответ: 9.

III метод

Метод введения новой переменной

$$f(x) = 0 \rightarrow p(g(x)) = 0 \rightarrow p(u) = 0, \text{ (где } u=g(x)) \rightarrow \\ \rightarrow g(x) = u_1 ; g(x) = u_2 ; \dots g(x) = u_n$$

ПРИМЕР. Решить уравнение

$$\sqrt{x^2 - x + 2} + \sqrt{x^2 - x + 7} = \sqrt{2x^2 - 2x + 21}$$

Решение. Пусть $x^2 - x = u$, тогда

$$\sqrt{u + 2} + \sqrt{u + 7} = \sqrt{2u - 21}$$

$$u_1 = 2 ; u_2 = -11 .$$

Проверить корни подставкой. $u_1 = 2$ – корень ,
 $u_2 = -11$ – посторонний корень.

$$x^2 - x = 2; x_1 = 2 ; x_2 = -1.$$

Ответ: 2; -1.

IV метод

Функционально-графический метод

ПРИМЕР 1. Решить уравнение

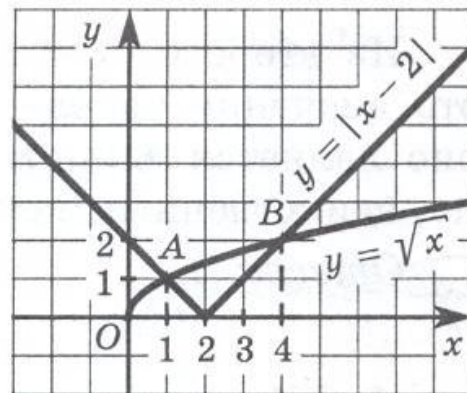
$$\begin{aligned} 1) \quad y &= \sqrt{x} \\ y &= |x - 2| \end{aligned}$$

$$2) \quad A(1;1), B(4;2)$$

$$3) \quad x_1=1 \quad ; \quad x_2=4 .$$

Решение.

$$\sqrt{x} = |x - 2|$$



Ответ: 1; 4.

ПРИМЕР 2. Решить уравнение $x^5 + 5x - 42 = 0$

Решение.

1) Подбором находим корень $x = 2$.

$$2) \quad x^5 = 5x - 42$$

3) $y = x^5$ - возрастающая функция

$y = 5x - 42$ - убывающая функция

Значит, $x = 2$ – единственный корень.

Ответ: 2.

Решите уравнения

1. $5^x = 6 - x$

2. $\log_{0,8}(9x - 4x^2) = \log_{0,8}(x^3 + 4x^2)$

3. $\sqrt{\frac{5x+1}{x+3}} + 5\sqrt{\frac{x+3}{5x+1}} = 6$

4. $3^{x+1} - 29 = -18 \cdot 3^{-x}$

5. $(x^2 - 6x)^5 = (2x - 7)^5$

6. $(7^{2(x-1)} - 50 \cdot 7^{x-1} + 49 \cdot \sqrt[4]{17 - 8x}) = 0$

7. $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3$

8. $2x^2 \cdot \cos x + 9 = 18 \cos x + x^2$

9. $-\cos 7\pi x = x^2 - 6x + 10$

10. $\cos^2(\pi - x) + \sin 2x = 0$

11. $\log_5 x - 1 + (x - 5)^3 = 0$

12. $\sqrt{x^2 + 2x - 8} = 2x - 4$

Номер уравнения	1	2	3	4	5	6
Вариант 1	1	3	2	2	4	1
Вариант 2	1	2	4	1	3	4
Вариант 3	4	1	4	3	1	2
Вариант 4	4	1	1	2	3	2

Номер задания	1а (3 балла)	1б (3 балла)	2 (4 балла)
Вариант 1	$-\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$	$-\frac{4}{3}; \frac{1}{3}$	4
Вариант 2	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	$\frac{4}{3}$	-1
Вариант 3	$\frac{\pi k}{4}; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $k, n \in Z$	2;-5	1
Вариант 4	$\frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $k, n \in Z$	$-1 \pm \sqrt{2}$	1