



Функции многих переменных (ФМП) Частные производные высших порядков функции двух переменных

Попова Елена Александровна
К. пед. н., доцент
доцент кафедры ММиИТ ТЭИ,
СФУ
popova_elena15@mail.ru

Частные производные высших порядков функции двух переменных

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Частные производные высших порядков функции двух переменных

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение.

Частные производные высших порядков функции двух переменных

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} =$$

Частные производные высших порядков функции двух переменных

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$$

Частные производные высших порядков функции двух переменных

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} =$$

Частные производные высших порядков функции двух переменных

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение.

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение .

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$$
$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{xx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) =$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{xx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \left(y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2} \right)'_x =$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{xx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \left(y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2} \right)'_x = y \cdot (y-1) \cdot x^{y-2} + \frac{6x}{y^2}$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение .

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$$
$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{yy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) =$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{yy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \left(x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3} \right)'_y =$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{yy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \left(x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3} \right)'_y = x^y \cdot \ln^2 x + \frac{6x^3}{y^4}$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) =$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \left(y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2} \right)'_y =$$

Пример 7 ФМП.

Найти частные производные второго порядка функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \left(y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2} \right)'_y =$$

$$= x^{y-1} + y \cdot x^{y-1} \cdot \ln x - \frac{6x^2}{y^3}$$

Пример 7 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение .

$$f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$$
$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

Пример 7 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) =$$

Пример 7 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \left(x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3} \right)'_x =$$

Пример 7 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f'_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + \frac{3x^2}{y^2}$

$$f'_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y} = x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3}$$

$$\begin{aligned} f''_{xy}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \left(x^y \cdot \ln x - \frac{2x^3}{y^3} \right)'_x = \\ &= y \cdot x^{y-1} \cdot \ln x + x^{y-1} - \frac{6x^2}{y^3} \end{aligned}$$

Пример 7 ФМП. Найти частные производные функции

$$z = f(x, y) = x^y + \frac{x^3}{y^2}$$

Решение . $f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = x^{y-1} + y \cdot x^{y-1} \cdot \ln x - \frac{6x^2}{y^3}$

$$f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = y \cdot x^{y-1} \cdot \ln x + x^{y-1} - \frac{6x^2}{y^3}$$

Выполняется ли равенство?

$$f''_{yx}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = f''_{xy}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)$$