

МБОУ СОШ №7 г.Клинцы Брянская область

КОНСПЕКТ УРОКА ПО ТЕМЕ:

СФЕРА. УРАВНЕНИЕ СФЕРЫ

Учитель: Зиновьева Т.
В.

Тема: Сфера. Уравнение сферы.

- Цели:*
- 1) каждый ученик знает определение сферы; ее элементов; уравнение сферы;
 - 2) правильно выбирает уравнение сферы и применяет при решении задач;
 - 3) анализирует полученные результаты, делает выводы;
 - 4) формировать пространственные представления и воображение учащихся;
 - 5) Развивать внимание, восприятие, память учащихся.

Тип урока: интегрированный урок изучения нового материала

Методы: объяснительно-иллюстративный, конкретно-индуктивный, частично-поисковый.

Оборудование: чертежные инструменты, компьютерные презентации, раздаточный материал.

План урока:

1. Подготовка к изучению нового материала:
 - а) вступительное слово учителя;
 - б) повторение известных тел вращения, способы их получения;
 - в) повторение определения окружности и ее элементов.
2. Введение определения сферы и ее элементов
3. Усвоение определения сферы через примеры на распознавание.
4. Закрепление определения сферы через решение задач.
5. Подготовка учащихся к выводу уравнения сферы:
 - а) повторение уравнения линии на плоскости;
 - б) повторение вывода уравнения окружности.
6. Введение определения уравнения поверхности в пространстве.
Вывод уравнения сферы.
7. Усвоение знания уравнения сферы через примеры на распознавание.
8. Закрепление знания уравнения сферы через систему упражнений.
9. Решение упражнений на применение знаний, умений и навыков в новой ситуации.
10. Самостоятельная работа учащихся с целью проверки знаний, умений и навыков.
11. Подведение итогов урока.
12. Постановка домашнего задания.

Ход урока:

Учитель	Ученик
<p>1.Подготовка к изучению нового материала.</p> <p>Слайд 1. ▶</p> <p>Здравствуйте.</p> <p>Откройте тетради, запишите число, Классная работа и тему урока: Сфера. Уравнение сферы.</p> <p>Слайд 2 ▶</p> <p>Изучая школьные дисциплины вы уже не один раз встречались с понятиями сферы.</p> <p>На уроках истории и обществознания вы давали понятие</p> <ul style="list-style-type: none">- социальной сферы - это система социальных отношений, т.е. отношений между группами людей, занимающими различное положение в социальной структуре общества.-политическая сфера – это система политических и правовых отношений, возникающих в обществе. <p>Слайд 3 ▶</p> <p>На занятиях по православной культуре познакомились с понятием</p> <p>духовная сфера – это система отношений между людьми, отражающая духовно-нравственную жизнь общества, представленную такими подсистемами, как культура, наука, религия, мораль, идеология, искусство.</p>	

Учитель

Ученик

Слайд 4 ►

На уроках географии вы познакомились с 4 сферами Земли - литосфера, гидросфера, биосфера и атмосфера

Задача нашего урока дать понятие сферы с точки зрения геометрии. И сегодня на уроке вы не только сформулируете понятие сферы, но и познакомитесь со способом ее получения, элементами, научитесь решать задачи, связанные со сферой, составите уравнение сферы в пространстве.

- Какие цели вы ставите перед собой на этом уроке?

Работа со слайдом 5: ►

-Посмотрите на экран и назовите известные вам геометрические тела, изображенные на рисунке.

- Каким способом можно получить цилиндр?

- Сформулируйте определение цилиндра.

- Как был получен конус?

- Цилиндр, конус

- Вращением прямоугольника вокруг одной из своих сторон.

- Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами, ограниченными окружностями, называется цилиндром.

- Вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов.

Учитель

Ученик

-Обобщая ваши мысли можно сделать вывод, что **сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.**

Работа со слайдом 8: 

-Изобразим в тетради геометрическое тело вращения – сферу.

1. Строим $\text{Окр}(O;r)$

2. Строим эллипс с тем же центром.

- давайте сформулируем определения элементов сферы (продолжить предложение) :

Данная точка – это...

Радиус сферы- это..

Диаметр сферы- это...

Чему равен диаметр сферы?

Одновременно на доске и в тетрадях учащихся появляются записи:

3. Усвоение определения сферы через примеры на распознавания.

Работа со слайдом 9: 

- Какие из геометрических тел, изображенных на рисунке, удовлетворяют определению сферы?

- Центр сферы.

- Отрезок, соединяющий центр сферы с любой точкой сферы.

- Отрезок, соединяющий две точки сферы, и проходящий через её центр.

$$d=2R$$

O- центр сферы

OA – радиус сферы

BC – диаметр; $d=2R$

2;5.

Учитель

Ученик

Работа со слайдом 10 ▶

Посмотрите на слайд и попробуйте определить в каких областях жизни применяются знания сферы.

Вывод: знания о сфере нужны в различных областях жизни и мы начнем ее изучение с помощью решения задач.

4.Закрепление определения сферы через решение задач.

Работа со слайдом 11: ▶

№573(а)

Что дано?

Что нужно доказать?

Рисунок и решение оформляются на доске и в тетрадях

- в архитектуре
- в промышленном производстве
-
-

Дано: сфера, O -центр сферы, A, B лежат на сфере M AB , OAB , M –середина AB

Доказать: $OM \perp AB$

Решение:

AOB -плоскость

$\triangle AOB$ –равнобедренный, т.к. $AO=OB=R$

OM – медиана, т.к. M – середина AB

OM – высота, т.к. медиана, проведенная в равнобедренном треугольнике к основанию, является высотой.

$OM \perp AB$

Учитель

Ученик

Работа со слайдом 12: 

№574(а)

Используется рисунок предыдущей задачи. Какие данные добавлены?

Что нужно найти?

$R = 50\text{см}$, $AB = 40\text{см}$

ОМ

Решение:

$\triangle AOM$ –прямоугольный,

$AO = R = 50\text{см}$,

$AM = AB : 2 = 40 : 2 = 20$ (см)

По теореме Пифагора

$OM = 10$ (см)

Работа со слайдом 13 

Готовимся к ЕГЭ

ФИПИ для подготовки ЕГЭ-2011 предлагает следующую задачу в первой части работы:

Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.

Вопросы классу:

1. Сформулируйте определение параллелепипеда.

2. Что значит: параллелепипед описан около сферы?

3. Как найти объем параллелепипеда?

1) Если параллелепипед описан около сферы – значит каждая грань касается сферы.

2) Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда надо знать три его измерения: длину, ширину, высоту.

В данном случае они все будут равны диаметру окружности, т.е. 2 радиусам, значит в задаче надо найти объем куба. Объем куба равен кубу его ребра.

1. $D = 8$

2. $V = 8^3 = 64$

Ответ: 64

Учитель

Ученик

5. Подготовка учащихся к выводу уравнения сферы.

«Продолжаем изучение нового материала и познакомимся с уравнением сферы для того, чтобы научиться решать задачи на определение расположения сферы в пространстве.

Работа со слайдом 14:

-Вспомните и сформулируйте определение уравнения линии L на плоскости.

-Попробуйте «перенести» ваши знания из плоскости в пространство и сформулируйте определение уравнения поверхности в пространстве.

Итак, сколько переменных определяют положение точки в пространстве?

Значит, уравнение с...

Называется уравнением поверхности, если этому уравнению ...

и ...

-Уравнение с двумя переменными x и y называется уравнением линии L , если этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки линии L и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой линии.

-Три, $x; y; z$.

-три переменными $x; y; z$.

-Удовлетворяют координаты любой точки поверхности

-Не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой поверхности.

Учитель

Читаем определение на слайде, выделяем ключевые слова.

6. Введение определения уравнения поверхности в пространстве. Вывод уравнения сферы.

-Итак, сегодня на уроке мы с вами выведем уравнение поверхности сферы в пространстве. Для этого повторим вывод уравнения окружности на плоскости.

Работа со слайдом 15: 

-Поможет ли нам формула расстояния между точками в пространстве составить уравнение поверхности сферы в пространстве?

- С чего начнем вывод уравнения поверхности сферы в пространстве?

Ученик

Уравнение с тремя переменными x, y, z называется уравнением поверхности, если этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки поверхности и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащие на этой поверхности.

При выводе уравнения окружности мы использовали формулу расстояния между точками на плоскости в координатах, где одна из точек – это центр окружности, а другая – точка на окружности.

Да.

1. Запишем формулу расстояния между точками в пространстве.

2. Введем обозначение центра сферы и точки на сфере в координатах.

3. Расстояние между этими точками – есть радиус.

4. Запишем уравнение

Учитель

Ученик

Вывод: Какое уравнение называют уравнением сферы?

-Какие данные необходимы для составления уравнения сферы?

Работа со слайдом 16: 

-Рассмотрим частные случаи расположения окружности на плоскости и сферы в пространстве

7. Усвоение знания уравнения сферы через примеры на распознавание.

Работа со слайдом 17: 

Выберите из предложенных уравнений, уравнения поверхности сферы.

Определите координаты центра сферы и ее радиуса (устно), а к уравнению 8 мы вернемся позже и докажем, что это тоже уравнение сферы.

Работа со слайдом 18: 

Запишите предложенные уравнения поверхности сферы и определите координаты центра сферы и ее радиус самостоятельно

Уравнение с тремя переменными x, y, z вида:
 $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$, где x, y, z – координаты точки принадлежащей сфере, а x_0, y_0, z_0 – координаты центра сферы, а R^2 – квадрат длины радиуса сферы.

- Координаты центра сферы и ее радиуса.

$$x^2 + y^2 = r^2; \quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

2,6,7,8-?

2) $(1, 5, 3); R=2$

4) $(-2; -4; -8); R=3$

6) $(0; 0; 0); R=4$

7) $(2; 4; 7); R=3$

Учитель

Ученик

Работа со слайдом 19:

Проверяем ответы, анализируем ошибки.

9. Решение упражнений на применение знаний, умений и навыков в новой ситуации.

Работа со слайдом 20: 

Работа у доски и в тетрадях учащихся

По данным координатам центра сферы и радиусу найти уравнение сферы.

-Что необходимо знать, чтобы составить уравнение сферы?

-Все известно?

-Составьте уравнение сферы.

Работа со слайдом 21: 

Задача (устно).

Определить принадлежит ли т.А сфере, заданной уравнением $(x-3)^2+(y+7)^2+(z-5)^2=30$,

если: а) т.А(5;-2;6); б) т.А(-5;2;6) ?

-Каким способом решают задачи «на принадлежность»?

- Координаты центра сферы и радиус.

- Да

1. $(x+2)^2+(y-4)^2+(z+7)^2=25$

2. $x^2+y^2+z^2=49$

3. $(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=2$

Подстановкой координаты данной точки в заданное уравнение.

Учитель

1 вариант – выполняет подстановку задания под буквой а, 2 вариант – под буквой б.

Работа со слайдом 22: 

№577

Напишите уравнение сферы с центром А, проходящей через тN, если А(-2;2;0); N(5;0;-1).

Что необходимо знать, чтобы составить уравнение сферы?

Что известно по условию?

Что неизвестно?

Как мы можем найти радиус?

Решение задачи у доски и в тетрадях.

Ученик

а) Ответ: т.А принадлежит сфере;
б) Ответ: т.А не принадлежит сфере.

- Координаты центра сферы и радиус.
- Координаты центра сферы и координаты точки, через которую проходит сфера.

- Радиус

- По формуле расстояний между точками.

Дано: А (-2;2;0)-центр сферы; N(5;0;-1) ∈ сфере

Найти: уравнение сферы

Решение:

$R^2 = (5+2)^2 + (0-2)^2 + (-1)^2 = 54$ по формуле расстояния между точками

$(x+2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 54$ –уравнение сферы.

Учитель

Ученик

Работа со слайдом 23: 

№579 (а, г)

В условии задачи вы видите уравнение, к которому я обещала вам вернуться позже и доказать, что это уравнение тоже уравнение сферы.

Проанализируем условие задачи.

- Что известно?

-Что надо доказать, найти?

Каким способом можно доказать, что данное уравнение является уравнением сферы?

Решение выполняет у доски учитель с помощью учащихся.

$$1. \quad x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 0 \quad | + 4$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + z^2 = 4$$

$$(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 2^2$$

$$2. \quad \underline{C(2;0;0)}; \quad R=2$$

г) У доски решает ученик.

$$\text{Дано: } x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 0$$

Доказать: данное уравнение – уравнение сферы

Найти: координаты центра $C(x; y; z)$; R .

Выполнить необходимые преобразования и привести к уравнению вида

$$(x - x)^2 + (y - y)^2 + (z - z)^2 = R^2$$

$$1. \quad \underline{x^2 - x} + \underline{y^2 + 3y} + \underline{z^2 - 2z} = 2,5 \quad | + 0,25$$
$$+ 2,25$$
$$+ 1$$

$$(x^2 - x + 0,25) + (y^2 + 3y + 2,25) + (z^2 - 2z + 1) =$$
$$= 2,5 + 0,25 + 2,25 + 1$$

$$(x - 0,5)^2 + (y + 1,5)^2 + (z - 1)^2 = 6$$

$$2. \quad C(0,5; -1,5; 1); \quad R =$$

Учитель

Ученик

10. Самостоятельная работа учащихся с целью проверки знаний, умений и навыков. Слайд 24.

Используется раздаточный материал.

Для учащихся быстро справившихся с самостоятельной работой предлагается дополнительная задача:

Дополнительная задача (на карточке)

Сфера задана уравнением

$$X^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z = 4$$

- а) Найдите координаты центра и радиуса сферы
- б) Найдите значение m , при котором т. $A(0;m;2)$ и $D(1;1;m-2)$ принадлежат данной сфере.

-Решение задачи разбирается на уроке при наличии времени.

11. Подведение итогов.

-Что нового вы узнали сегодня на уроке?

-Что учились делать?

12. Постановка домашнего задания.

Слайд 25.



СФЕРА

УРАВНЕНИЕ СФЕРЫ

- .Понятие сферы и её элементов
- .Уравнение сферы в заданной системе координат
- .Решение задач по данной теме



СОЦИАЛЬНАЯ СФЕРА

Социальная сфера – это структура общества и отношения между разнообразными социальными группами



Социальная сфера - это система социальных отношений, т.е. отношений между группами людей, занимающими различное положение в социальной структуре общества.

Политическая сфера – это система политических и правовых отношений, возникающих в обществе.

ПОЛИТИКА И ПРАВО

Политика – сфера общественной деятельности, связанная с завоеванием, удержанием и осуществлением власти

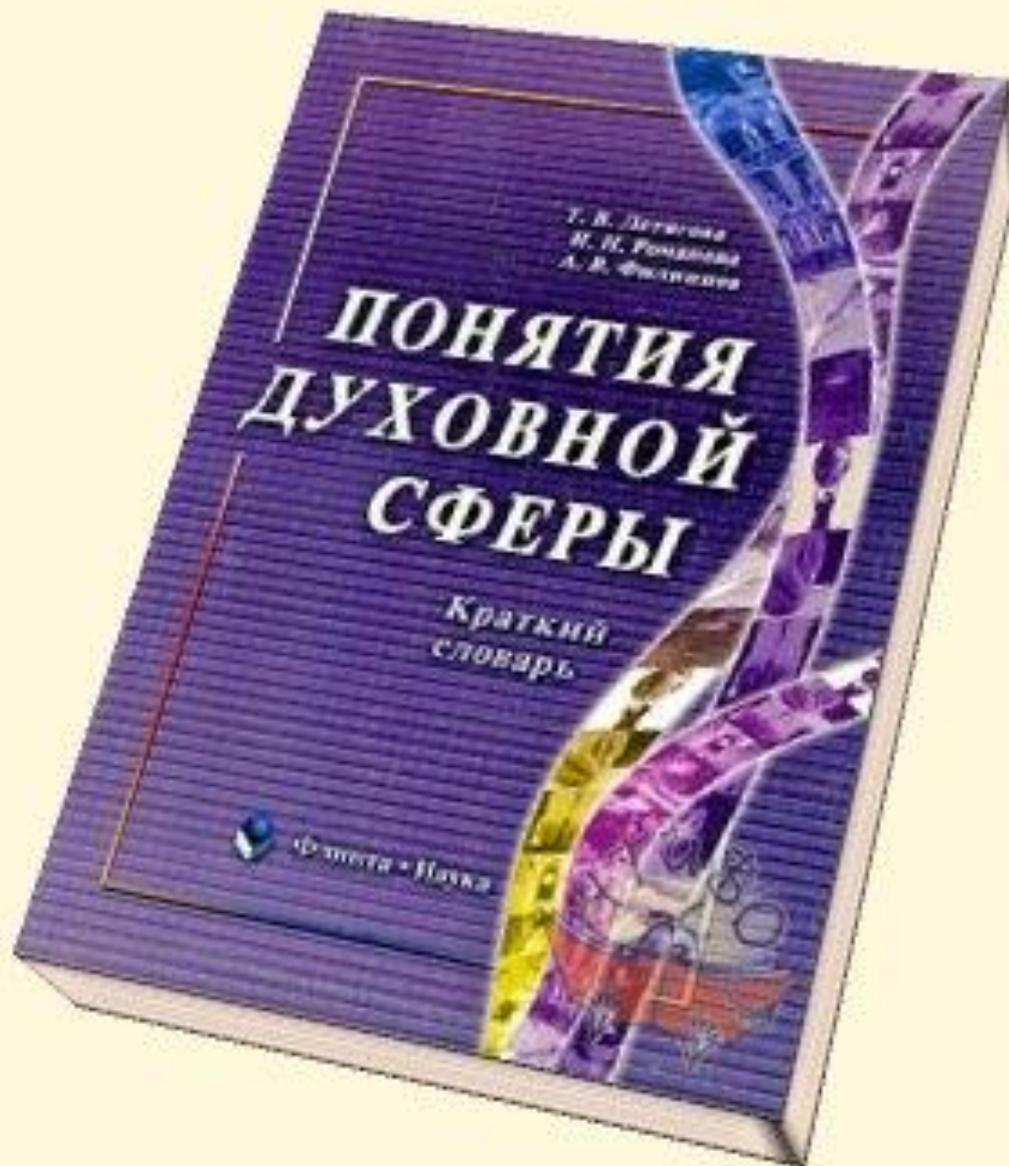


ДУХОВНАЯ СФЕРА

наука, нравственность, религия,
философия, искусство,
научные учреждения,
учреждения культуры,
религиозные организации и
соответствующая деятельность людей

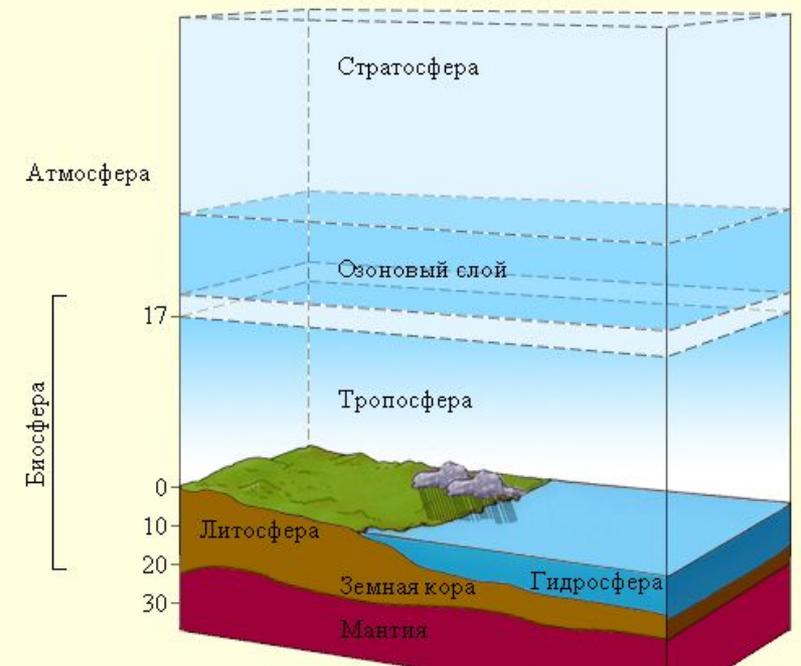
© С.К. Свечников, 2006-2007 svetnikovsk@mail.ru

Духовная сфера – это система отношений между людьми, отражающая духовно-нравственную жизнь общества, представленную такими подсистемами, как культура, наука, религия, мораль, идеология, искусство.

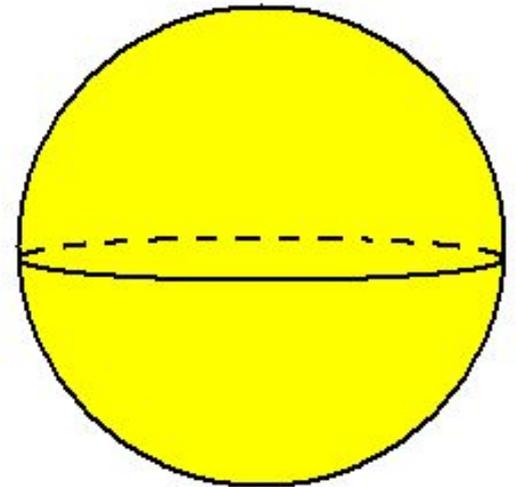
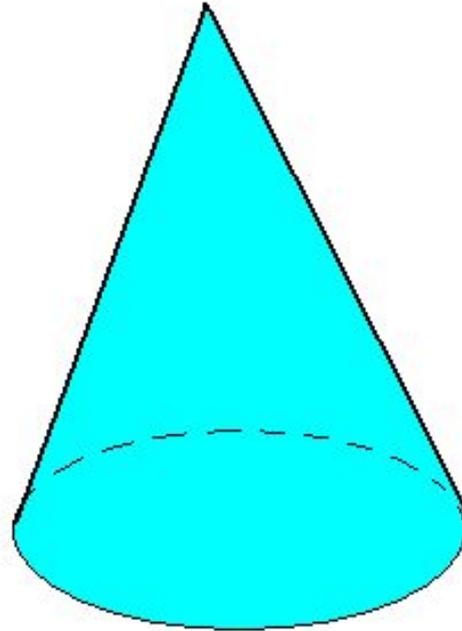
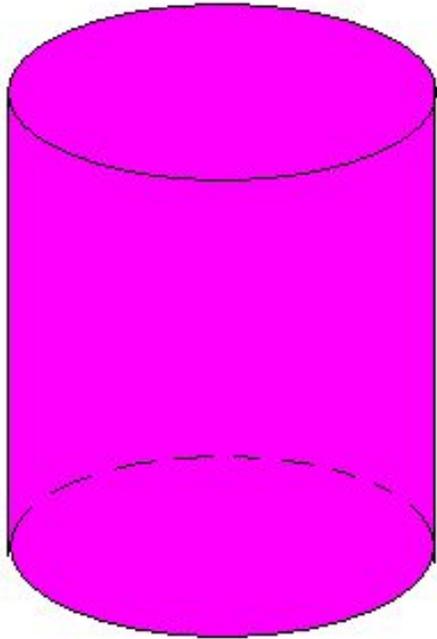


География

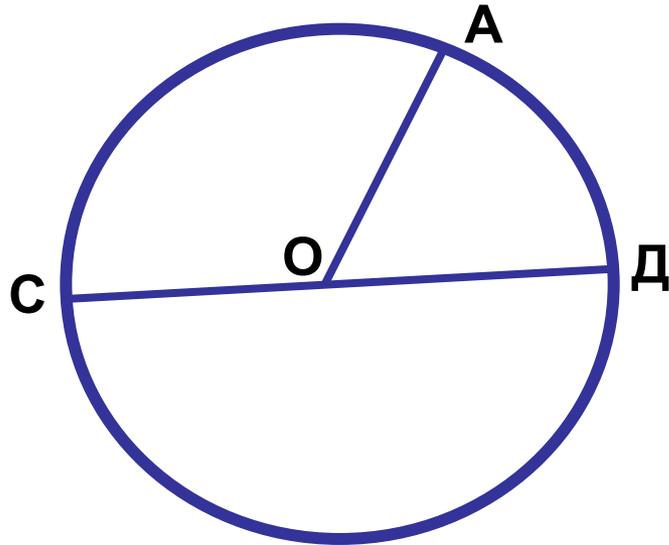
4 сферы Земли - литосфера, гидросфера, биосфера и атмосфера.
Небесная сфера.



ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ



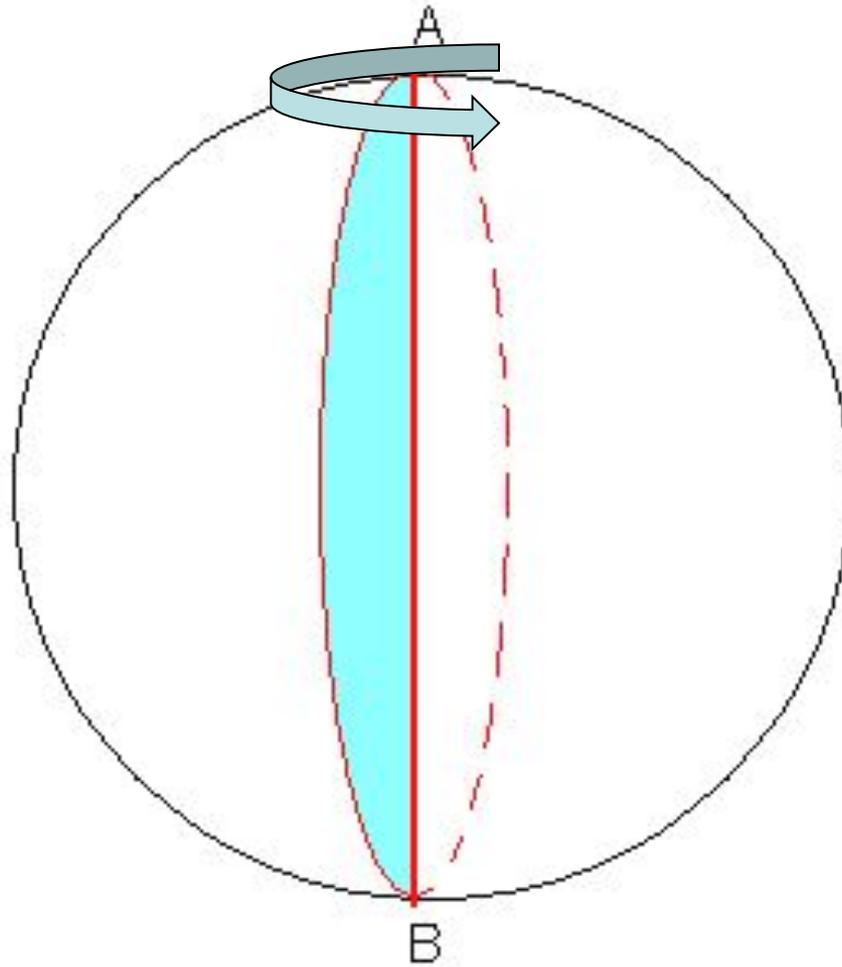
ОКРУЖНОСТЬ



- Окружность-множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки.
- т.О - центр окружности
- ОА – радиус окружности (обозначение: R ; r)
- СД – диаметр окружности ($d=2r$)
- Дуга СД - полуокружность

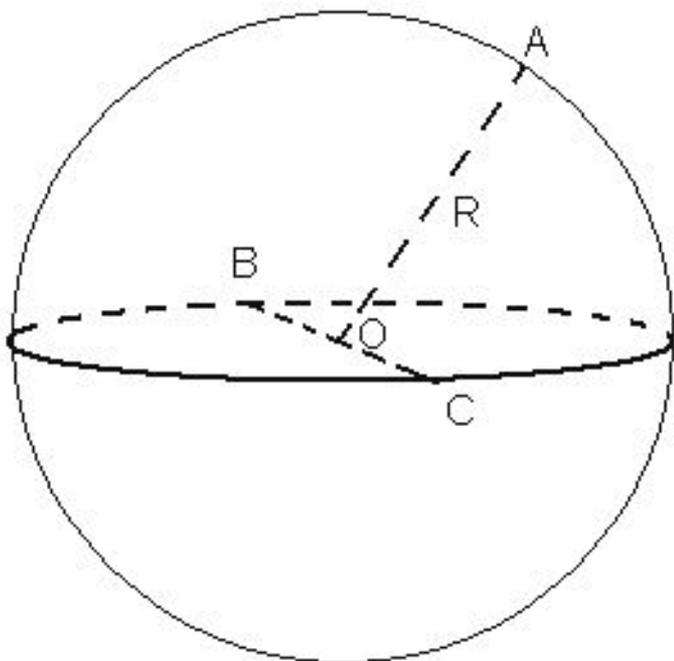


Тело вращения - сфера



Определение сферы

- Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.

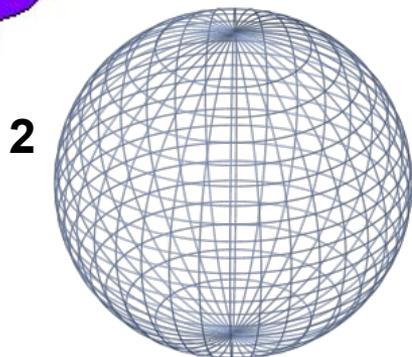
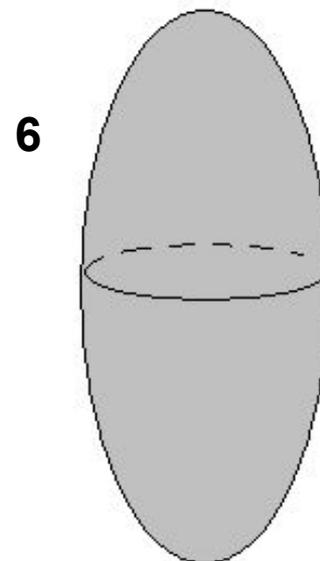
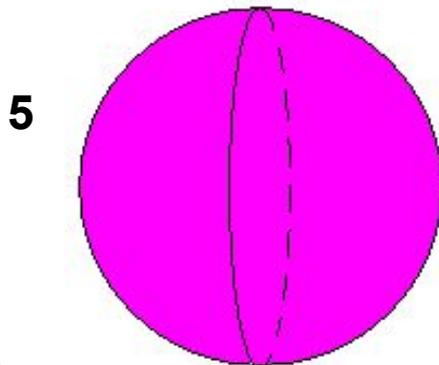
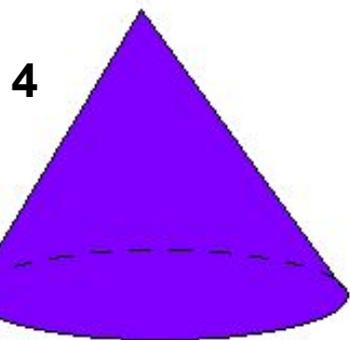
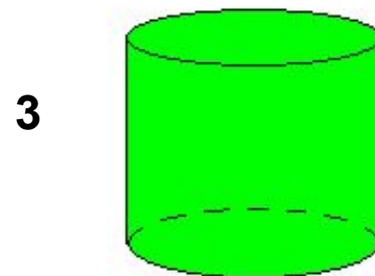
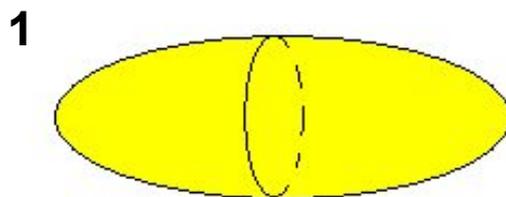
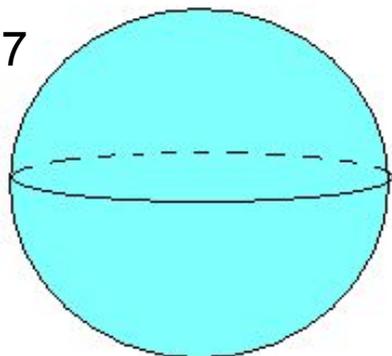


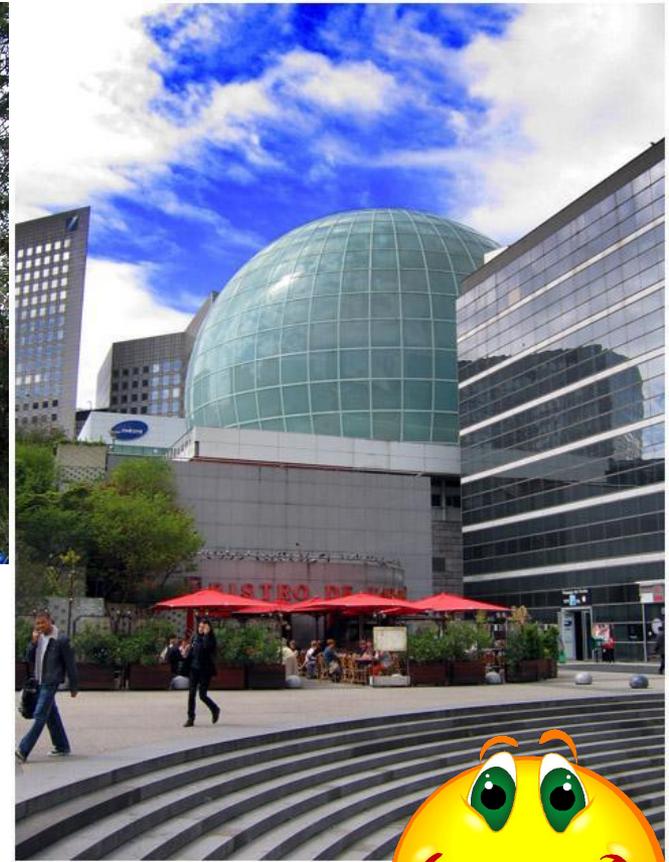
Элементы сферы

- т.О - центр сферы
- ОА – радиус сферы.
- Любой отрезок, соединяющий центр и какую-нибудь точку сферы называется радиусом сферы.
- ВС – диаметр сферы.
- Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется диаметром сферы
- $d=2r$



Какие из тел, изображенных на рисунках, являются сферой?





№573(а)

- Точки A и B лежат на сфере с центром O , не принадлежащем AB , а точка M лежит на отрезке AB . Докажите, что:
а) если M – середина отрезка AB , то $OM \perp AB$.



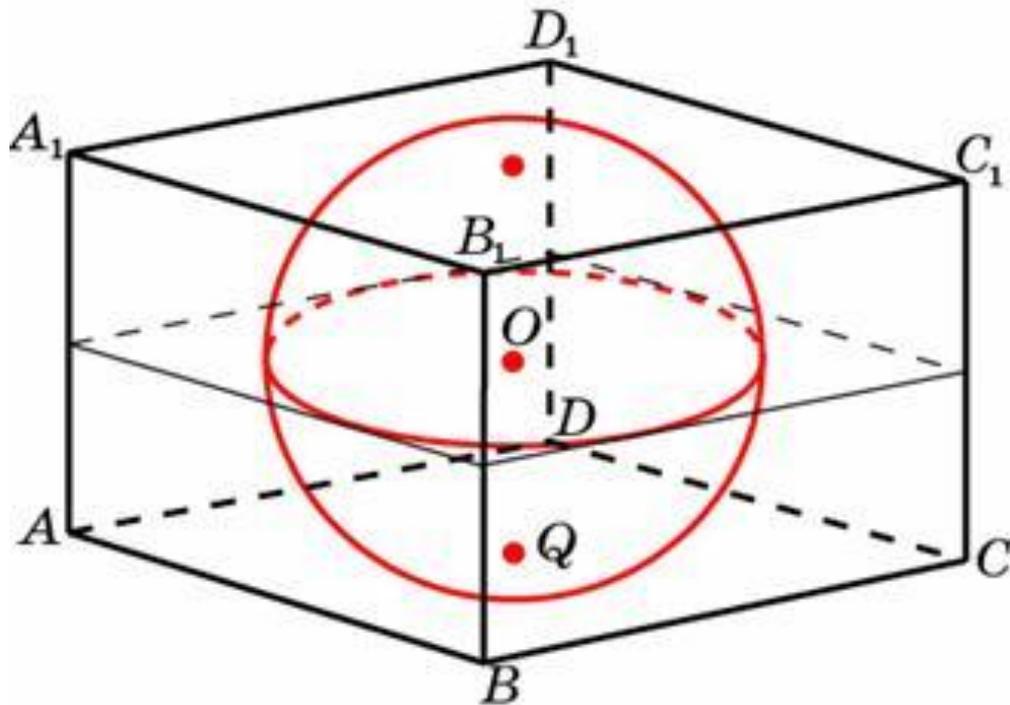
№574(а)

- Точка M – середина отрезка AB , концы которого лежат на сфере радиуса R с центром O . Найдите:
- а) OM , если $R = 50$ см, $AB = 40$ см



ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

(устно)



ФИПИ, 2011

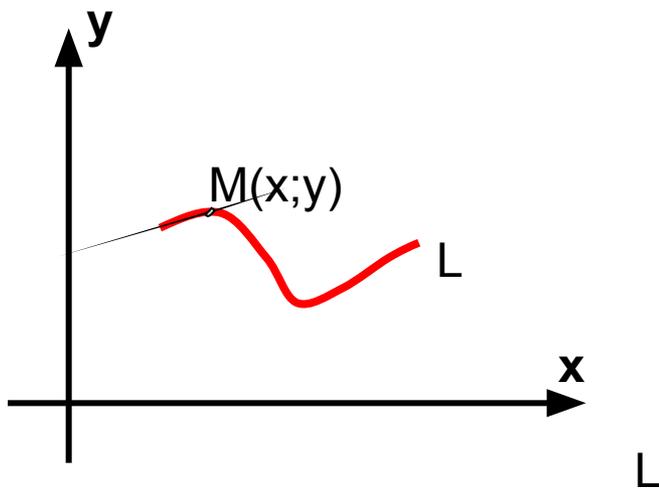
В9

Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 4. Найдите его объем.

Ответ: 512



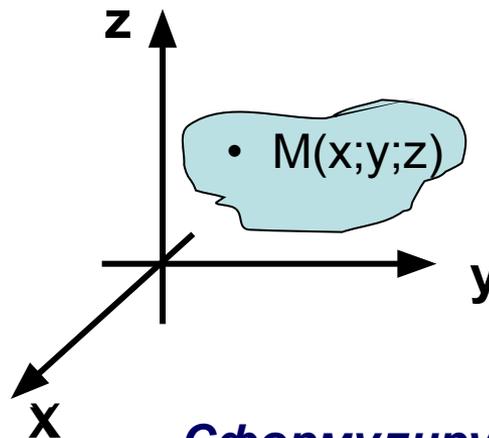
На плоскости



**Сформулируйте
определение линии L на
плоскости**

Уравнение с двумя переменными x и y называется уравнением линии L , если этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки линии L и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой линии

В пространстве

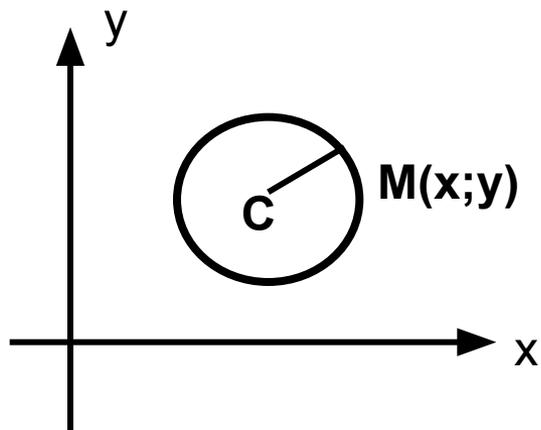


**Сформулируйте
определение уравнения
поверхности в
пространстве**

Уравнение с тремя переменными x, y, z называется уравнением поверхности, если этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки поверхности и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой поверхности



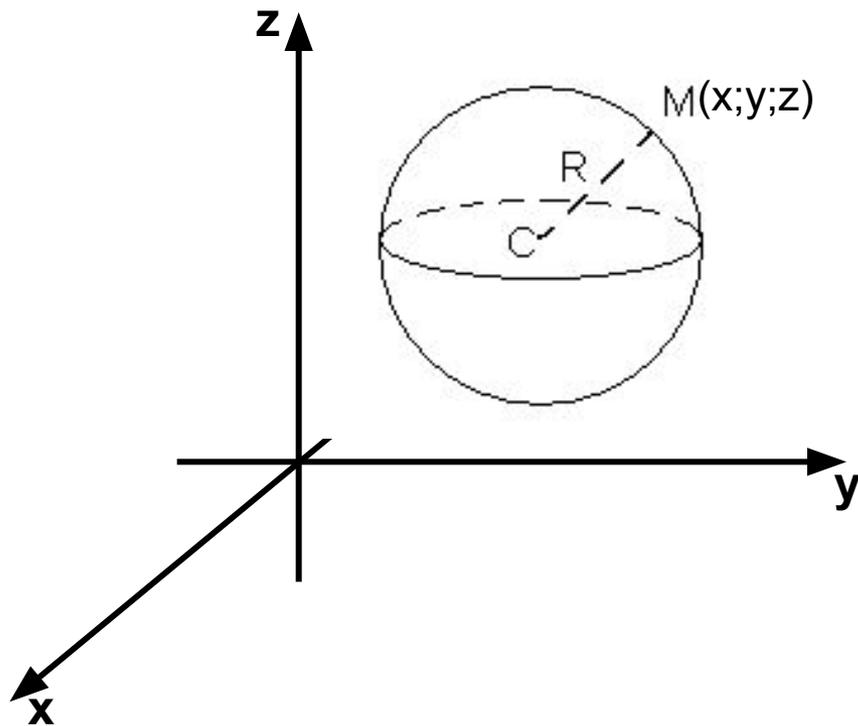
На плоскости



$$d = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

В пространстве



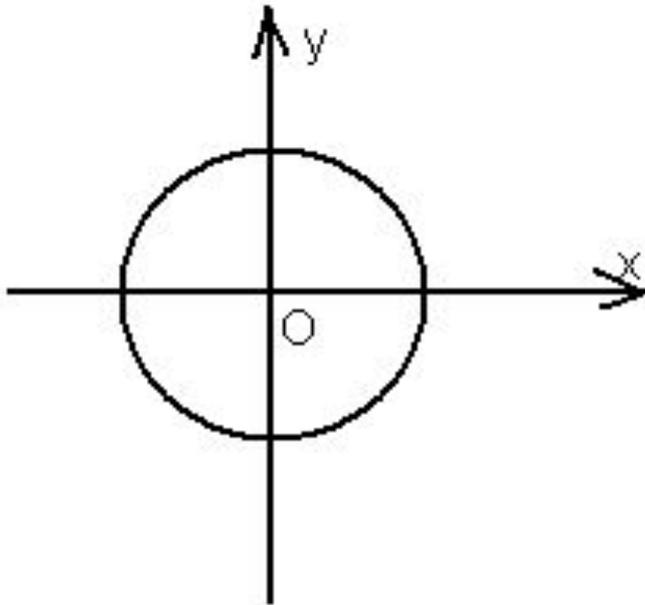
$$d = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$



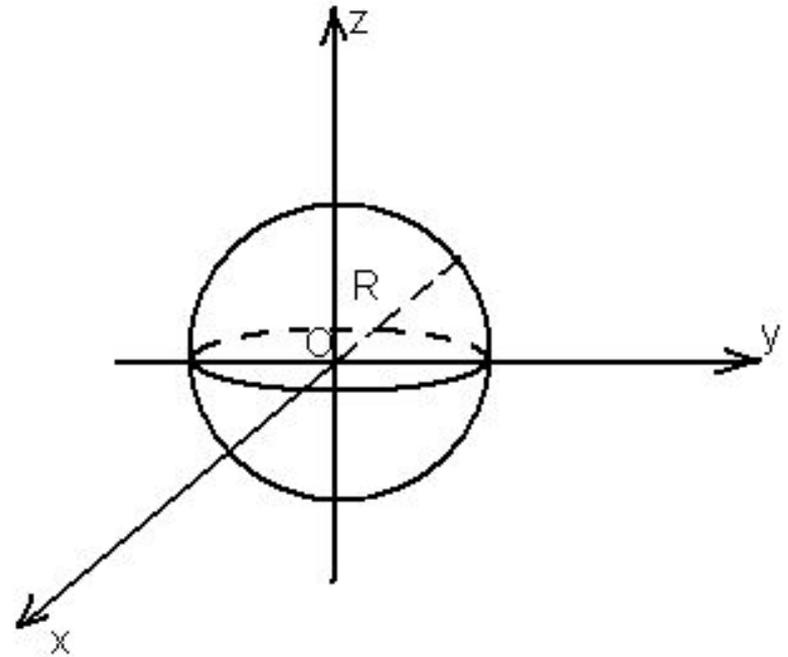
Частные случаи

- 1. Уравнение окружности с центром в т.О(0;0) и радиусом r



$$x^2 + y^2 = r^2$$

- 1. Уравнение сферы с центром в т.О(0;0;0) и радиусом R



$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$



Выбрать из предложенных уравнений – уравнение сферы:

- 1. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$
- 2. $(x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 2^2$
- 3. $2x + 3y = 6$
- 4. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+8)^2 = 9$
- 5. $2x^2 - 5x + 3 = 0$
- 6. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$
- 7. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-7)^2 = 9$
- 8. $x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 0$
- 1. Ур-е окружности
- 2. Ур-е сферы
- 3. Ур-е прямой
- 4. Ур-е сферы
- 5. Ур-е параболы
- 6. Ур-е сферы
- 7. Ур-е сферы
- 8. ?



В данных уравнениях определите
координаты центра сферы и
радиус

- 1. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 7)^2 = 9$

- 2. $(x - 6)^2 + (y + 0,5)^2 + z^2 = 5$

- 3. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$

- 4. $x^2 + y^2 + z^2 = 49$



*Составьте уравнение сферы по
следующим данным центра и радиуса
сферы:*

1. Дано: $C(-2;8;1)$; $R=11$

2. Дано: $A(3;-2;0)$; $R=0,7$

3. Дано: $O(0;0;0)$; $R=1$

Проверяем ответы:

$$(x + 2)^2 + (y - 8)^2 + (z - 1)^2 = 121$$

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 0,49$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$



Задача

- Определить принадлежит ли т.А сфере, заданной уравнением

$$(x - 3)^2 + (y + 7)^2 + (z - 5)^2 = 30$$

если: а) т.А(5;-2;6)

б) т.А(-5;2;6)

Решение:

$$(5 - 3)^2 + (-2 + 7)^2 + (6 - 5)^2 = 30$$

Равенство **верное**,
следовательно А(5;-2;6)
принадлежит сфере

$$(-5 - 3)^2 + (2 + 7)^2 + (6 - 5)^2 = 30$$

Равенство **неверное**,
следовательно А(5;-2;6)
не принадлежит сфере



№577

Напишите уравнение сферы с центром A , проходящей через точку N , если $A(-2;2;0)$; $N(5;0;-1)$



№579 (а ,г)

- Докажите, что каждое из следующих уравнений является уравнением сферы. Найдите координаты центра и радиус этой сферы:
- а) $x^2 - 4x + y^2 + z^2 = 0$
- г) $x^2 - x + y^2 + 3y + z^2 - 2z = 2,5$



сферы».

1 вариант

1. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 25 \quad \text{уравнением:}$$

2. Напишите уравнение сферы радиуса $R = 7$ с центром в т.А
(2;0;-1)

3. Лежит ли т.А(-2;1;4) на сфере, заданной уравнением:

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 1$$

4. Точки А и В принадлежат сфере. Принадлежит ли сфере любая точка отрезка АВ?

5. Найдите координаты центра и радиус сферы:

$$x^2 - 6x + y^2 + z^2 = 0$$

Самостоятельная работа по теме: «Сфера. Уравнение сферы».

2 вариант

1. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной

$$(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16 \quad \text{уравнением:}$$

2. Напишите уравнение сферы радиуса $R=4$ с центром в т.А
(-2;1;0)

3. Лежит ли т.А(5;-1;4) на сфере, заданной уравнением:

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$$

4. Точки А и В принадлежат сфере. Принадлежит ли сфере середина отрезка АВ?

5. Найдите координаты центра и радиус сферы:

$$x^2 + y^2 + 6y + z^2$$

Домашнее задание:

- 1. В тетради «Теория»:
 - а) Выучить определение сферы и её элементов; уравнение сферы.
 - б) Изобразить шар, сформулировать определение шара и его элементов. (Помощь в учебнике на стр.129 п.58)
- 2. Выполнить упражнения: № 573(б); № 576(в); 577(в)
- Дополнительно (по желанию): найти информацию о теле вращения – тор.



Спасибо за урок.

Успехов в учебе!