МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

III. Элементы гидростатики

Гидростатика – рассматривает покоящееся состояние жидкости.

Различают два вида покоя:

Абсолютно покоящаяся жидкость

это такое состояние, когда частицы жидкости относительно друг друга не перемещаются и весь объем тоже неподвижен.

Относительно покоящаяся жидкость

это когда частицы друг относительно друга не движутся, а весь объем перемещается в пространстве

Поверхности, на которых устанавливается одинаковое давление называются ***поверхностями уровня***.

Гидростатическое давление

Давление жидкости на единицу поверхности называется ***гидростатическим давлением*** или просто ***давлением*.**

$$p = \frac{P}{F}$$

Единица измерения гидростатического давления и системе СИ ***Ньютон па квадратный метр*** (Н/м^2), обозначается Па (*паскаль*).

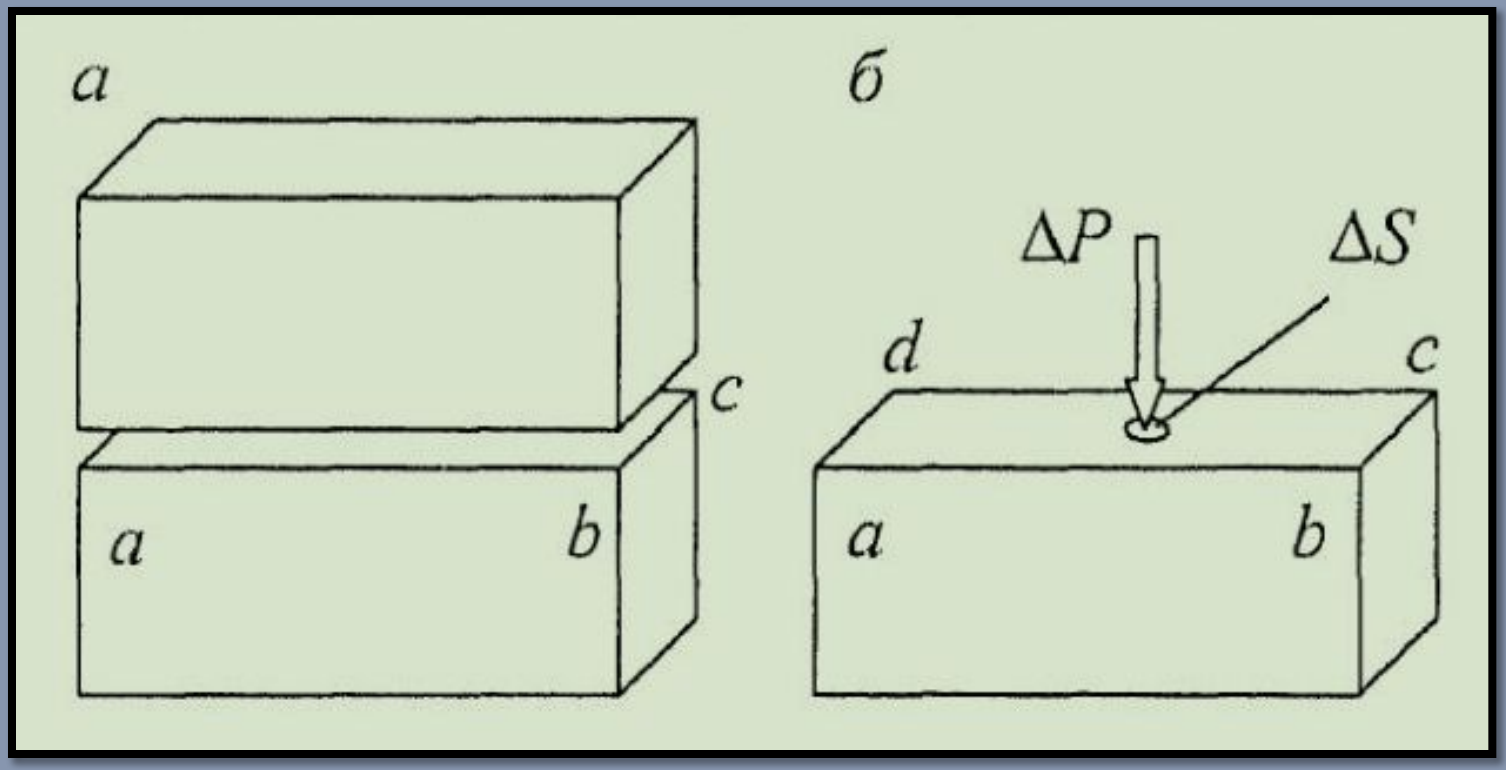
1 МПа = 10^6 Н/м^2,
1 бар = 10^5 Н/м^2.

1 ат = 1 кгс/см^2 = 0,98 1 бар=
= 98066,5 Па.

Одна из основных задач гидростатики – изучение распределения давления в жидкости

Зная распределение давления, можно на основании законов гидростатики рассчитать силы, действующие со стороны покоящейся жидкости на тела:

на стенки и дно сосуда, на откосы плотины, оградительных и регуляционных сооружений, причалов и т.д



$$p_{ср} = \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

Среднее гидростатическое давление – сила, приходящаяся в среднем на единицу площади

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

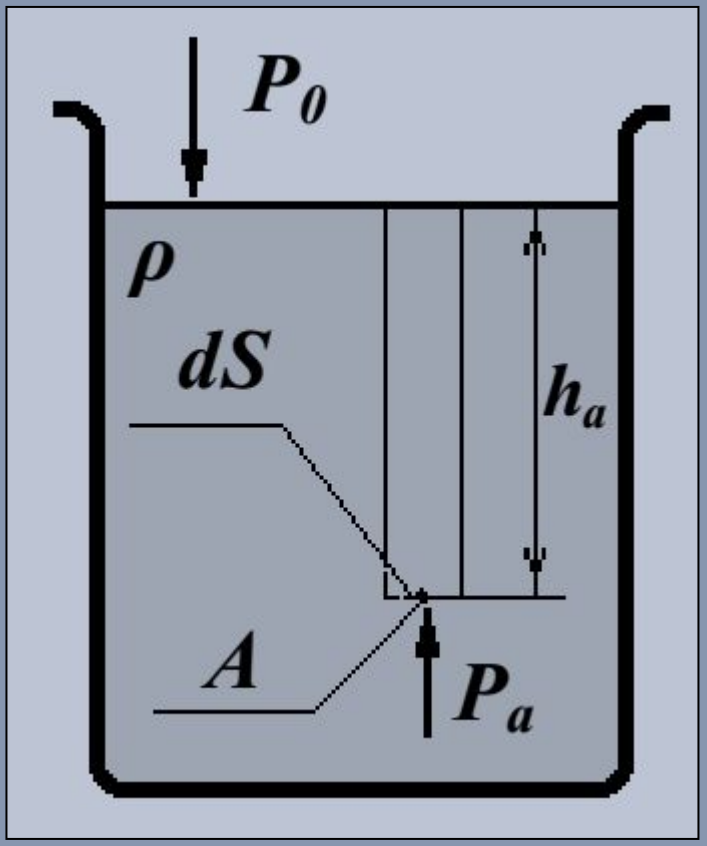
Если уменьшать площадку ΔS, то предел отношения ΔP к ΔS выразит величину ***истинного*** гидростатического давления в точке

Гидростатическое давление обладает следующими свойствами:

1. Гидростатическое давление действует по нормали к площадке действия и является сжимающим, иначе появились бы силы, действующие вдоль поверхности, что вызвало бы перемещение жидкости

2. Величина гидростатического давления в данной точке зависит не от направления (угла наклона) площадки действия, а от положения точки в пространстве

Основное уравнение гидростатики



Сверху на площадку dS действует внешнее давление P_0 ($P_0 = P_{атм}$) и вес столба жидкости, высотой h_a. *Снизу* – давление в т. А - P_a. Уравнение сил, действующих на площадку:

$$dSP_0 + dSh_a g\rho = P_a dS$$

Разделив это выражение на dS , получим выражение для P в любой точке покоящейся жидкости (где h – глубина жидкости , на которой определяется давление P):

$$P = P_0 + \rho g h$$

основное уравнение гидростатики

Атмосферное давление - это сила, действующая со стороны воздушной атмосферы на единицу площади поверхности Земли в перпендикулярном к поверхности направлении.

Среднюю величину атмосферного давления можно получить, если разделить вес всех молекул воздуха на площадь поверхности Земли.

$$p_{атм} = \frac{вес\ молекул\ воздуха}{площадь\ поверхности\ Земли}$$

$$p_{атм} = 101325 Па = 101325 \frac{Н}{м^2} = 760 мм.рт.ст.$$

Следствия основного уравнения гидростатики:

1. Закон Паскаля:

давление, приложенное к граничной поверхности покоящейся жидкости, передаётся всем точкам этой жидкости по всем направлениям одинаково.

Закон используется в различных гидравлических устройствах:

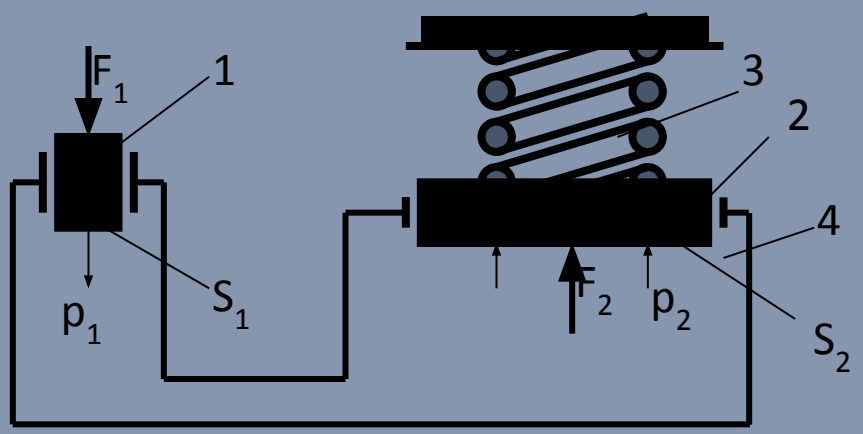
- гидропресс,
- гидродомкрат,
- гидроаккумулятор

Одинакова лишь та часть (составляющая), которая приложена к **граничной поверхности жидкости**.

2. На равной глубине в покоящейся жидкости давление одинаково.

В результате можно говорить о поверхностях равного давления. Для жидкости, находящейся в абсолютном покое или равномерно движущейся, эти поверхности – горизонтальные плоскости.

Гидропресс – предназначен для создания больших усилий.



Устройство:
1-поршень первого гидроцилиндра;
2-поршень второго гидроцилиндра;
3-пружина сопротивления (деталь для прессования);
4-рабочая жидкость.

Если к поршню, имеющему площадь S_1, приложить некоторую силу, то эта сила будет передаваться на жидкость, и с такой же силой жидкость будет действовать на поршень, площадью S_2.

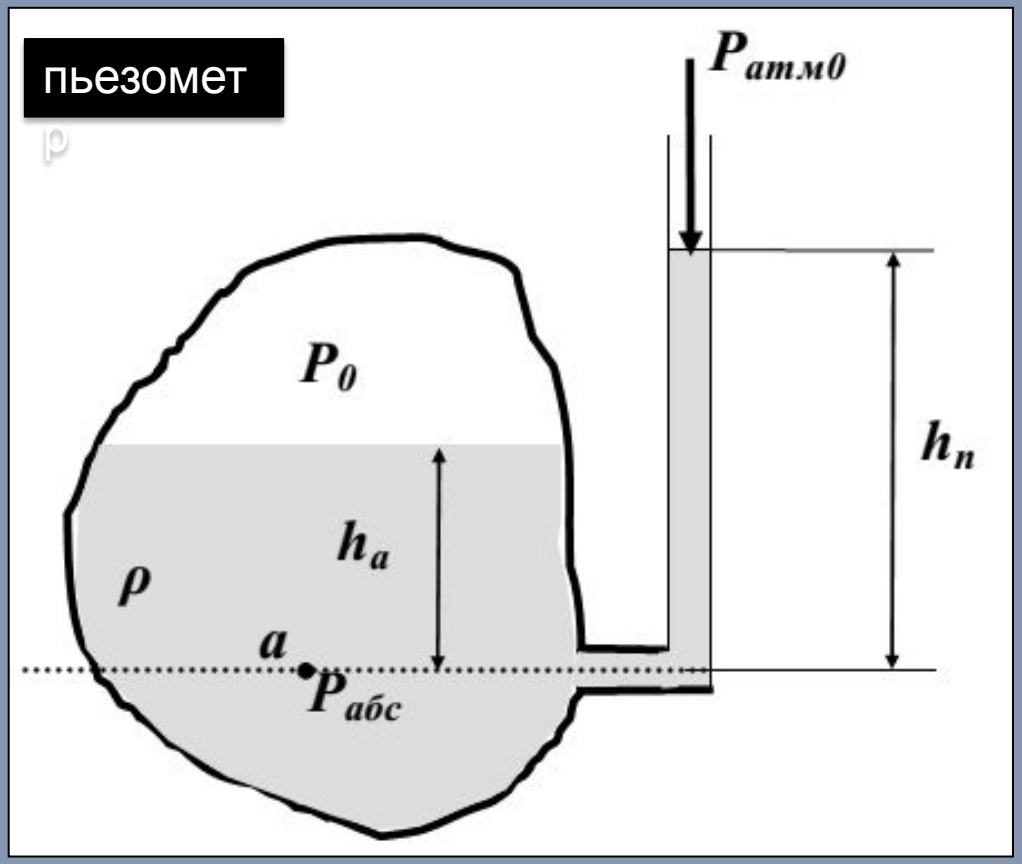
из равенства сил давления следует, что

$$p_1 S_1 = p_2 S_2$$

$$p_2 = p_1 \frac{S_2}{S_1}$$

Следовательно, сжатие тела будет происходить под действием некоторого
давления p_2, которое непосредственно будет зависеть от отношения площадей двух поршней.

Приборы для измерения давления



Абсолютное давление в точке *a*

$$P_{абс} = P_0 + \rho g h_a$$

С другой стороны, это же давление можно представить как

$$P_{абс} = P_{атм} + \rho g h_n$$

Отсюда

пьезометрическая высота

$$h_n = \frac{P_0 - P_{атм} + \rho g h_a}{\rho g} = \frac{P_{изб} - P_{атм}}{\rho g}$$

Пьезометрическая высота меняется в зависимости от глубины погружения точки под уровень свободной поверхности жидкости.

Однако сумма пьезометрической высоты $h_п$ и геометрической высоты z данной точки над горизонтальной плоскостью сравнения 0-0 есть величина постоянная.

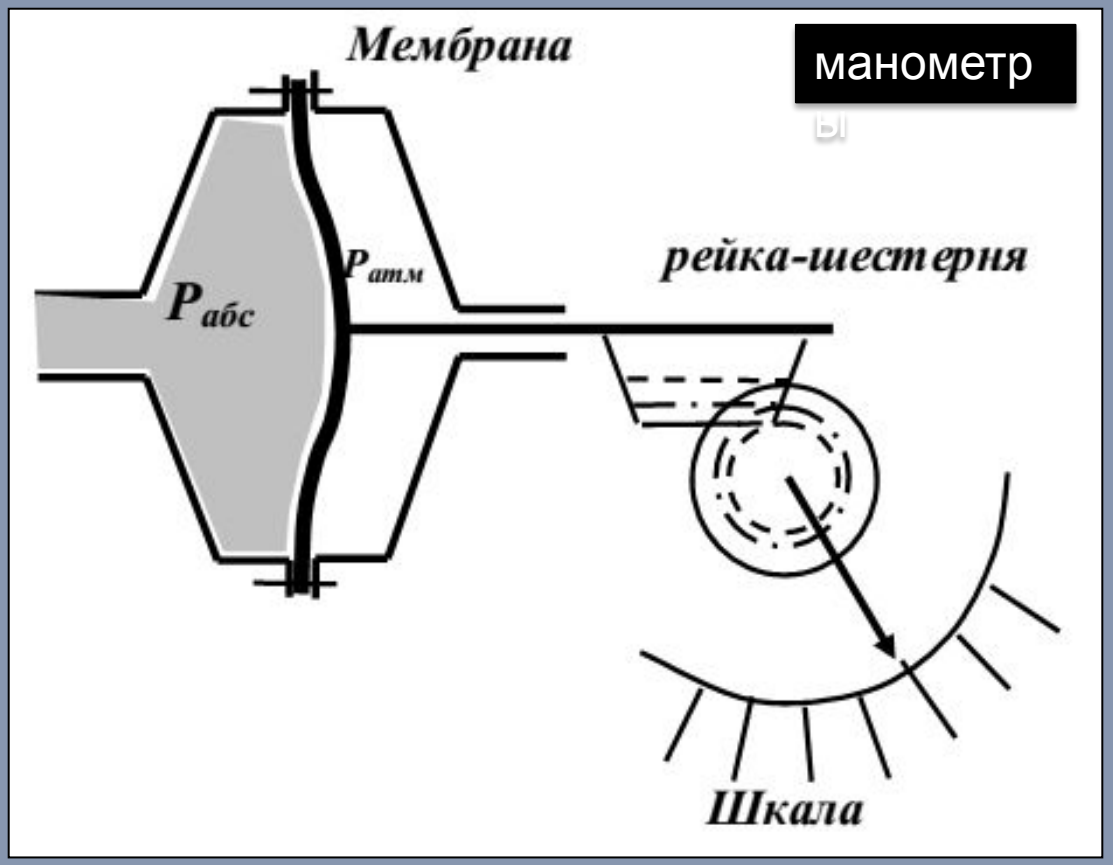
Эта сумма называется **напором H** жидкости:

$$H = h_п + z = const$$

Если абсолютное давление меньше атмосферного $P_{абс} < P_{атм}$, то в жидкости имеет место ***разрежение***, или ***вакуум***.
Такое давление называют ***вакуумметрическим давлением*** $P_{вак}$, а высоту в пьезометре называют вакуумметрической высотой $h_{вак}$.

$$P_{вак} = P_{атм} + P_{абс}$$

$$h_{вак} = \frac{P_{атм} - P_{абс}}{\rho g}$$



эти приборы состоят из чувствительного элемента, который меняет свою форму под воздействием давления, и, связанного с этим элементом, передаточного механизма и регистрирующего прибора (индикатора).

Общим недостатком таких приборов является малое исходное отклонение чувствительного элемента – мембраны.

Приборы для измерения давления (манометры, вакуумметры) показывают не абсолютное давление внутри замкнутого объема, а разность между абсолютным и атмосферным, или барометрическим, давлением. Эту разность называют ***избыточным*** давлением [*ати*].

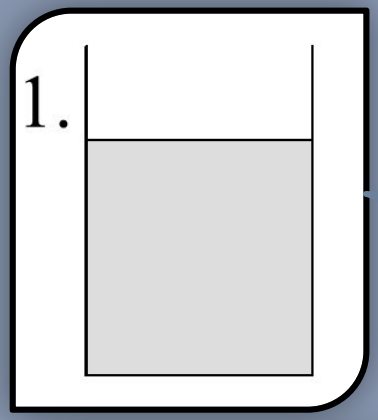
Соотношения между единицами измерения давления:

1 атм (физ)= 760 мм рт.ст.=
=10,33 м вод.ст. = 1,033 кгс/см^2 =
=10330 кгс/м^2 = 101300 н/м^2 (Па)

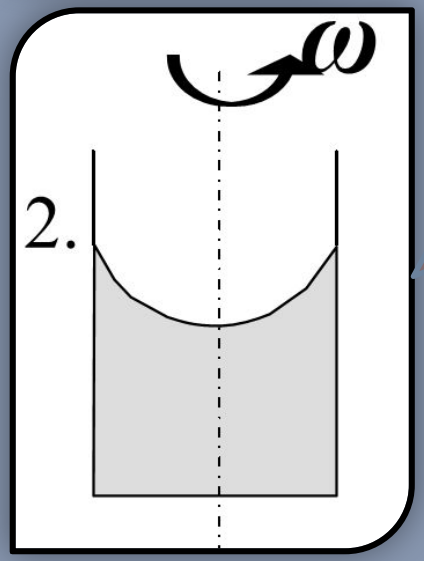
1 ат (техн) = 735,6 мм рт.ст. =
=10 м вод.ст. =1 кгс/см^2 =
=10000 кгс/м^2 = 98100 н/м^2.

Дифференциальные уравнения равновесия жидкости. (Уравнения Эйлера)

Они получены для общего случая относительного покоя жидкости.
Возможны следующие варианты относительного покоя.

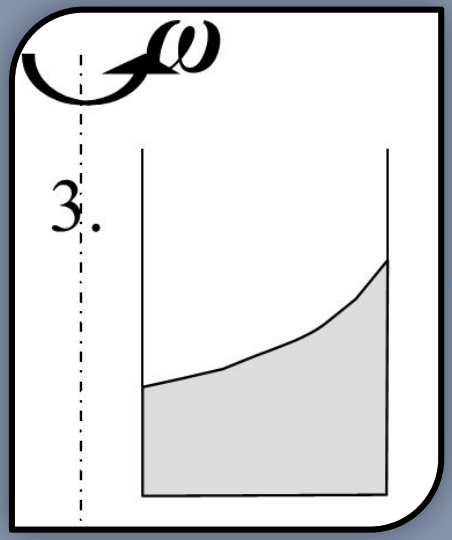


абсолютный покой или
равномерное
движение сосуда с жидкостью.



Вращение сосуда с жидкостью с постоянной угловой скоростью ω вокруг центральной оси.

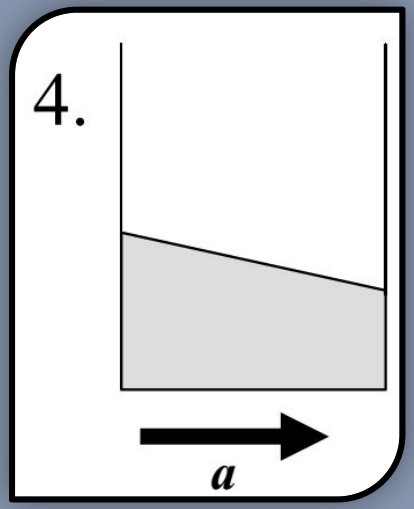
Вся масса жидкости вращается вместе с сосудом, частицы жидкости друг относительно друга не перемещаются, следовательно, весь объём жидкости, представляет собой как бы твёрдое тело.



вращение осуществляется вокруг произвольно расположенной вертикальной оси.

Во втором и третьем случае свободная поверхность жидкости принимает новую форму, соответствующую новому равновесному положению жидкости.

сосуд с жидкостью движется прямолинейно и равноускоренно. (В процессе разгона или остановки цистерны с жидкостью).

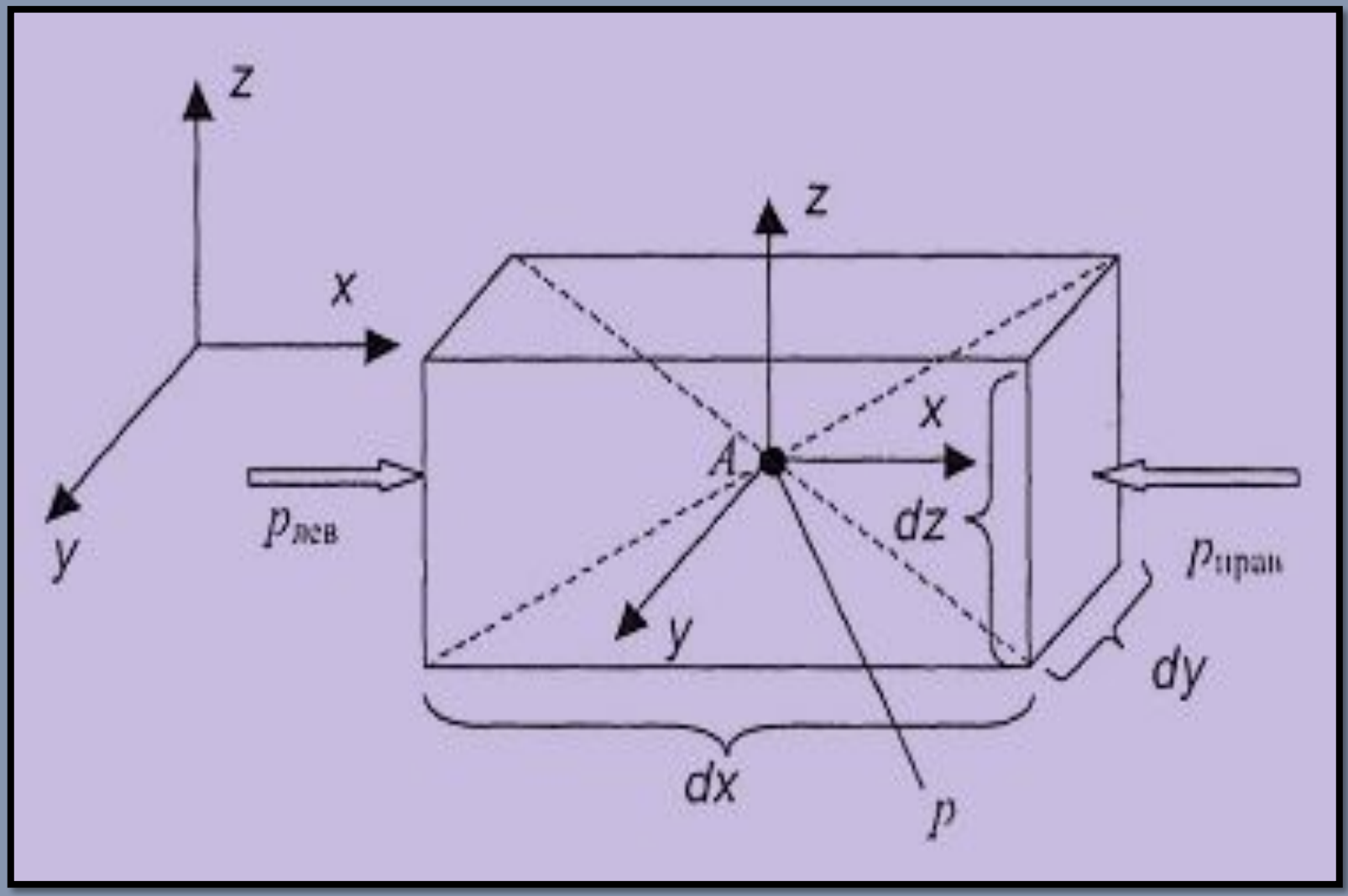


В этом случае жидкость занимает новое равновесное положение, свободная поверхность приобретает наклонное положение, которое сохраняется до изменения ускорения.

Во всех перечисленных случаях на жидкость действуют, во-первых,

силы веса, во-вторых, силы инерции, в-третьих, силы давления

Рассмотрим в произвольной системе координат X,Y,Z произвольную точку А. Вблизи этой точки выделим элементарный объём dz dy dx.



считаем, что приращение давления на участке **dx** в направлении оси **x** равно **dp**, поэтому величины давлений на левую и правую грани параллелепипеда составят соответственно:

$$p_{лев} = p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

$$p_{прав} = p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

Сила, действующая на параллелепипед в направлении оси x

$$\left(p_{лев} - p_{прав}\right)dydz = \left[\left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right) - \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)\right]dydz = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz \quad (1)$$

Проекция объемных сил на ось x:

$$\rho X dx dy dz \quad (2)$$

Сумма выражений (1) и (2) при равновесии должна быть равна нулю (как сумма всех сил, действующих на параллелепипед в направлении оси x), поэтому

$$-\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x}}\mathrm{dxd}y dz+\rho \mathrm{X}\mathrm{dxd}y dz=0$$

или

$$-\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x}}+\rho \mathrm{X}=0$$

Аналогично для проекций на оси y и z:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial y}+\rho Y=0,\\ -\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial z}+\rho Z=0. \end{aligned}\right\}$$

Переписывая эти уравнения в форме, предложенной
Л. Эйлером, получим **дифференциальные уравнения равновесия жидкости**:

$$\begin{cases} X - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ Y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ Z - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} = 0. \end{cases}$$

В таком виде интегрировать уравнение трудно, поэтому их преобразуем:

1-ое уравнение умножаем на **dx**, 2-ое – на **dy**, 3-е – на **dz**.
По второму свойству гидростатического давления:

$$p_y = p_x = p_z = p$$

Тогда сложив эти уравнения получим

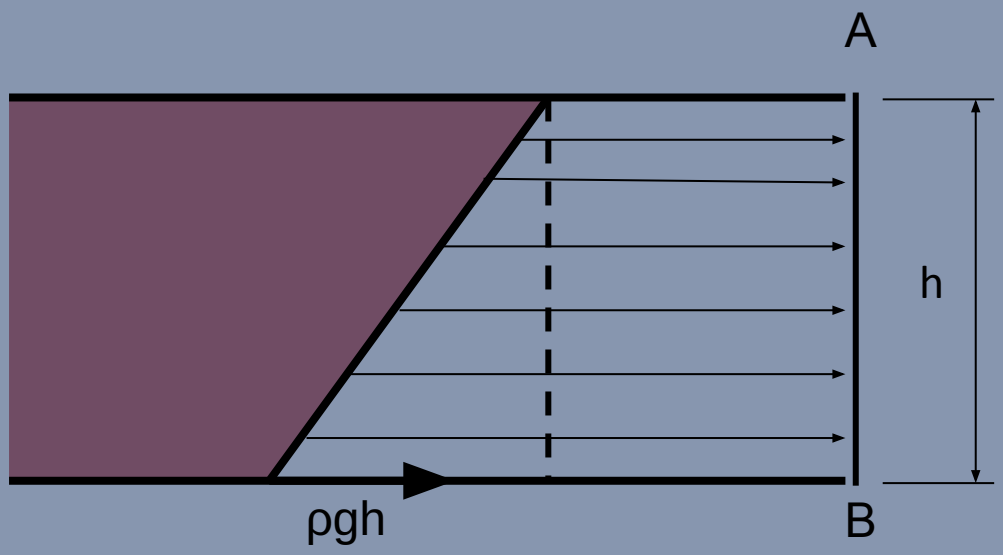
$$X \cdot dx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho}\underbrace{\left(\frac{\partial p_x}{\partial x}dx + \frac{\partial p_y}{\partial y}dy + \frac{\partial p_z}{\partial z}dz \right)}_{\text{полный дифференциал } dp}$$

$$dp = \rho\left(Xdx + Ydy + Zdz\right)$$

уравнение Эйлера в свернутом виде.

Эпюры давления

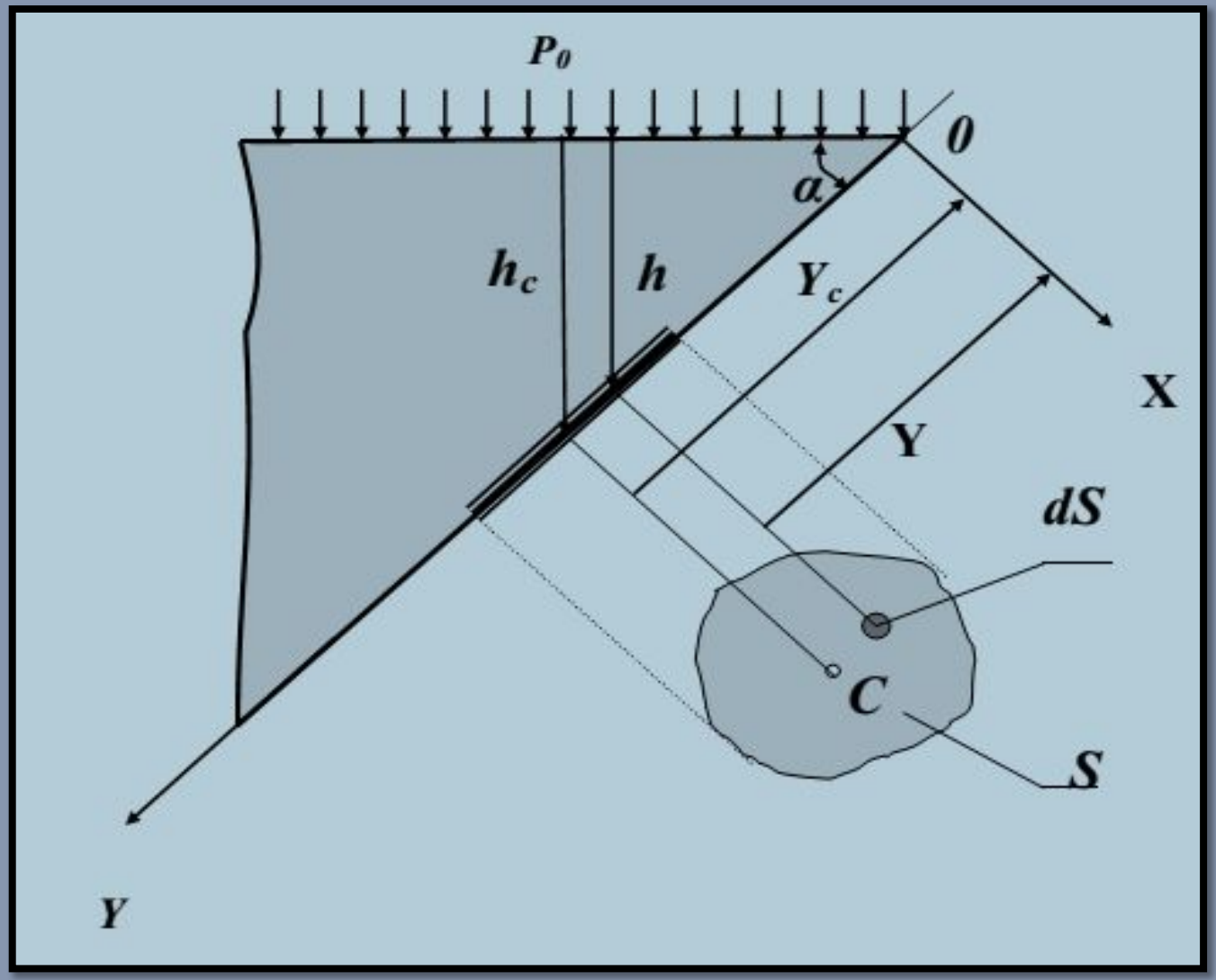
Графическое изображение изменения гидростатического давления в зависимости от глубины вдоль плоской стенки называют **эпюрой давления.**



При построении эпюры помнить, что гидростатическое давление **всегда** направленно **по нормали** к площадке (стенке). Вдоль стенки давление изменяется по закону $p=p_0+pgh$ (линейно)

- ✔ в точке A: $\mathbf{p_a = p_0}$, т.к. h = 0 и pgh = 0;
- ✔ в точке B: $\mathbf{p=p_0+pgh}$
- ✔ начало векторов p_a и $p_в$ соединяются отрезками прямой.
- ✔ эпюра имеет вид трапеции.

Давление жидкости на плоские стенки



Найти полную силу давления - это значит определить ее

- **величину**
- **направление**
- **точку приложения**

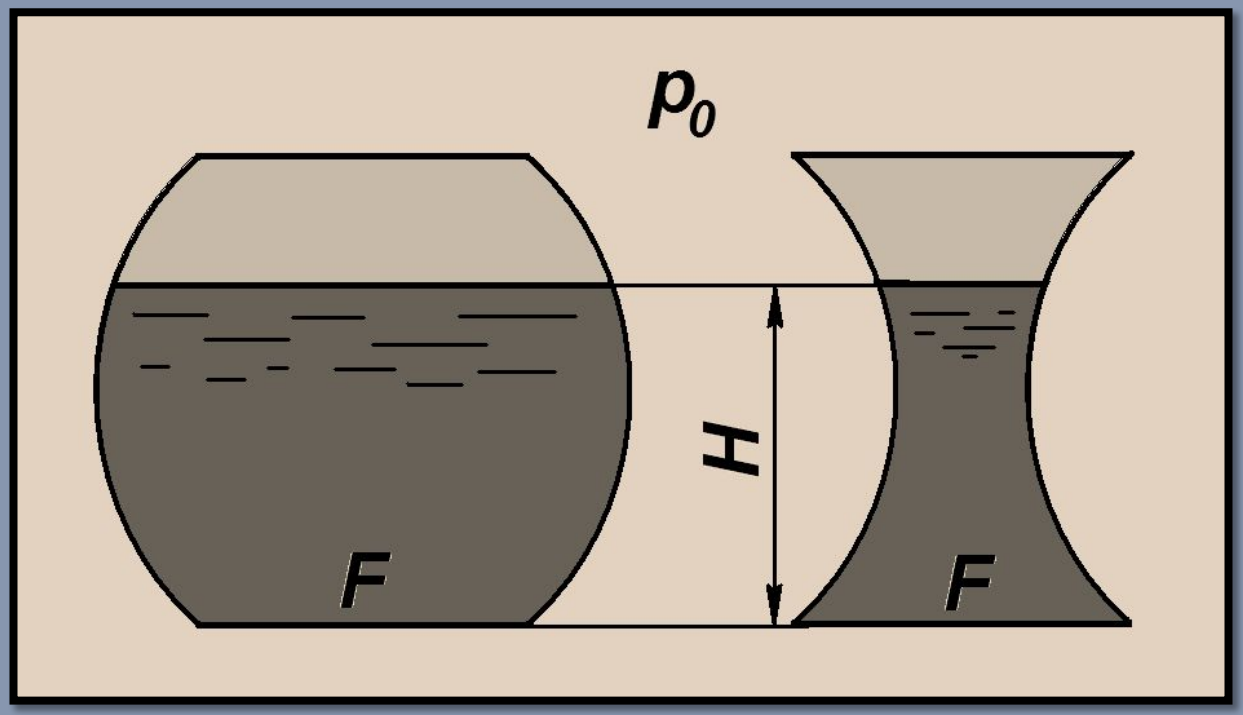
Сумма в скобках является абсолютным давлением в центре тяжести рассматриваемой произвольной площадки.

полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению её площади на величину гидростатического давления в центре тяжести этой стенки.

$$F = (\underbrace{P_0 + \rho g h_c}_{P_c})S.$$

Но эта сила не сконцентрирована в точке, а неравномерно распределена по площади. Т.е. для расчётов, кроме величины силы действующей на наклонную площадку, необходимо знать точку приложения равнодействующей.

Домашнее задание: Какова сила давления жидкости на дно сосуда

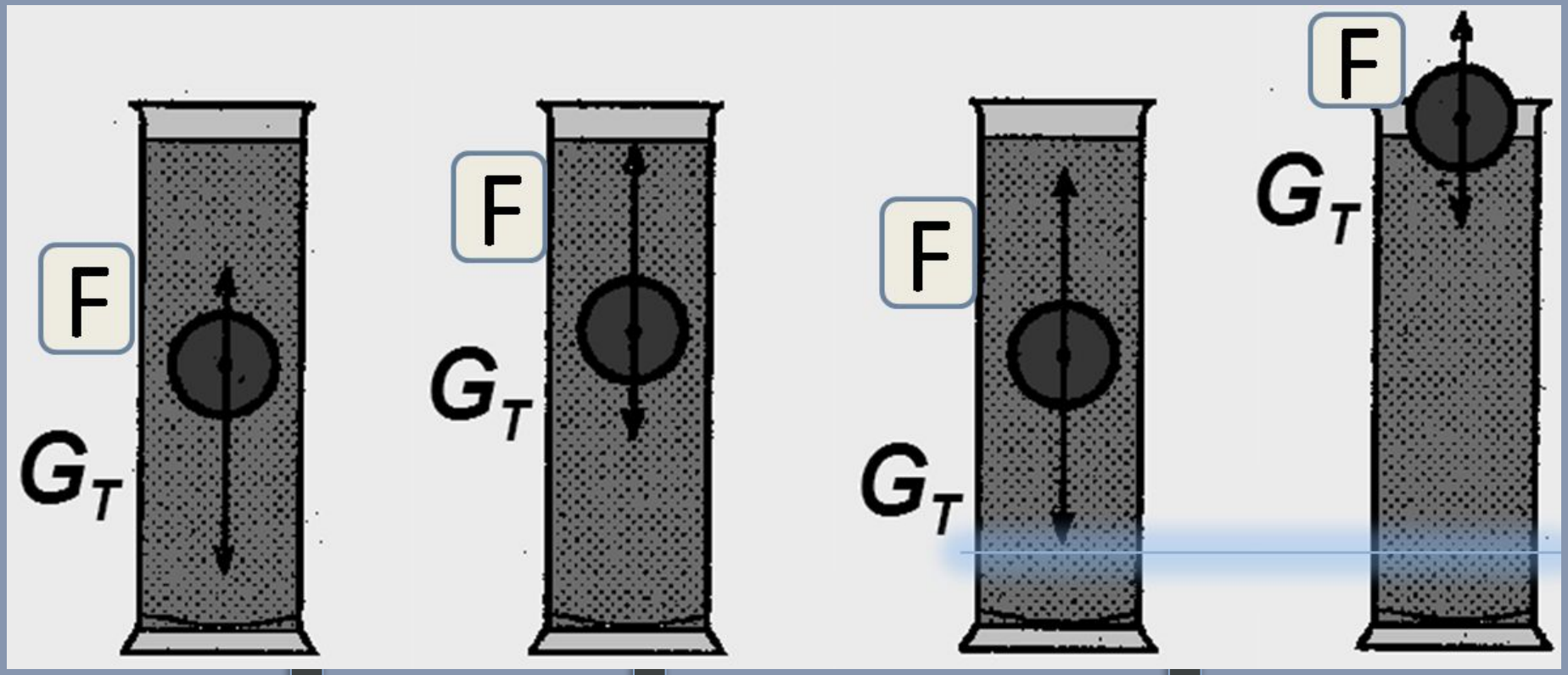


Равновесие тела в покоящейся жидкости

Всякое тело, погруженное в жидкость, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость (**закон Архимеда**)

Способность плавающего тела, выведенного из состояния равновесия, вновь возвращаться в это состояние называется остойчивостью

Условие плавания тел



Если F меньше G_T, то тело тонет

Если F больше G_T, то тело всплывает

Если F равна G_T, то тело находится в состоянии безразличного равновесия

Необходимым условием равновесия плавающего тела является равенство **F = G**

Достаточным условием равновесия является вертикальность линии, соединяющей точки приложения сил F и G, т. е. **центр тяжести C и центр давления D**

варианты равновесия:

если центр тяжести C тела лежит ниже центра давления D, то равновесие является устойчивым

если центр тяжести C тела лежит выше центра давления D, то равновесие является неустойчивым

если центр тяжести C тела совпадает с центром давления D, то равновесие является безразличным (например, плавающий на глубине шар)

Прикладные задачи гидростатики

(разработка практических методов расчета распределения сил в объемах покоящейся жидкости)

1. Разрабатывать методы конструктивно-механических расчетов различных емкостей, резервуаров и сосудов для *хранения и транспортировки жидкостей и газов*	2. На основе полученных закономерностях разрабатывать методы и конструкции *средств измерения давления и уровней в объеме жидкостей*.	3. Разрабатывать конструкции *гидравлических машин и механизмов для передачи усилий*.