

Лекция 5. **Понятие структуры в теории систем**

Содержание лекции:

1. [Одинаковые структуры в природе](#)
2. [Понятие поля. Структура поля по Б. Расселу](#)
3. [Определение структуры системы](#)
4. [Понятия изоморфизма и гомоморфизма](#)
5. [Структура и проблема классификации](#)

Литература

1. *Рассел Б.* Человеческое познание: его сфера и границы.
2. *Светлов Н.М.* Системный анализ целей аграрного производства: Лекция по курсу «Системный анализ» для студентов специальностей «Математические методы в экономике» и «Прикладная информатика в экономике АПК» сельскохозяйственных вузов: Изд. 2-е, испр. и доп. / МСХА им. К.А. Тимирязева. М., 2003.
3. *Исаев В.В.* Общая теория систем: Учеб. пособие. СПб.: СПбГИЭУ, 2001.
4. *Спицнадель В.Н.* Основы системного анализа: Учеб. пособие. М.: Бизнес-пресса, 2000.

1. Одинаковые структуры в природе



2. Структура поля

Поле (по Б. Расселу) – это множество множеств значений аргументов данного отношения

- Например, поле отношения $\text{sum}(x, y, z)$ представляет собой множество $\{R, R, R\}$, где R – множество действительных чисел.

Об отношении, с которым связано поле, говорят, что оно *упорядочивает* это поле.

2. Структура поля

Пусть поле F упорядочивается бинарным отношением $f(k,l)$, а поле G – бинарным отношением $g(m,n)$.

Пусть, далее, задано бинарное отношение ψ такое, что для любого $f(k_1, l_1)$ найдётся такое $g(m_1, n_1)$, что имеет место $\psi(k_1, m_1), \psi(l_1, n_1), \psi(m_1, k_1), \psi(n_1, l_1)$.

Тогда говорят, что поле F , упорядочиваемое отношением f , и поле G , упорядочиваемое отношением g , имеют *одинаковую структуру* в смысле отношения ψ .

2. Структура поля

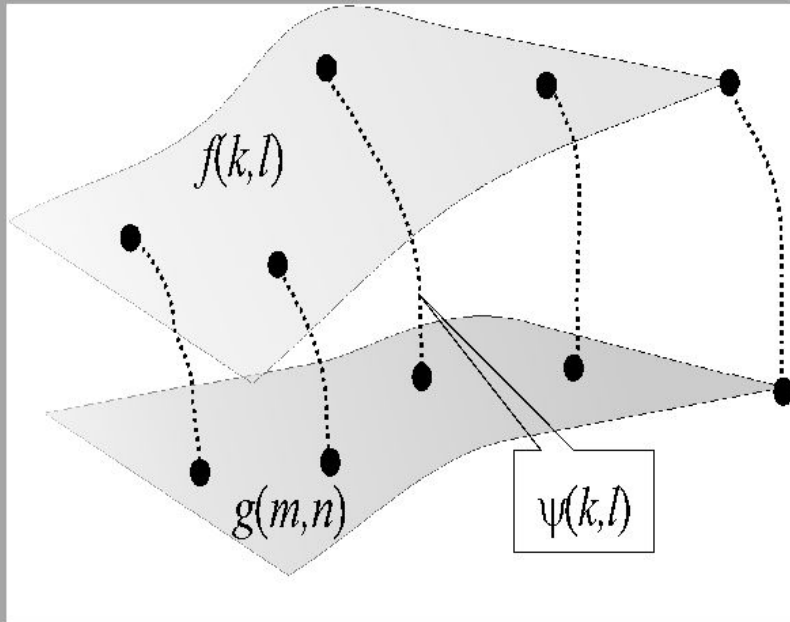
Структура определяется отношением, упорядочивающим поле

- Об одинаковости структур двух полей судят по существованию связывающего их отношения, обладающего вышеуказанными свойствами

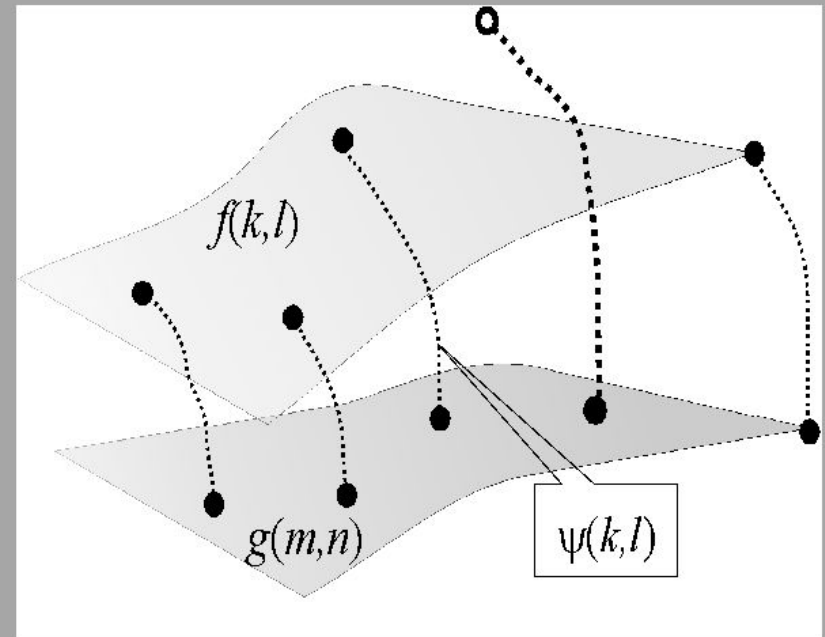
Понятие «одинаковая структура» можно распространить на поля отношений произвольной местности (арности)

Связывающее их отношение ψ всегда бинарное

2. Структура поля



Структура полей F и G
одинакова
в смысле отношения ψ



Структура полей F и G
не одинакова
в смысле отношения ψ

3. Определение структуры системы

Пусть система определена как $\{X, Q\}$, где X – множество её переменных, а Q – множество отношений, связывающих переменные из множества X .



Всегда можно заменить множество отношений Q эквивалентным единственным отношением $q(x_1, \dots, x_n)$, где $\{x_1, \dots, x_n\} = X$.



Тогда система представляет собой поле X' (состоящее из множеств значений n переменных), упорядочиваемое отношением q .



Будем считать, что две системы имеют одинаковую структуру, если одинаковую структуру имеют соответствующие им поля X' .

4. Понятия «изоморфизм» и «гомоморфизм»

Бинарное отношение ψ , позволяющее установить одинаковость структур двух систем, называют изоморфизмом

Системы с одинаковыми структурами называют изоморфными (в смысле отношения ψ)

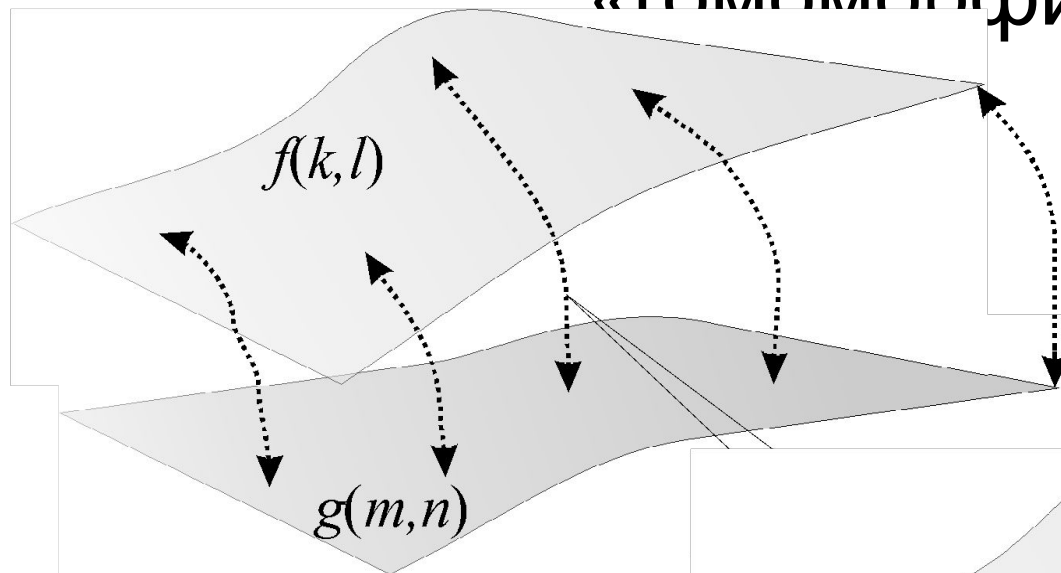
Отношение ϑ , поставленное в соответствие паре систем $\{X, Q\}$ и $\{Y, S\}$ называется гомоморфизмом, если:

- для любого $q(x_1, \dots, x_n)$ найдётся $s(y_1, \dots, y_n)$ такой, что имеет место $\vartheta(x_1, y_1), \dots, \vartheta(x_n, y_n)$,
- но не обязательно имеет место $\vartheta(y_1, x_1), \dots, \vartheta(y_n, x_n)$

Любой изоморфизм по определению является гомоморфизмом.

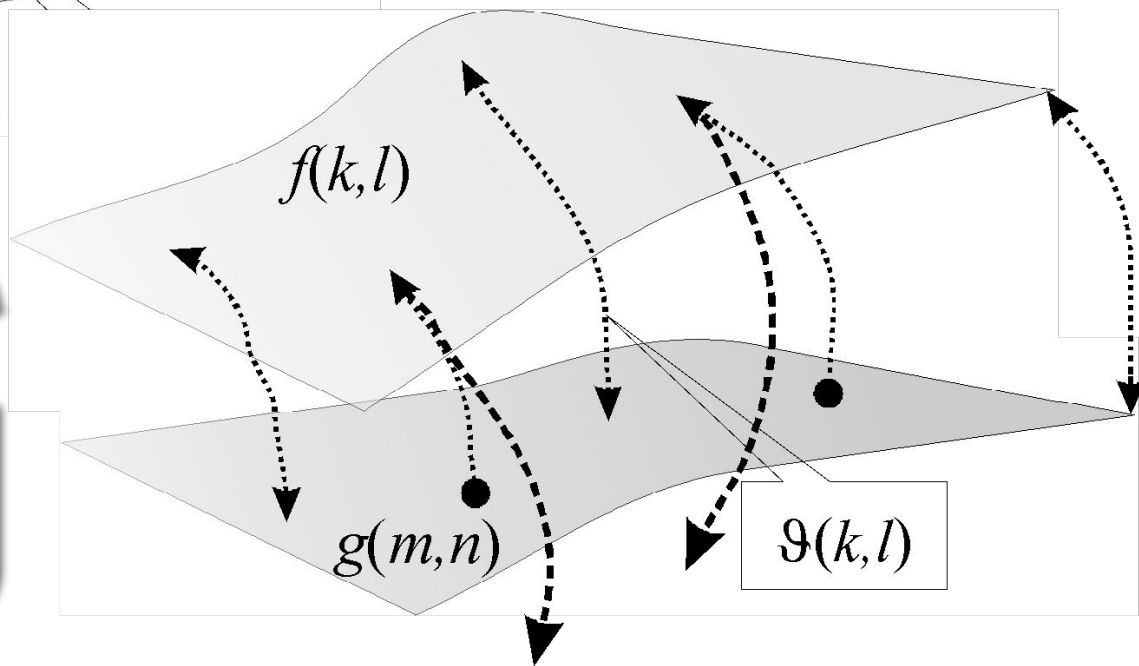
Обратное неверно

4. Понятия «изоморфизм» и «гомоморфизм»



Отношение θ не устанавливает взаимно-обратную связь между системами, поля которых упорядочивают отношения f и g

Отношение Ψ устанавливает взаимно-обратную связь между системами, поля которых упорядочивают отношения f и g



5. Структура и проблема классификации

Выберем некоторое отношение ψ .
Назовём его **классообразующим отношением**

Понятие структуры в теории систем
© Н.М. Светлов, 2006-2010

11/11

Под классом систем понимается множество **всех** систем, имеющих **одинаковую структуру** в смысле классообразующего отношения ψ

Для создания классификации необходимо указать отношения ψ_k , задающие каждый класс k из множества K требуемых классов

Классообразующие отношения должны отвечать следующим требованиям:

- они должны порождать непересекающиеся классы
- все системы, подлежащие классификации, должны быть отнесены к некоторому классу

Получающаяся классификация должна наилучшим образом содействовать решению той научной или прикладной проблемы, ради которой она предпринята