



Некоторые свойства трапеции

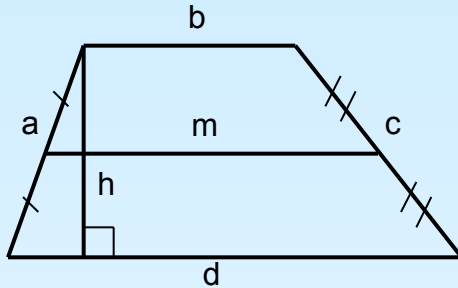
Спецкурс по геометрии

9 класс



Разминка

Для нахождения каких величин используются формулы?»



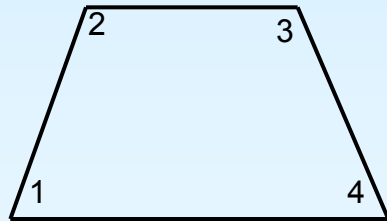
$$S = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h$$

$$m = \frac{1}{2}(a+b)$$

$$S = mh$$

$$P = a+b+c+d$$

$$P = 2m+c+d$$



$$\angle 1 = 70^\circ$$

$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

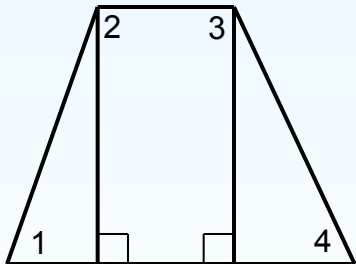
$$\angle 2 = 110^\circ$$

Сумма углов,
прилежащих
к боковой стороне
трапеции 180°

Если углы при основании трапеции
равны

($\angle 1 = \angle 4$), то трапеция какого
вида?

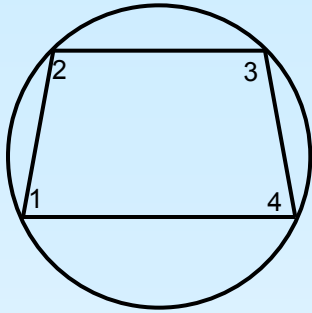
Равнобедренная



Будут ли
равны

$$\angle 2 = \angle 3?$$

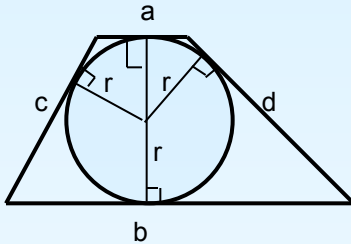
У равнобедренной трапеции
углы при основаниях равны



Какую трапецию можно вписать в окружность?

$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 3 &= 180^\circ \\ \angle 1 + \angle 2 &= 180^\circ \end{aligned} \Rightarrow \angle 2 = \angle 3$$

В окружность можно вписать
только
равнобедренную
трапецию

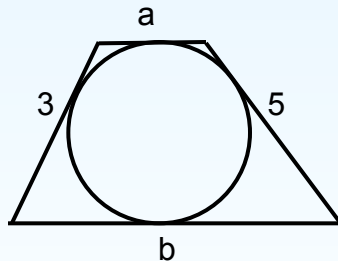


В какую трапецию можно вписать окружность?

$$a + b = c + d$$

$$h = 2r$$

Если в трапецию можно вписать
окружность, то суммы
противоположных сторон равны



Чему равна средняя линия трапеции?

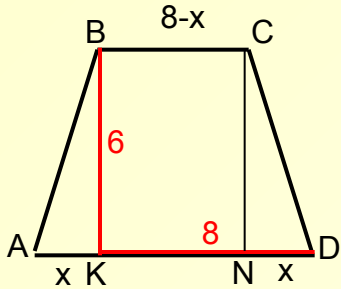
$$a + b = 3 + 5 = 8$$

$$m = \frac{a + b}{2} = 4$$

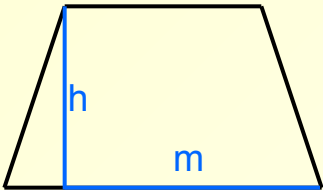
Решение задач

Какими еще свойствами обладает равнобедренная трапеция?

Задача 1. В равнобедренной трапеции BK – высота, $BK=6$, $KD=8$.
Найдите площадь трапеции.

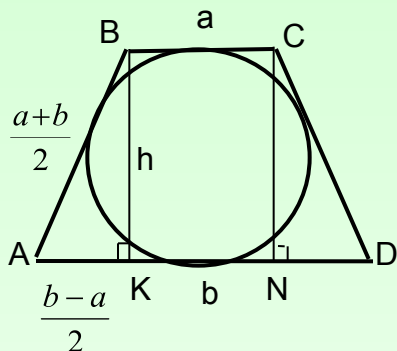


$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot BK = \frac{8-x+8+x}{2} \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$$



$$S = h \cdot m$$

Задача 2. В равнобедренную трапецию с основаниями a и b вписана окружность. Найти высоту трапеции.

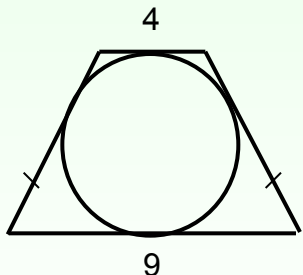


$$AK = DN = \frac{b-a}{2} \quad AB = CD = \frac{a+b}{2}$$

$$\triangle ABK: \quad \frac{(b-a)^2}{4} + h^2 = \frac{(a+b)^2}{4}$$

$$h = \sqrt{ab}$$

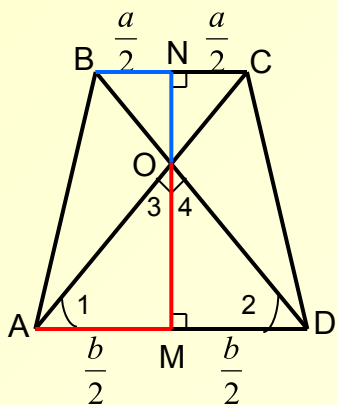
Найти площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, если ее основания равны 4 см и 9 см



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{a+b}{2} \cdot \sqrt{ab}$$

$$S = \frac{4+9}{2} \cdot \sqrt{4 \cdot 9} = 39$$

Задача 3. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 10. Найти ее площадь.



$$\begin{aligned}\angle 1 &= \angle 2 = 45^\circ \\ \angle 3 &= \angle 4 = 45^\circ\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \triangle AOM \text{ - равнобедренный} \Rightarrow OM = AM = \frac{b}{2}$$

$$ON = BN = \frac{a}{2}$$

$$h = OM + ON = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} = \frac{a+b}{2}$$

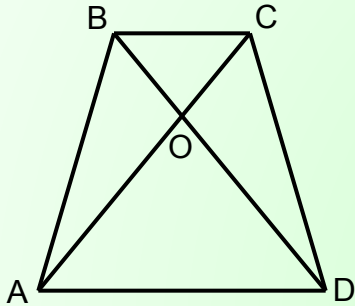
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = h^2$$

$$S = h^2$$

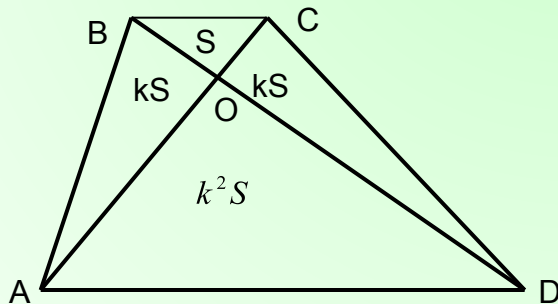
$$S = 10^2 = 100$$

Домашняя работа

1. Доказать, что в равнобедренной трапеции при пересечении диагоналей получаются равнобедренные треугольники $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$, а $\triangle ABO = \triangle COD$



2. Для произвольной трапеции $ABCD$ доказать, что $\triangle BOC$ подобен $\triangle DOA$, а площади всех образовавшихся треугольников можно найти так, как показано на рисунке.



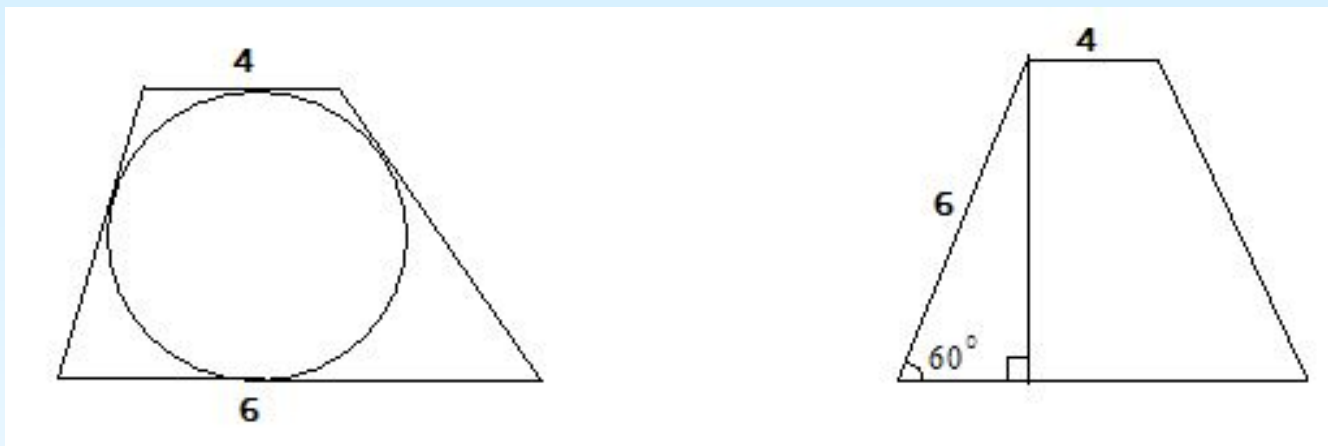
k — коэффициент подобия

Тест

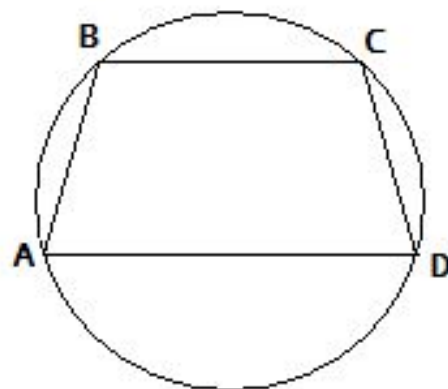
Вариант 1

Вариант 2

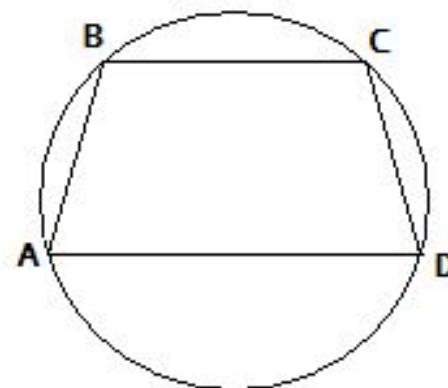
1. Найдите среднюю линию трапеции



- 2.

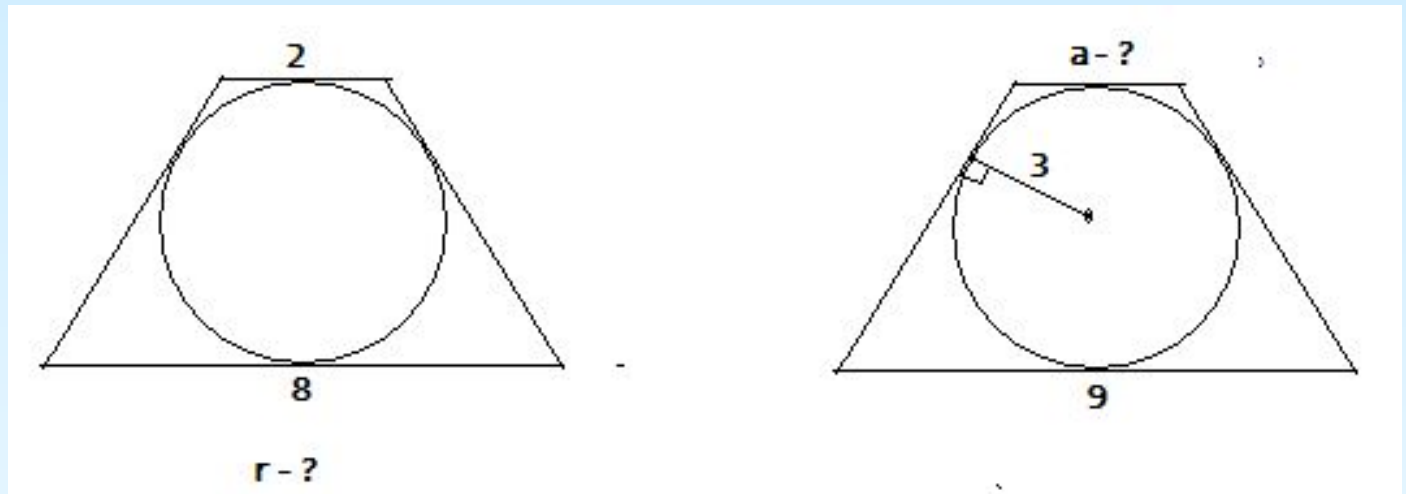


$$\angle B = 150^\circ, \angle D = ?$$

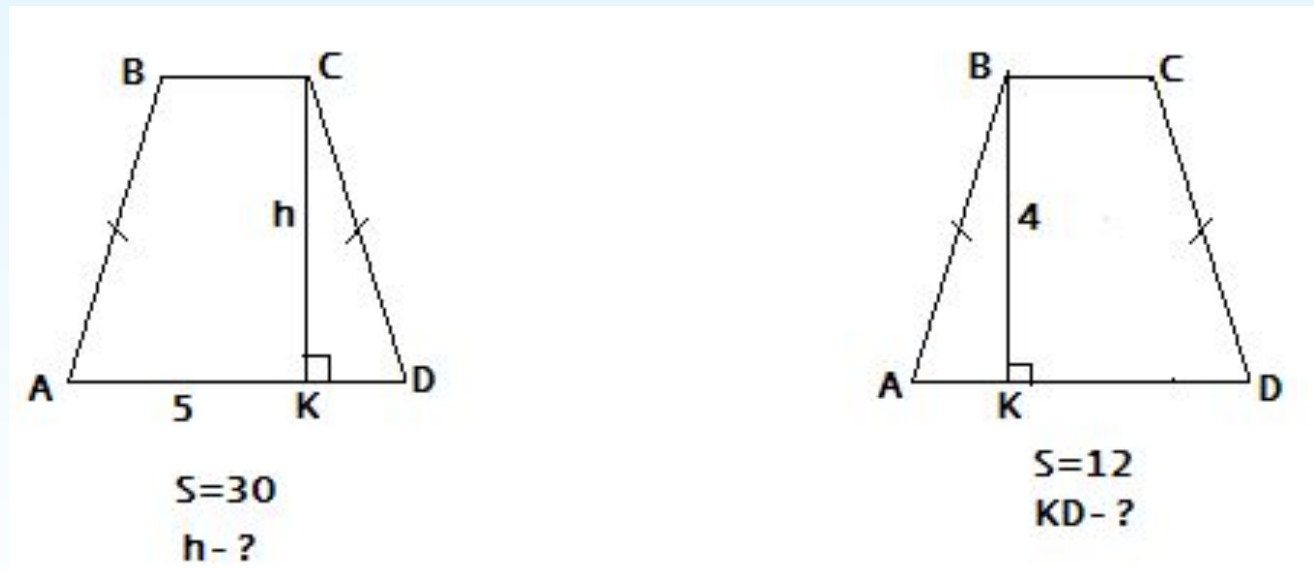


$$AB = 8, CD = ?$$

3. В равнобедренную трапецию вписана окружность

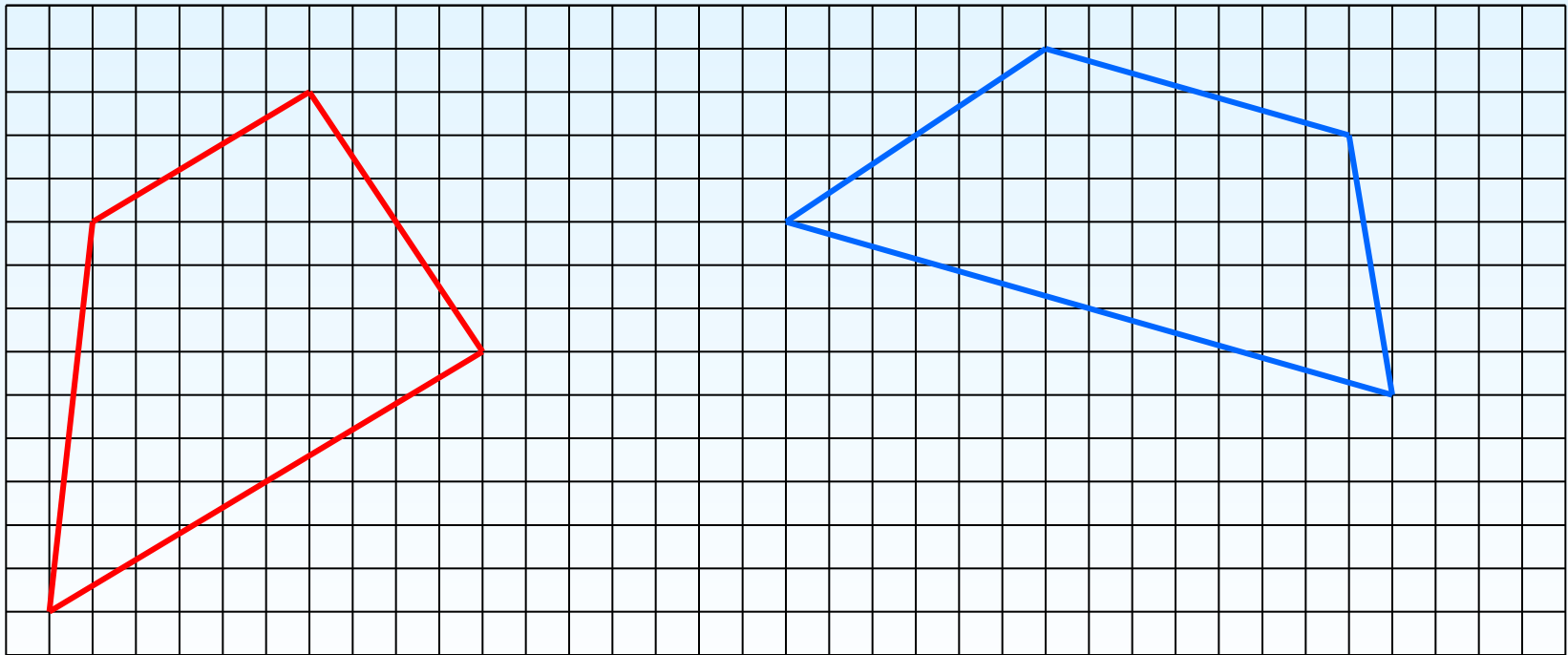


4.



5. В трапеции $ABCD$ $AB \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 135^\circ$, $AB = 2$. Найдите среднюю линию трапеции, если одна из ее диагоналей перпендикулярна боковой стороне.

5. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне, большее основание равно 12, угол при основании равен 60° . Найдите среднюю линию трапеции.



Ответы

Вариант 1

Вариант 2

1.

5

5

2.

30

8

3.

2

4

4.

6

3

5.

63

60

