

Свойства степени с рациональным показателем.

“Пусть кто-нибудь попробует вычеркнуть из математики степени, и он увидит, что без них далеко не уедешь”.

М. В. Ломоносов

Задание на дом.

1. п 34, № 437-440 абв

2. Софизм по теме:

- *сформулировать,*
- *придумать док-во*
- *разбор софизма*





Арифметическим корнем n – ой степени ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, n – я степень которого равна a :

$$\sqrt[n]{a^{2n+1}} = a, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[n]{a^{2n}} = |a|, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\sqrt[nk]{a^{mn}} = \sqrt[k]{a^m}, \quad \text{при } a \geq 0$$



Степень с рациональным показателем.

1) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, где $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, a > 0$;

Если $\frac{m}{n} > 0$, то $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ при $a \geq 0$.

2) При $a > 0$, $b > 0$, p и q - рациональные числа:

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$(ab)^p = a^p \cdot b^p$$

Вспомним теорию



По горизонтали:

1. Действие, с помощью которого вычисляется значение степени
 2. Произведение, состоящее из одинаковых множителей .
 3. Действие показателей степеней при возведении степени в степень .
 4. Действие степеней, при которых показатели степеней вычитаются .
- ## *По вертикали:*
5. Число всех одинаковых множителей
 6. Степень с нулевым показателем .
 7. Повторяющийся множитель .
 8. Значение $10^5 : (2^3 \cdot 5^5)$.
 9. Показатель степени, который обычно не пишут .



Тренировочные упражнения

1) Вычислить: $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9} - \frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{-64}}$ **= -26,5**

2) Найдите значение выражения $\sqrt[5]{6-2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{6+2\sqrt{17}}$ **= -2**

3) Упростить выражение $\frac{c \cdot c^{-\frac{1}{5}}}{\sqrt[5]{c^4}}$ **= 1**

4) Найдите значение выражения $\left(\frac{\sqrt{2c}-\sqrt{d}}{\sqrt{2c}+\sqrt{d}} - \frac{\sqrt{2c}+\sqrt{d}}{\sqrt{2c}-\sqrt{d}}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{d}{2c}} - \sqrt{\frac{2c}{d}}\right)$ **= 4**

5) Упростить выражение $125^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} - 5 \cdot 49^{\frac{1}{2}}$ **= $7\sqrt{5} - 35$**

6) Упростить выражение $\sqrt{a^2 + 2 + 2\sqrt{a^2 + 1}} - \sqrt{a^2 + 2 - 2\sqrt{a^2 + 1}}$ **= 2**

Дешифратор

**Фамилия немецкого математика,
который ввел термин - “показатель
степени”**

Л	Т	Н	Р	Ш	О	Ь	И	Е	Ф	К	А	Д	Ю
$9/4$	9	5	11	-2	$4/9$	20	$5/3$	$1/3$	1	3	8	64	2

1) $-8^{1/3}$ 2) $81^{1/2}$ 3) $(3/5)^{-1}$ 4) $(5/7)^0$ 5) $27^{-1/3}$ 6) $(2/3)^{-2}$ 7) $16^{1/2} * 125^{1/3}$

Слово: 1) 2) 3) 4) 5) 6) 7)
-2 9 $5/3$ 1 $1/3$ $9/4$ 20
Ш Т И Ф Е Л Ь

Михаэль Штифель

Немецкий математик
15-16 века Один из
изобретателей
логарифмов



Дешифратор

**Фамилия французского математика,
который ввел современную запись
степеней.**

Л	Т	Н	Р	Ш	О	Ь	И	Е	Ф	К	А	Д	Ю
$9\sqrt[4]{}$	9	5	11	-2	$4\sqrt[9]{}$	20	$5\sqrt[3]{}$	$1\sqrt[3]{}$	1	3	8	64	2

1) $X^{\sqrt[1]{3}}=4$ 2) $y^{-1}=3$ 3) $(x+6)^{\sqrt[1]{2}}=3$ 4) $y^{\sqrt[1]{3}}=2$ 5) $(y-3)^{\sqrt[1]{3}}=2$ 6) $a^{\sqrt[1]{2}} : a = 1\sqrt[1]{3}$

Слово: 1) 2) 3) 4) 5) 6)
64 $1\sqrt[1]{3}$ 3 8 1 9
Д Е К А Р Т

РЕНЕ ДЕКАРТ

(17 ВЕК)



ЛАБИРИНТ

Вариант 2

Число

Задание

0,02

умножить на $10m^{-2}n^{\frac{1}{3}}$

умножить на $-0,04m^{-4}n^{\frac{2}{3}}$

извлечь корень кубический

возвести в -4 степень

разделить на $625m^k n^{k-4,5}$

вычислить при $k=2, m=2, n=16$

Ответ 1

-5

умножить на $0,1a^{-3}b^{\frac{1}{2}}$

умножить на $-0,5a^9b^{-2,5}$

извлечь корень квадратный

возвести в -3 степень

разделить на $8a^{m-7,5}b^m$

вычислить при $m=-1; a=4; b=-3$

Ответ 40,5



Задания для самостоятельной работы

Вычислить:

1) $5(\sqrt{27} - \sqrt{3}) : \frac{2}{\sqrt{3}}$

2) $((\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{8})^2 - 6)((\sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{8})^2 + 6)$

3) $\sqrt{8 - \sqrt{28}} - \sqrt{8 + \sqrt{28}}$

4) $64^{\frac{5}{6}} - (0,125)^{\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-1\frac{1}{2}} + (3^0)^4 \cdot 4$

5) $(\sqrt[3]{100} + 2\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{4})$

Упростить:

6)

$$\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$$

7)

$$\left(\frac{0,5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}} + \frac{(2-a)^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2} \right) : (2a - a^2)^{-\frac{3}{4}}$$



Проверка

$$1) \quad 5(\sqrt{27} - \sqrt{3}) : \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{5(3\sqrt{3} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{2} = 15$$

$$2) \quad ((\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{8})^2 - 6)((\sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{8})^2 + 6) =$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{2} + \sqrt{8} + 2\sqrt[4]{2 \cdot 8} - 6)(\sqrt{2} + \sqrt{8} - 2\sqrt[4]{2 \cdot 8} + 6) = \\ &= (\sqrt{2} + \sqrt{8} - 2)(\sqrt{2} + \sqrt{8} + 2) = (\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 - 4 = \\ &= 2 + 8 + 2\sqrt{16} - 4 = 14 \end{aligned}$$



Проверка

$$3) \sqrt{8 - \sqrt{28}} - \sqrt{8 + \sqrt{28}} =$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{1 - 2\sqrt{7} + 7} - \sqrt{1 + 2\sqrt{7} + 7} = \sqrt{(1 - \sqrt{7})^2} - \sqrt{(1 + \sqrt{7})^2} = \\ &= |1 - \sqrt{7}| - |1 + \sqrt{7}| = \sqrt{7} - 1 - 1 - \sqrt{7} = -2 \end{aligned}$$

$$4) 64^{-\frac{5}{6}} - (0,125)^{-\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-1\frac{1}{2}} + (3^0)^4 \cdot 4 =$$

$$\begin{aligned} &= (2^6)^{-\frac{5}{6}} - (0,5^3)^{-\frac{1}{3}} - 2^5 \cdot 2^{-4} \cdot (2^4)^{-\frac{3}{2}} + 1 \cdot 4 = \\ &= 2^{-5} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2 \cdot 2^{-6} + 4 = 2^{-5} - 2 - 2^{-5} + 4 = 2 \end{aligned}$$



Проверка

5) $(\sqrt[3]{100} + 2\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{4}) =$

По формуле $(a^2 + ab + b^2)(a - b) = a^3 - b^3$ следует

$$= (\sqrt[3]{10})^3 - (\sqrt[3]{4})^3 = 10 - 4 = 6$$

6) $\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

$$= b^{1+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}} = b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{b}$$



Проверка

7)

$$\left(\frac{0,5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}} + \frac{(2-a)^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2} \right) : (2a - a^2)^{-\frac{3}{4}} = 1$$

$$1) \frac{2 \cdot 0,5a^{\frac{1}{4}} + (2-a)^{\frac{3}{4}} (2-a)^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2 \cdot (2-a)^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{a^{\frac{3}{4}} (2-a)^{\frac{3}{4}}};$$

$$2) \frac{1 \cdot a^{\frac{3}{4}} (2-a)^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{4}} (2-a)^{\frac{3}{4}}} = 1$$