

Тема занятия: **Действия над векторами**

Лекция по дисциплине «Математика» для студентов 1 курса
Преподаватель: Федорова Э.Р.

Понятие вектора

- Рассмотрим произвольный отрезок. На нем можно указать два направления.

Чтобы выбрать одно из направлений, один конец отрезка назовем **НАЧАЛОМ**, а другой – **КОНЦОМ** и будем считать, что отрезок направлен от начала к концу.

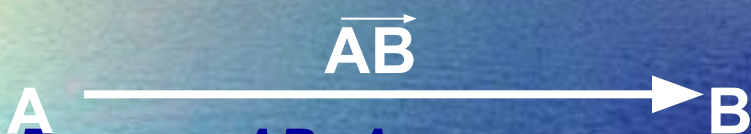


- Определение.**

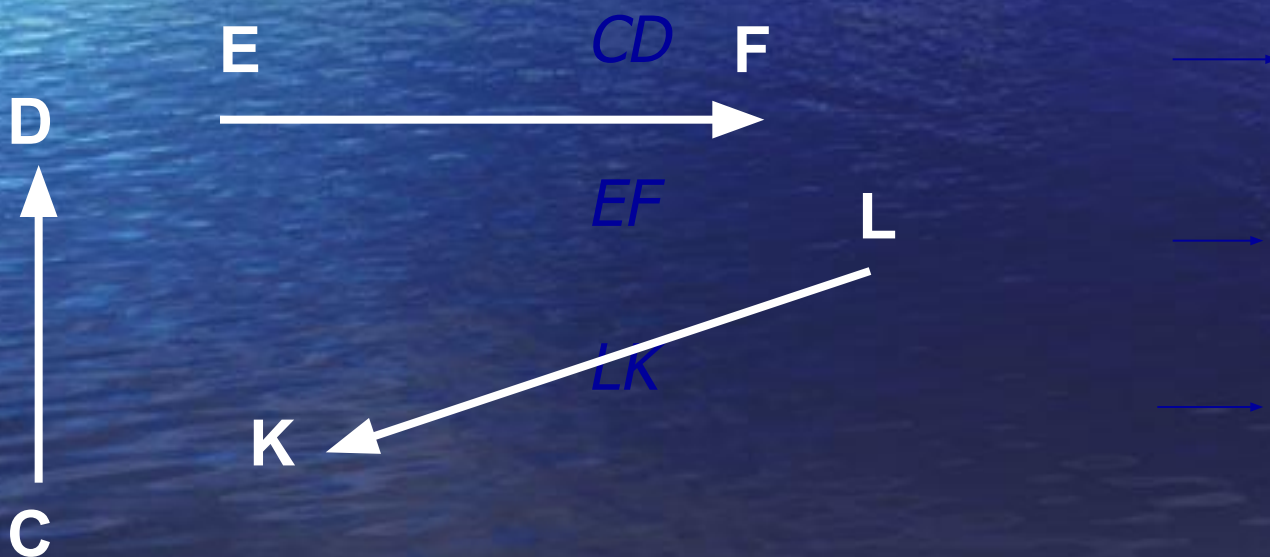
Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой – концом, называется **направленным отрезком** или **вектором**.

Понятие вектора

- На рисунках вектор изображается отрезком со стрелкой

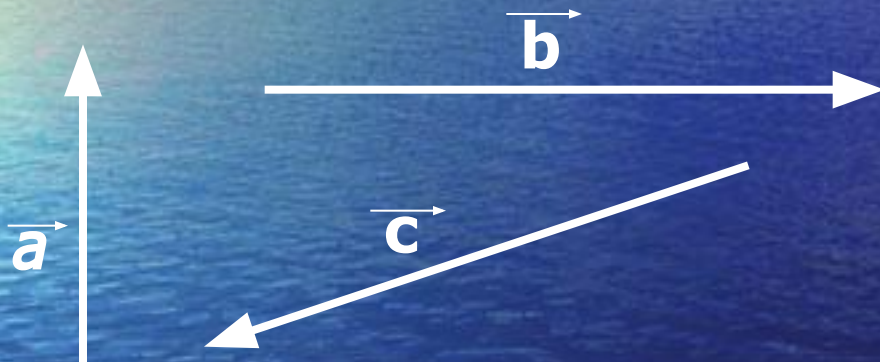


Вектор AB , A – начало вектора, B – конец.



Понятие вектора

- Векторы часто обозначают и одной строчной латинской буквой со стрелкой над ней:



- Любая точка плоскости также является вектором, который называется **НУЛЕВЫМ**. Начало нулевого вектора совпадает с его концом:

$$\overrightarrow{MM} = \vec{0}.$$

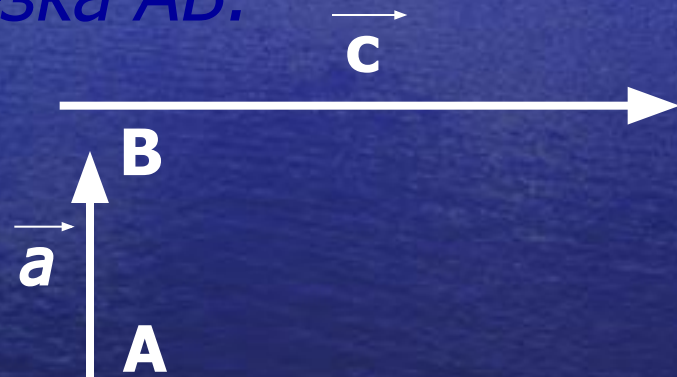
M
○

Понятие вектора

- Длиной или модулем ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB :

$$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{a}| = AB = 5$$

$$|\overrightarrow{c}| = 17$$



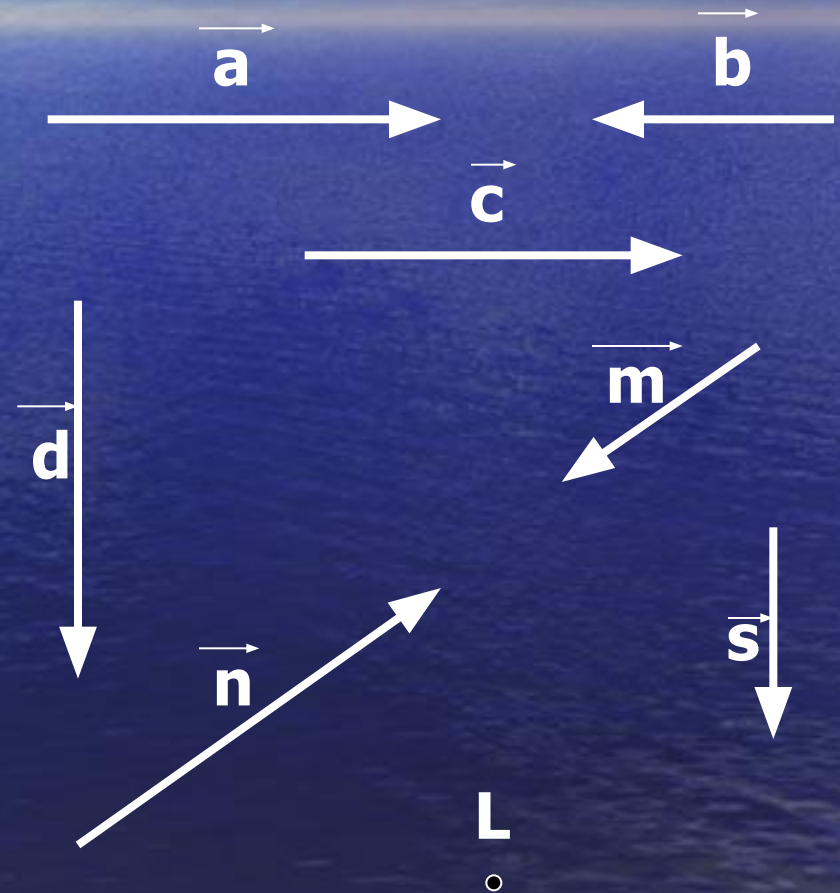
- Длина нулевого вектора считается равной нулю:

$$|\overrightarrow{MM}| = 0.$$



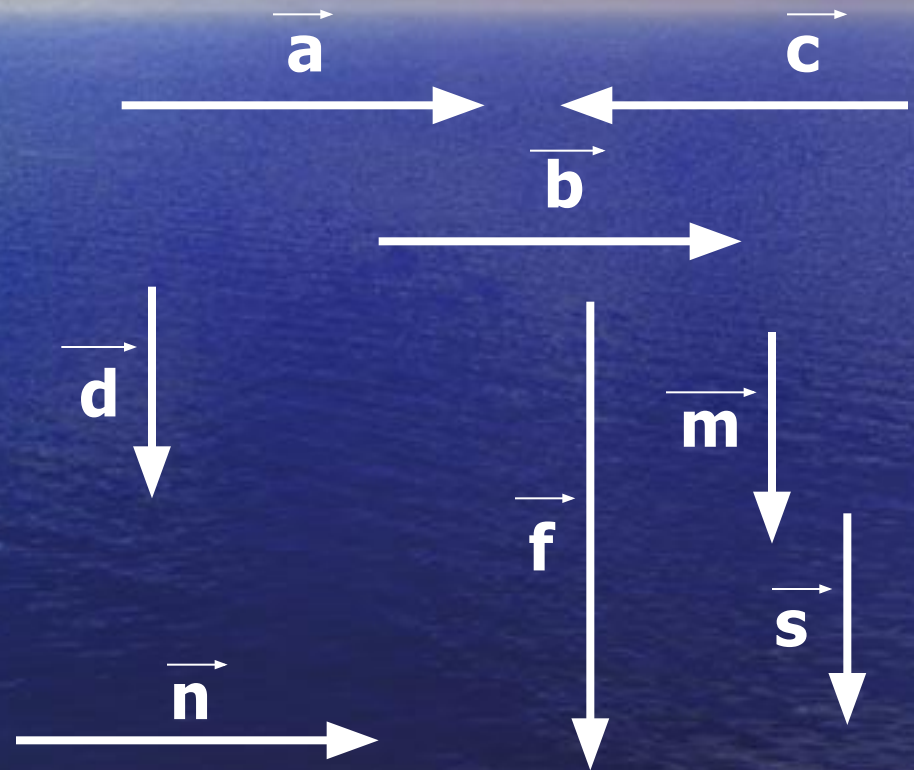
Коллинеарные векторы

- Ненулевые векторы называются **коллинеарными**, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых. Коллинеарные векторы могут быть **сонаправленными** или **противоположно направленными**.
- Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.



Равенство векторов

- **Определение.**
Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны.



$\vec{a} = \vec{b}$, если

- 1) $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- 2) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

Откладывание вектора от данной точки

- Если точка A – начало вектора $\vec{a}$, то говорят, что вектор $\vec{a}$ отложен от точки A .



- Утверждение:** От любой точки M можно отложить вектор, равный данному вектору $\vec{a}$, и притом только один.



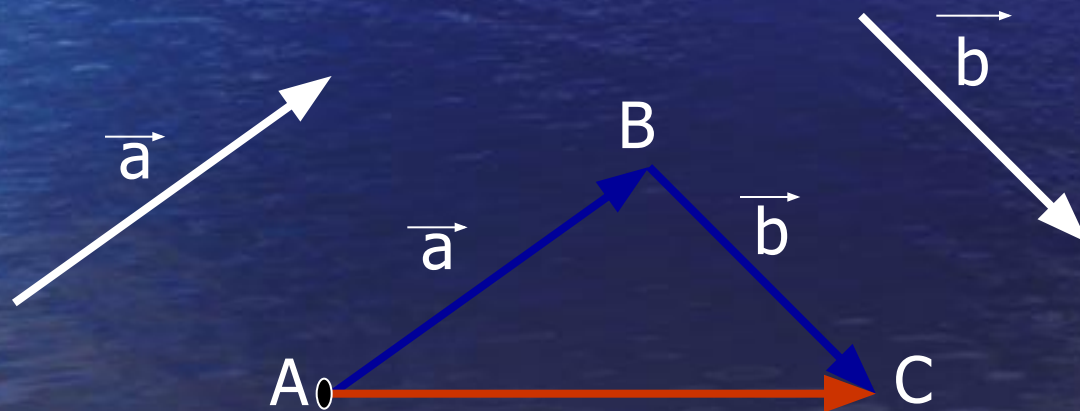
Равные векторы, отложенные от разных точек, часто обозначают одной и той же буквой

Сумма двух векторов

Правило треугольника

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – два вектора. Отметим произвольную точку A и отложим от этой точки $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, затем от точки B отложим вектор $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

$$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$$



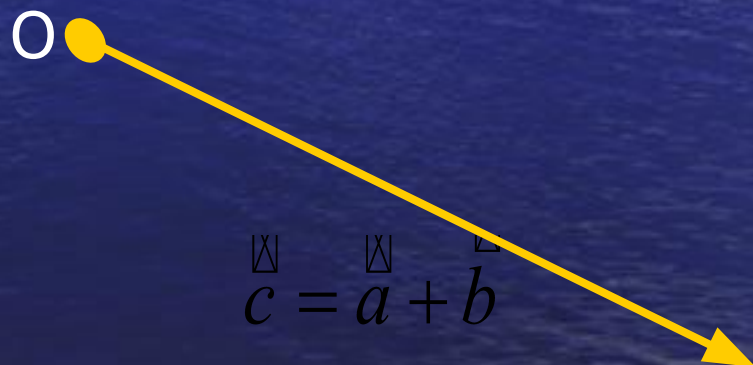
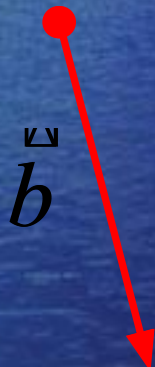
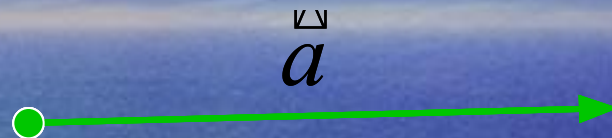
Сложение векторов

Дано :

$\vec{a}, \vec{b}$ – векторы

Найти :

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$



Правило
треугольника

Законы сложения векторов

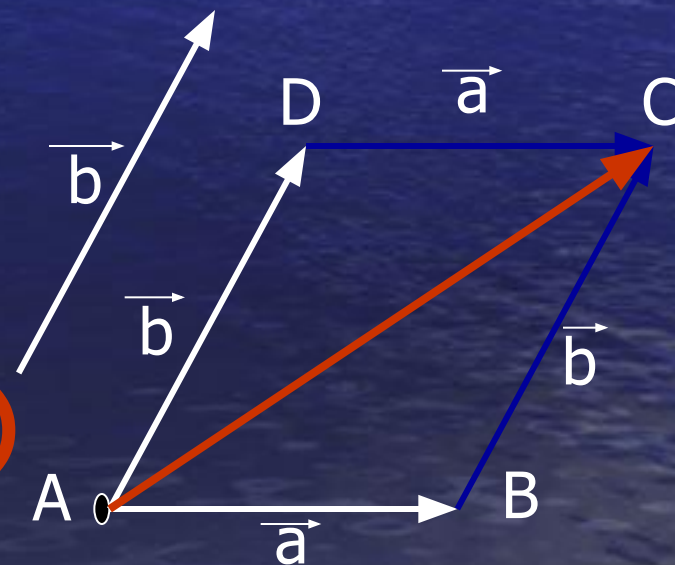
1) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (переместительный закон)

Правило параллелограмма

Пусть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – два вектора. Отметим произвольную точку A и отложим от этой точки $\vec{AB} = \vec{a}$, затем вектор $\vec{AD} = \vec{b}$. На этих векторах построим параллелограмм $ABCD$.

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{b} + \vec{a}$$



2) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

(сочетательный закон)

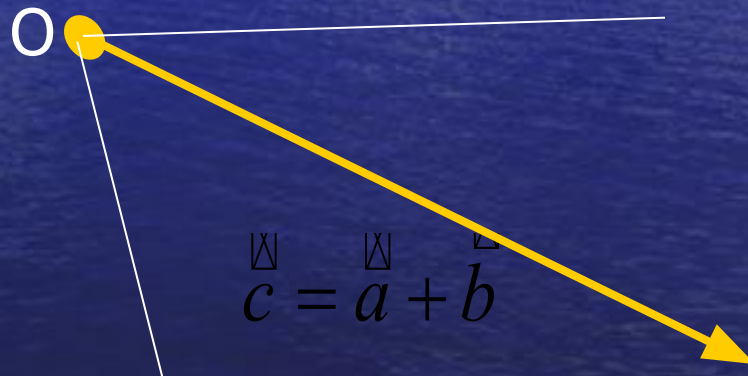
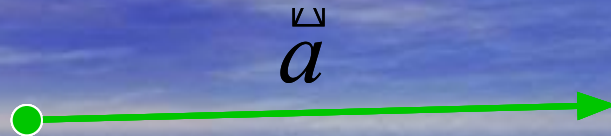
Сложение векторов

Дано :

$\vec{a}, \vec{b}$ – векторы

Найти :

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

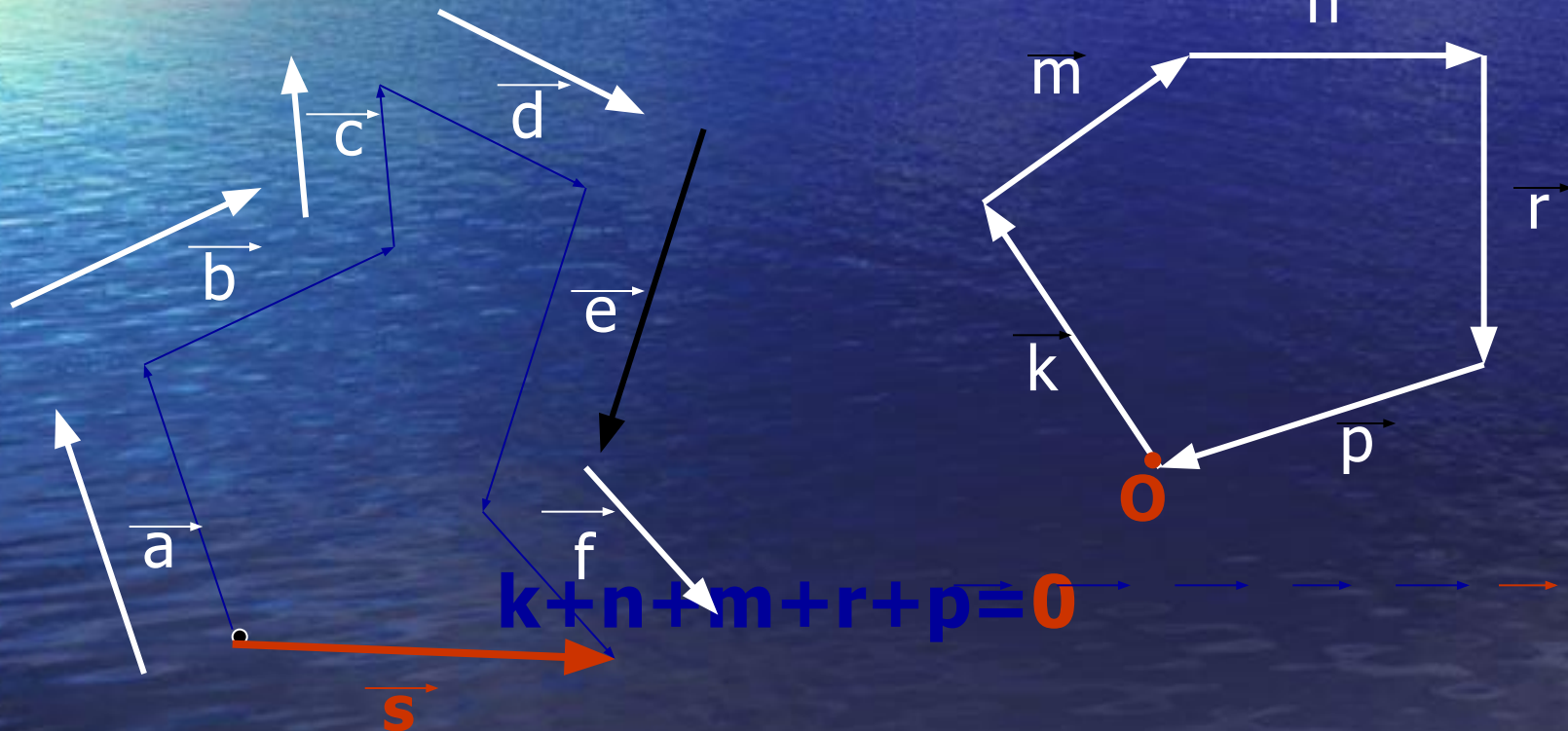


**Правило
параллелограмма**

Сумма нескольких векторов

Правило многоугольника

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f}$$

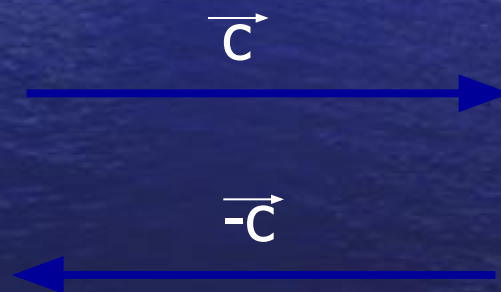
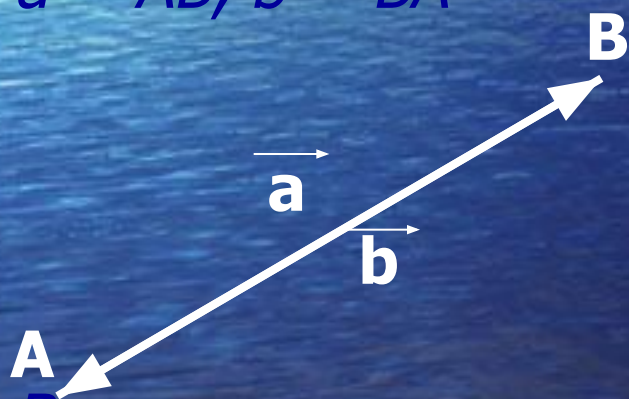


Противоположные векторы

Пусть $\vec{a}$ – произвольный ненулевой вектор.

Определение. Вектор $\vec{b}$ называется противоположным вектору $\vec{a}$, если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ имеют равные длины и противоположно направлены.

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{BA}$$



Вектор, противоположный вектору $\vec{c}$, обозначается так: $-\vec{c}$.

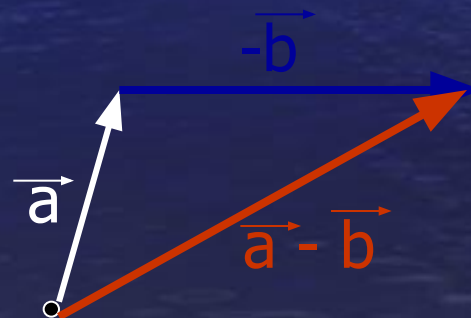
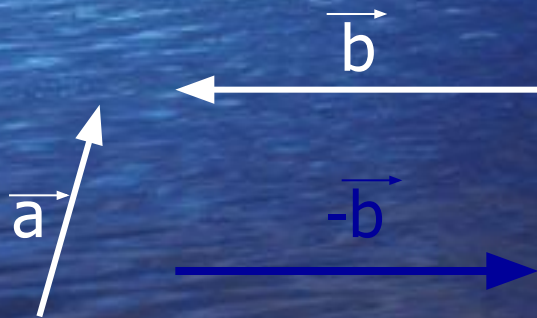
Очевидно, $\vec{c} + (-\vec{c}) = \vec{0}$ или $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

Вычитание векторов

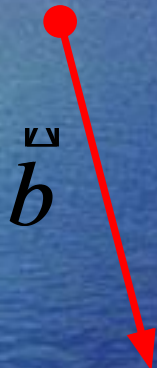
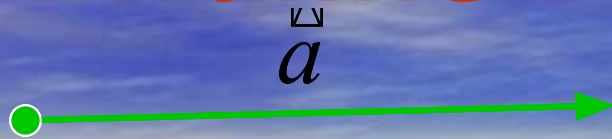
Определение. Разностью двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$ равна вектору $\vec{a}$.

Теорема. Для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо равенство $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Задача. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Построить вектор $\vec{a} - \vec{b}$.



Вычитание векторов



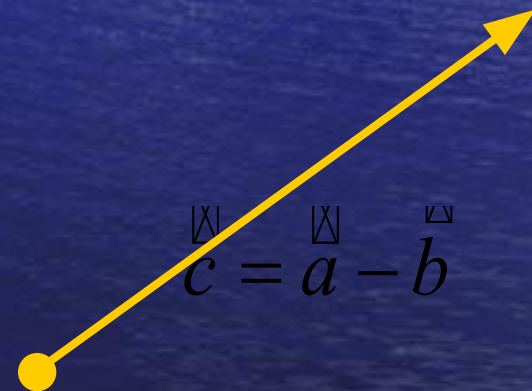
0 •

Дано :

$\vec{a}, \vec{b}$ – векторы

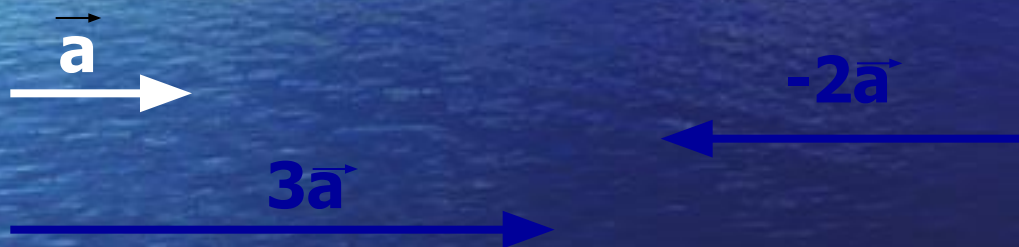
Найти :

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$



Умножение вектора на число

Определение. Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна вектору $|k||\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geq 0$ и противоположно направлены при $k < 0$.



Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.

Для любого числа k и любого вектора a векторы a и ka коллинеарны.

Законы умножения вектора на число

Для любых чисел k, n и любых векторов $\vec{a}, \vec{b}$ справедливы равенства:

- 1) $(kn) \vec{a} = k (n\vec{a})$ (сочетательный закон)
- 2) $(k+n) \vec{a} = k\vec{a} + n\vec{a}$ (первый распределительный закон)
- 3) $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (второй распределительный закон)

Свойства действий над векторами позволяют в выражениях, содержащих суммы, разности векторов и произведения векторов на числа, выполнять преобразования по тем же правилам, что и в числовых выражениях. Например,

$$\begin{aligned}\vec{p} &= 2(\vec{a} - \vec{b}) + (\vec{c} + \vec{a}) - 3(\vec{b} - \vec{c} + \vec{a}) = \vec{\quad} \\ &= 2\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} - 3\vec{b} + 3\vec{c} - 3\vec{a} = -5\vec{b} + 4\vec{c}\end{aligned}$$

Задания для закрепления

Решить № 401, 402, 403



Спасибо за занятие

Хорошего Вам дня!!!!