

Лекция 6. Расчет потенциалов простейших электростатических полей

6.1. Уравнения Лапласа и Пуассона

6.2. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности

6.3. Расчет потенциалов простейших электростатических полей

6.1. Уравнения Лапласа и Пуассона

Часто предпочтительным методом нахождения E является сведение задачи к решению дифференциального уравнения для потенциала.

Теорема Гаусса: $\nabla \cdot E = \rho/\epsilon_0$ и $E = -\nabla \varphi$ следовательно

$$\nabla^2 \varphi = -\rho/\epsilon_0 \quad \nabla^2 \text{ - оператор Лапласа (лапласиан)}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi &= \nabla(\nabla \varphi) = \nabla^2 \varphi = (\nabla \nabla) \varphi = \\ &= \left(\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \nabla_z^2 \right) \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \end{aligned}$$

$$\nabla^2 \varphi = -\rho/\epsilon_0 \text{ - уравнение Пуассона}$$

В области пространства, где заряды отсутствуют $\rho=0$

$$\nabla^2 \varphi = 0 \text{ - уравнение Лапласа}$$

Рассмотрим несколько примеров вычисления разности потенциалов между точками поля, созданного некоторыми заряженными телами

6.2. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности

Направление *силовой линии* (линии напряженности) в каждой точке совпадает с направлением $\vec{E}$.

Отсюда следует, что **напряженность равна разности потенциалов U на единицу длины силовой линии.**

Именно вдоль силовой линии происходит максимальное изменение потенциала. Поэтому всегда можно определить

Φ между двумя точками, измеряя U между ними, причем тем точнее, чем ближе точки.

В однородном электрическом поле силовые линии – прямые.

Поэтому здесь определить $\vec{E}$ наиболее просто:

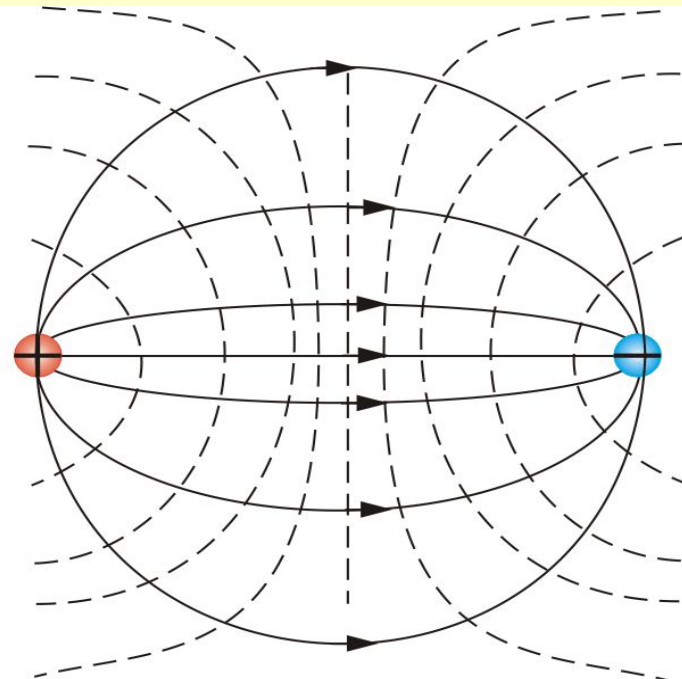
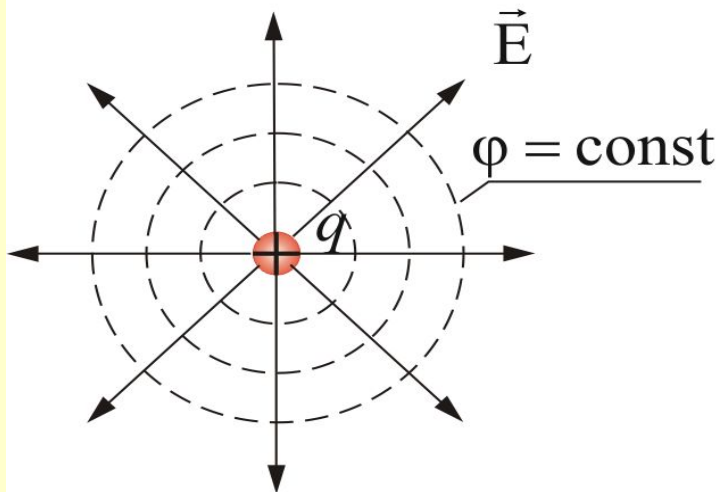
$$E = \frac{U}{l} \quad (5.6.1)$$

Воображаемая поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется эквипотенциальной поверхностью.

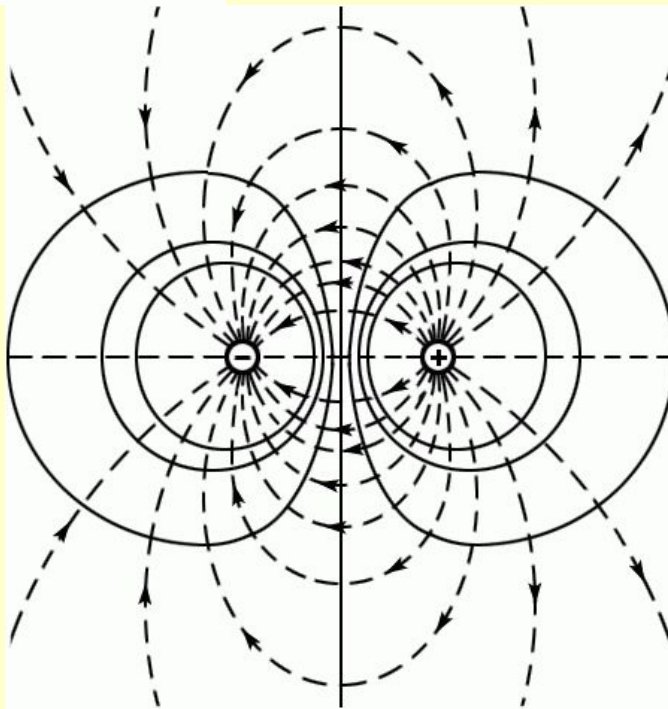
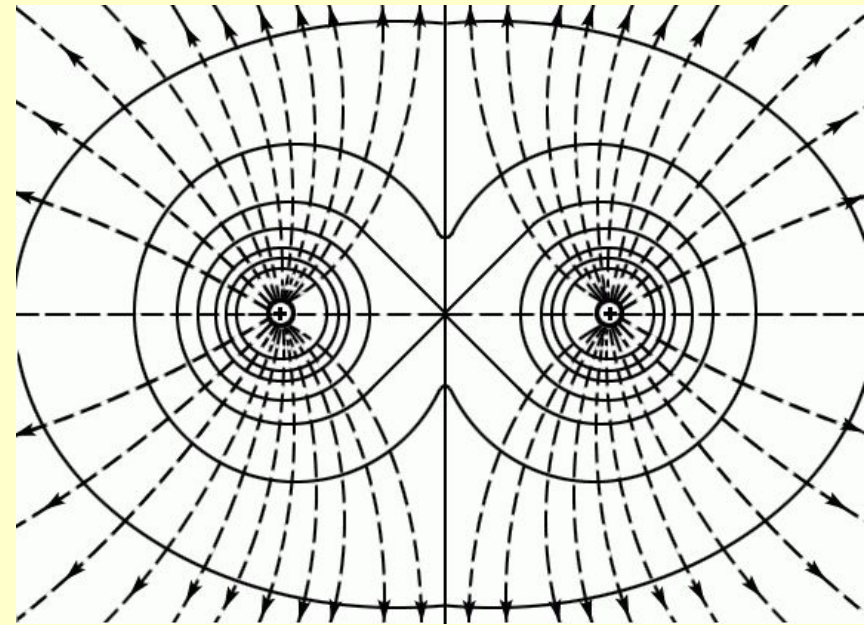
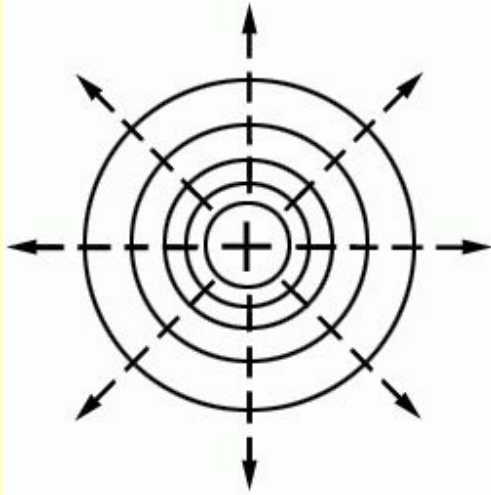
Уравнение этой поверхности

(6.6.2)

$$\varphi = \varphi(x, y, z) = \text{const.}$$



Линии напряженности и эквипотенциальные поверхности взаимно перпендикулярны



Формула $\vec{E} = -\text{grad} \varphi$ выражает связь потенциала с напряженностью и позволяет по известным значениям φ найти напряженность поля в каждой точке.

Можно решить и обратную задачу, т.е. по известным значениям $\vec{E}$ в каждой точке поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками поля.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}).$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\mathbf{E}, d\mathbf{l}).$$

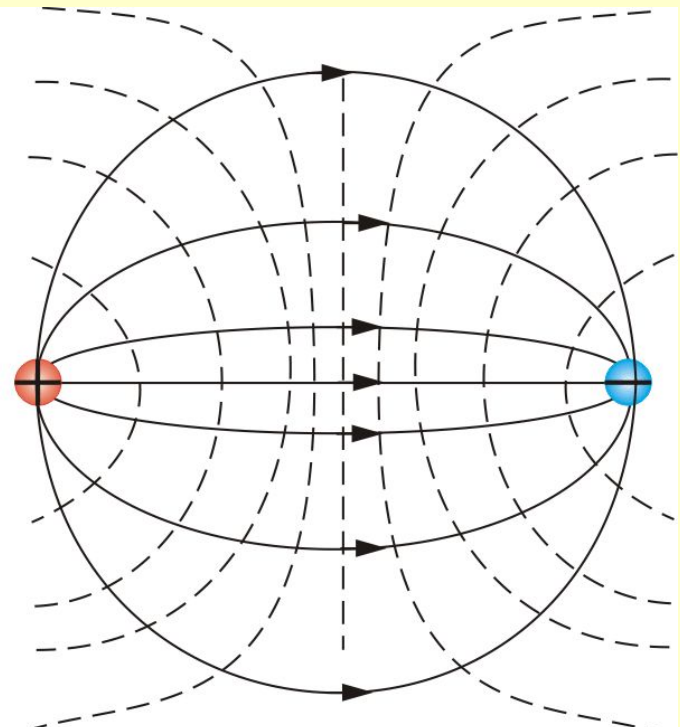
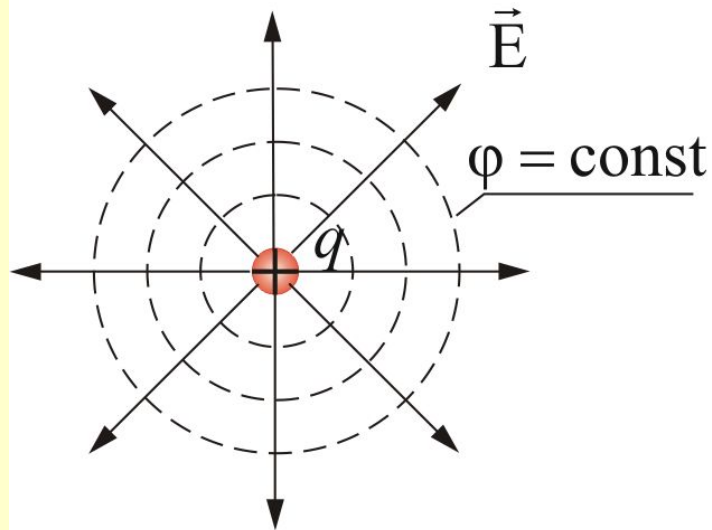
Интеграл можно брать по любой линии, соединяющие точку 1 и точку 2, ибо работа сил поля не зависит от пути.

Для обхода по замкнутому контуру $\varphi_1 = \varphi_2$ получим: т.е. пришли к известной нам теореме о циркуляции вектора напряженности: *циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.*

$$\oint (\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0,$$

Поле, обладающее этим свойством, называется потенциальным.

- Из обращения в нуль циркуляции вектора следует, что **линии электростатического поля не могут быть замкнутыми: они начинаются на положительных зарядах (истoki) и на отрицательных зарядах заканчиваются (стоки) или уходят в бесконечность**



6.3. Расчет потенциалов простейших электростатических полей

6.3.1. Разность потенциалов между точками поля, образованного двумя бесконечными заряженными плоскостями

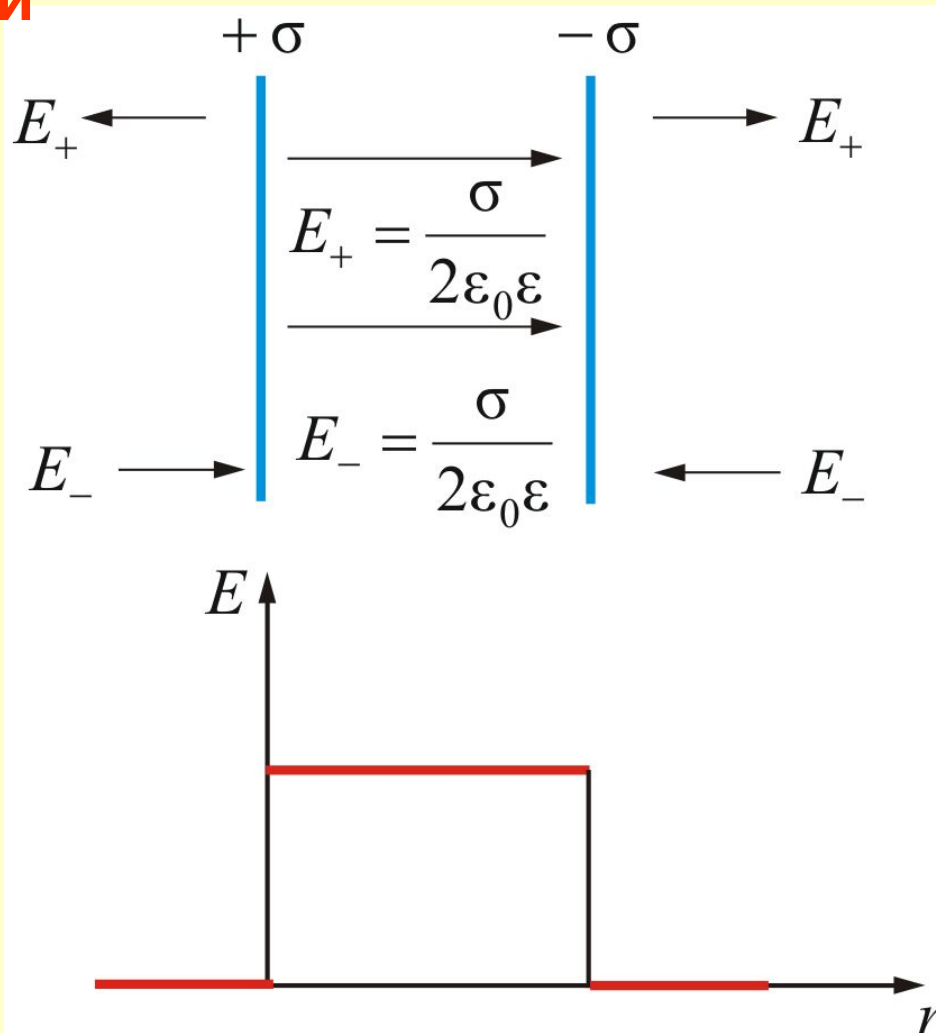


Рис. 6.1,а

Мы показали, что напряженность связана с потенциалом

$$E = -\frac{d\varphi}{dl}, \quad \text{тогда} \quad d\varphi = -E dl \quad (6.1.1)$$

где $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ – напряженность электростатического поля между заряженными плоскостями

$\sigma = q/S$ – поверхностная плотность заряда.

Чтобы получить выражение для потенциала между плоскостями, проинтегрируем выражение $d\varphi = -Edl$

$$\int_1^2 d\varphi = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} dx;$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} (x_2 - x_1)$$

При $x_1 = 0$ и $x_2 = d$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} \quad (6.1.2)$$

На рисунке 6.1,б изображена зависимость напряженности E и потенциала φ от расстояния между плоскостями.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

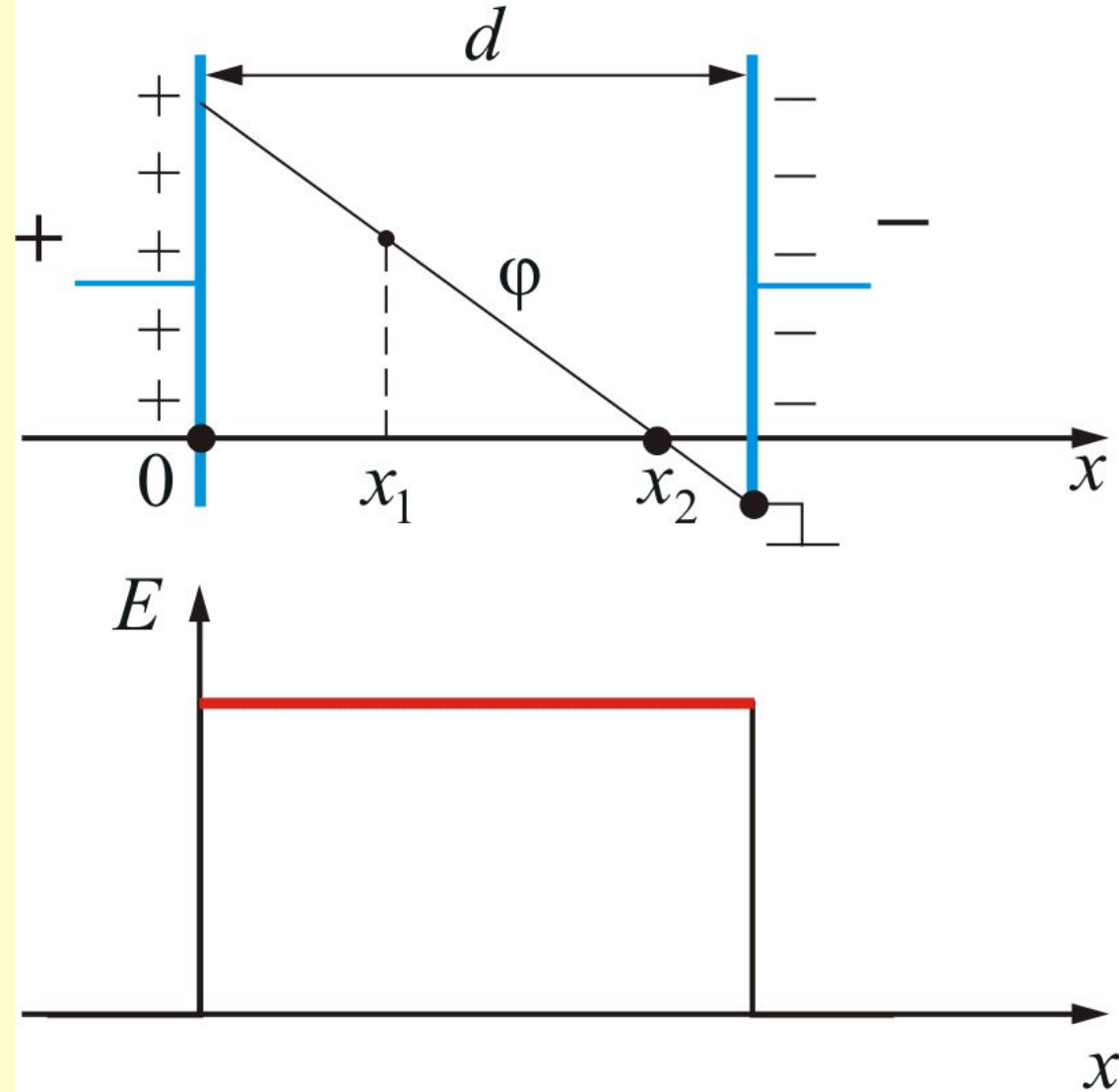


Рис. 6.1,б

6. 3.2. Разность потенциалов между точками поля, образованного бесконечно длинной цилиндрической поверхностью

С помощью теоремы Остроградского-Гаусса мы показали, что

$$E = \begin{cases} 0 & \text{– внутри цилиндра, т.к. там нет зарядов} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \text{ или } \frac{q}{2\pi\epsilon_0 Rl} & \text{на поверхности цилиндра} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \text{ или } \frac{q}{2\pi\epsilon_0 rl} & \text{вне цилиндра.} \end{cases}$$

Тогда, т.к.

$$d\varphi = -E dr; \quad \int_1^2 d\varphi = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

отсюда следует, что разность потенциалов в произвольных точках 1 и 2 будет равна:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

$$\varphi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{R} = \mathbf{const} - \mathbf{внутри\ и\ на\ поверхности} \\ \mathbf{цилиндра} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R} - \mathbf{вне\ цилиндра.} \end{cases}$$

$$\varphi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{R} = \text{const} - \text{внутри и на} \\ \text{поверхности цилиндра} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R} - \text{вне цилиндра.} \end{cases}$$

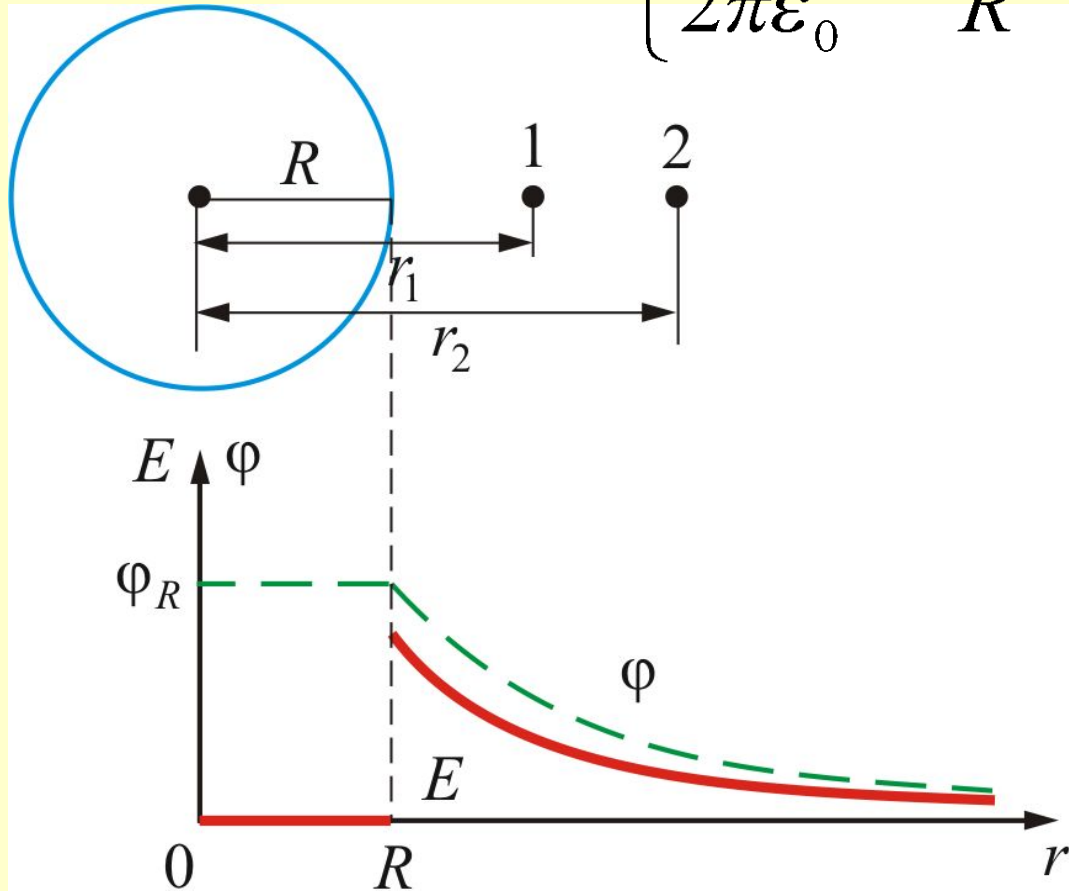


Рис. 6.2

6.3.3. Разность потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора

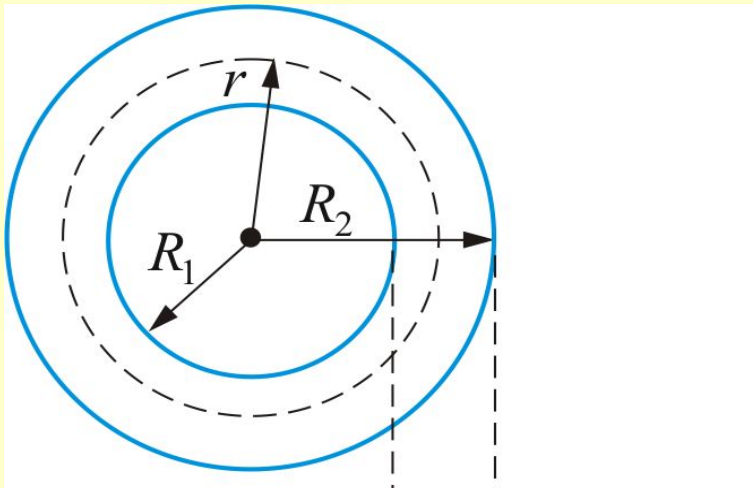


Рис. 6.3

$$E = \begin{cases} 0 - \text{внутри меньшего} \\ \text{и вне большего цилиндров зарядов нет} \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} - \text{между цилиндрами,} \\ \text{когда } R_1 < r < R_2. \end{cases}$$

Т.к. $d\varphi = -\oint E dr$

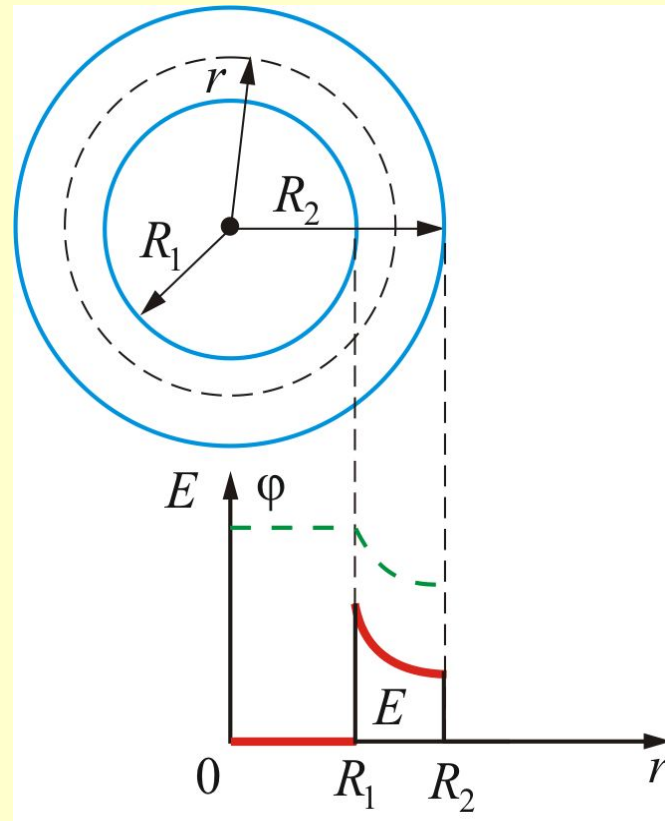
$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$\varphi = \begin{cases} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} = \mathbf{const} - \mathbf{внутри\ меньшего} \\ \mathbf{цилиндра} \ (r < R_1) \\ \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R_1} - \mathbf{между\ цилиндрами} \ (R_1 < r < R_2) \\ 0 - \mathbf{вне\ цилиндров.} \end{cases}$$

Таким образом, внутри меньшего цилиндра имеем,
 $E = 0$, $\varphi = \text{const}$;

между обкладками потенциал уменьшается по
логарифмическому закону, вторая обкладка (вне
цилиндров) экранирует электрическое поле и φ и E
равны нулю.

Рис. 6.4



6. 3.4. Разность потенциалов между точками поля, образованного заряженной сферой (пустотелой)

Напряженность поля сферы определяется формулой

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

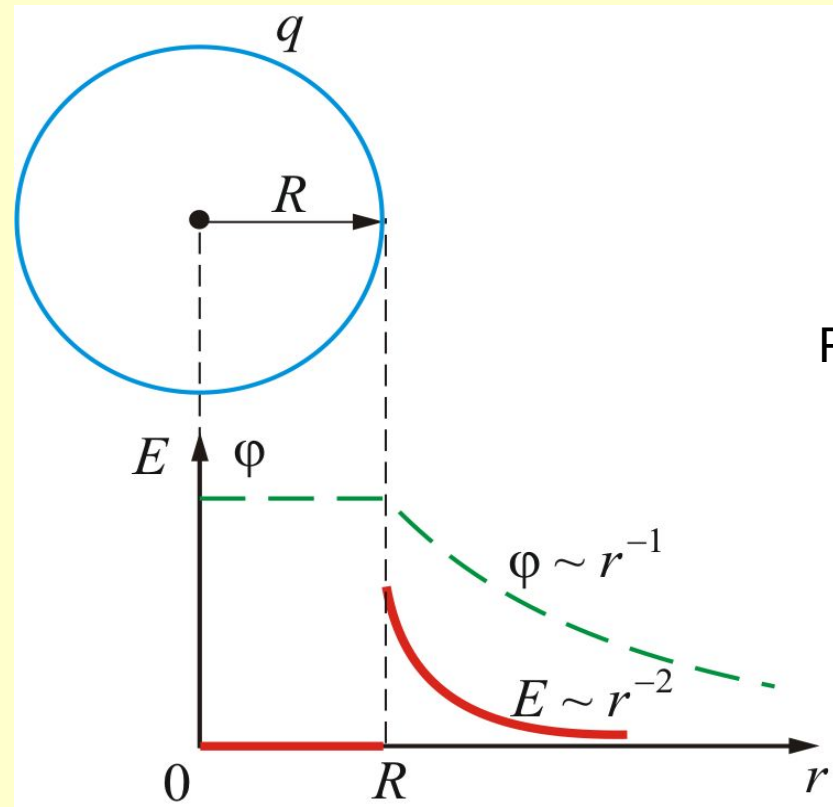
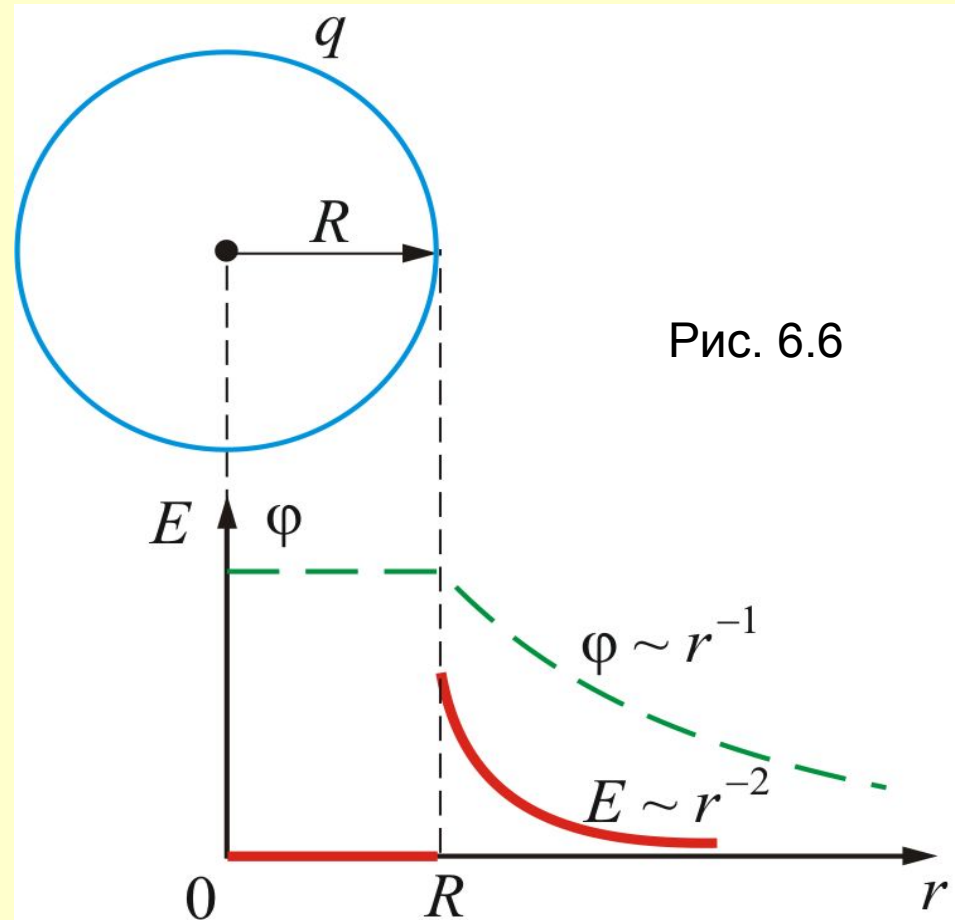


Рис. 6.5

• А т.к. $d\varphi = -E dr$, то

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

т.е. $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$.



- Из полученных соотношений можно сделать следующие **выводы:**
- *С помощью теоремы Гаусса сравнительно просто можно рассчитать E и φ от различных заряженных поверхностей.*
- *Напряженность поля в вакууме изменяется скачком при переходе через заряженную поверхность.*
- *Потенциал поля – всегда непрерывная функция координат.*

Тема: **ДИЭЛЕКТРИКИ** **В**
ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ
ПОЛЕ

7.1. Поляризация диэлектриков;

7.2. Различные виды диэлектриков:

7.2.1. Сегнетоэлектрики;

7.2.2. Пьезоэлектрики;

7.2.3. Пироэлектрики;

7.3. Вектор электрического смещения $\vec{D}$.

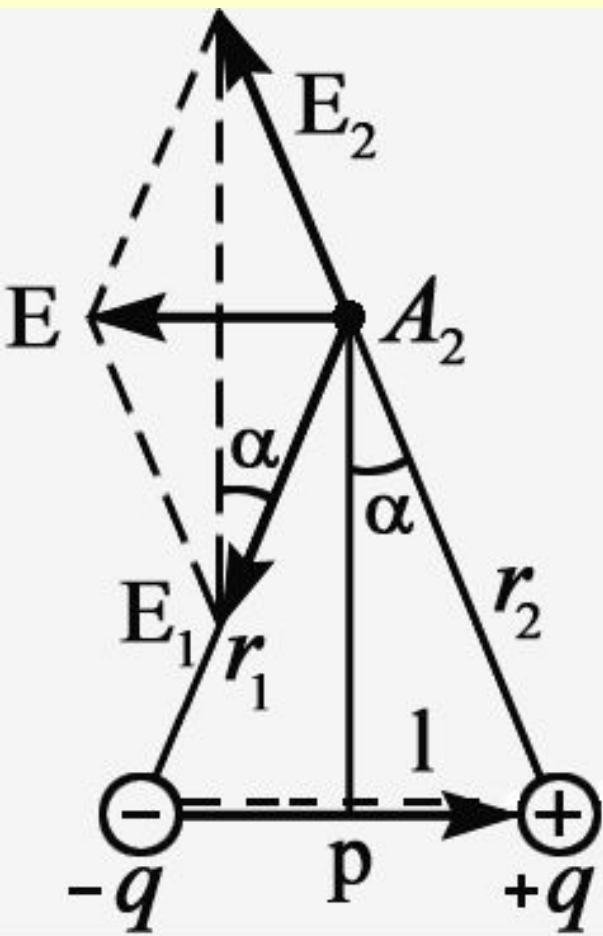
7.4. Поток вектора электрического смещения.

Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$.

7.5. Изменение $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела двух диэлектриков.

До сих пор мы рассматривали
электростатические поля и
взаимодействие зарядов в вакууме. Как
ведут себя заряды в среде? Что
происходит с веществом в
электростатическом поле?

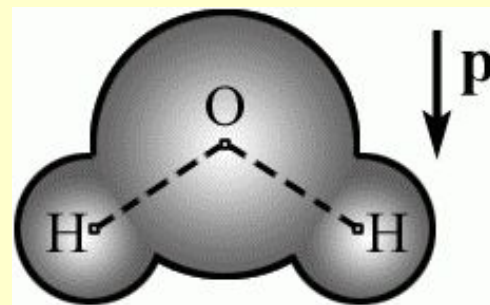
Электрический диполь.



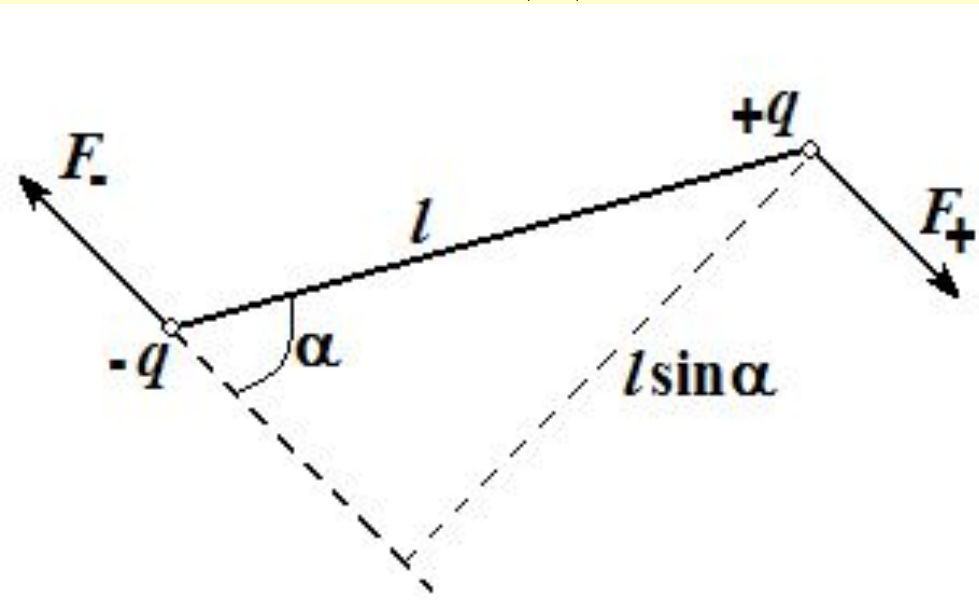
$\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ - электрический дипольный момент.

$$E = 2E_1 \sin \alpha = \frac{2q_1 r_1 \sin \alpha}{4\pi\epsilon_0 r_1^3} \approx \frac{-p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\mathbf{E} = \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



Диполь во внешнем поле



$$\mathbf{F}_+ = q\mathbf{E} \quad \text{и} \quad \mathbf{F}_- = -q\mathbf{E}$$

$$M = qE \cdot l \sin \alpha = pE \sin \alpha$$

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}\mathbf{E}]$$

Электрическое поле стремится повернуть ось диполя так, чтобы его электрический момент $\mathbf{p}$ установился по направлению поля. Положение равновесия, когда векторы $\mathbf{p}$ и $\mathbf{E}$ параллельны, устойчиво.

Энергия диполя во
внешнем поле

$$W = q_+ \varphi_+ - q_- \varphi_- = q(\varphi_+ - \varphi_-)$$

$$\varphi_+ - \varphi_- = \frac{\partial \varphi}{\partial l} l;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial l} = -E_l$$

$$\varphi_+ - \varphi_- = -E_l l$$

$$W = -\mathbf{p}\mathbf{E}$$

4.1. Поляризация диэлектриков

- Все известные в природе вещества, в соответствии с их способностью проводить электрический ток, делятся на

три основных класса:

- *диэлектрики* $\rho_{\text{д}} = 10^8 - 10^{18} \text{ Ом/м}$

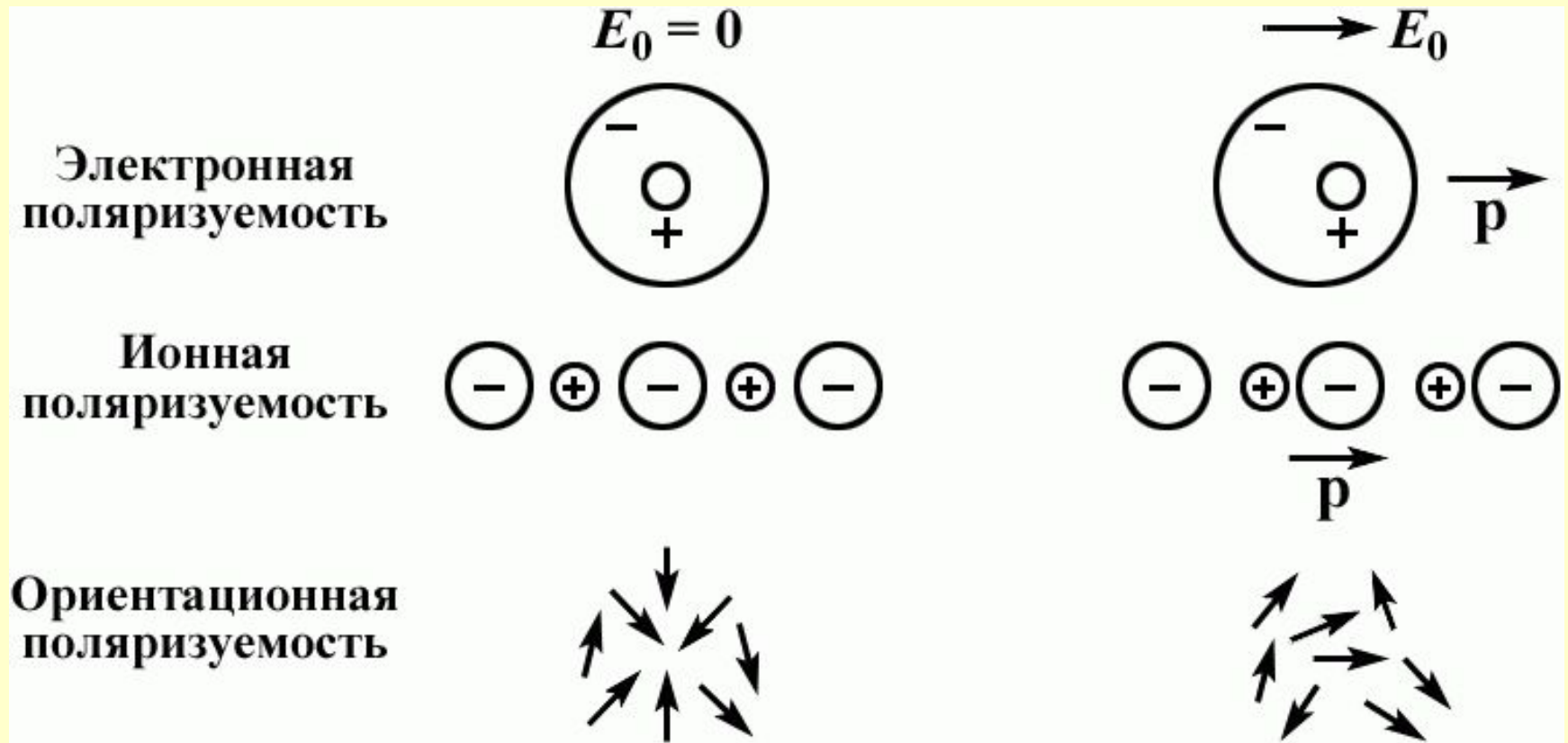
- *полупроводники* $\rho_{\text{д}} > \rho_{\text{п/п}} > \rho_{\text{пр}}$

- *проводники* $\rho_{\text{пр}} = 10^{-6} - 10^{-8} \text{ Ом/м}$

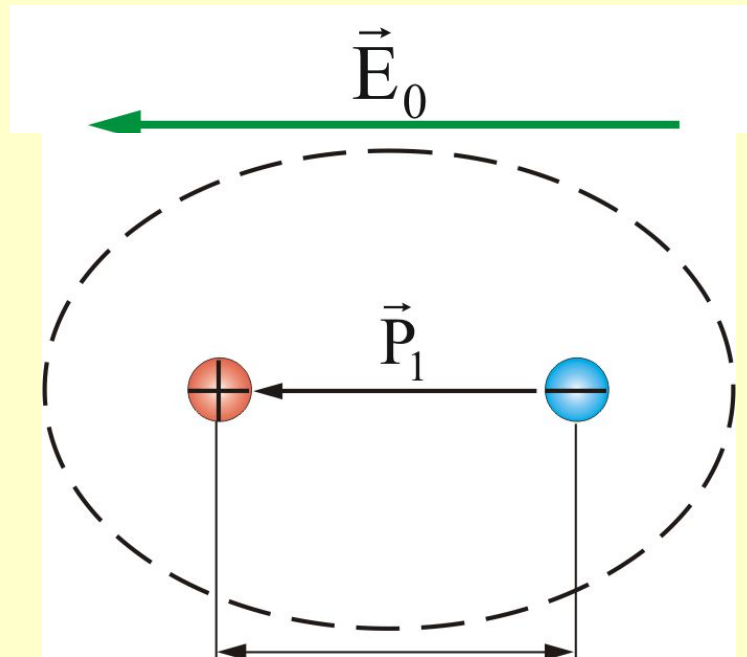
- **В идеальном диэлектрике свободных зарядов**, то есть способных перемещаться на значительные расстояния (превосходящие расстояния между атомами), **нет**.
- Но это не значит, что диэлектрик, помещенный в электростатическое поле, не реагирует на него, что в нем ничего не происходит.

- *Смещение электрических зарядов вещества под действием электрического поля называется **поляризацией**.*
- *Способность к поляризации является основным свойством диэлектриков.*

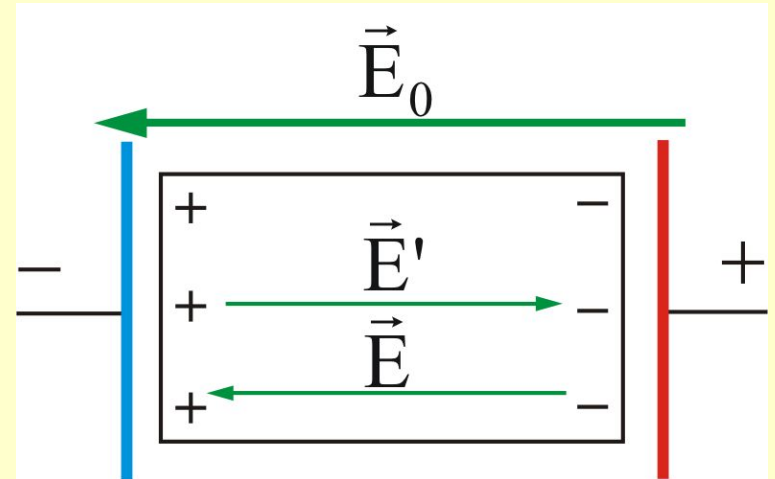
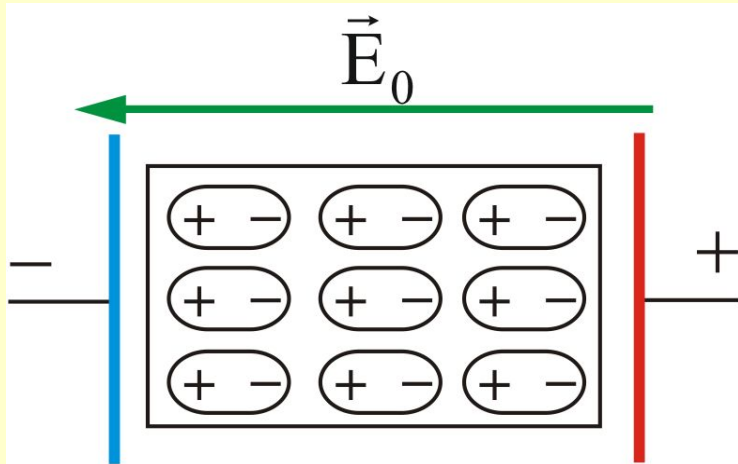
Поляризуемость диэлектрика включает составляющие – электронную, ионную и ориентационную (дипольную).



- Главное в поляризации – смещение зарядов в электростатическом поле. В результате, каждая молекула или атом образует электрический момент $\vec{P}$

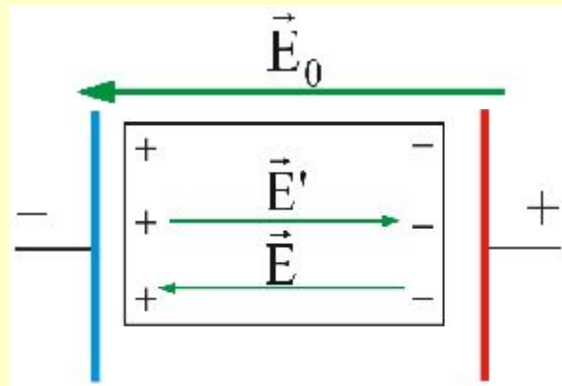


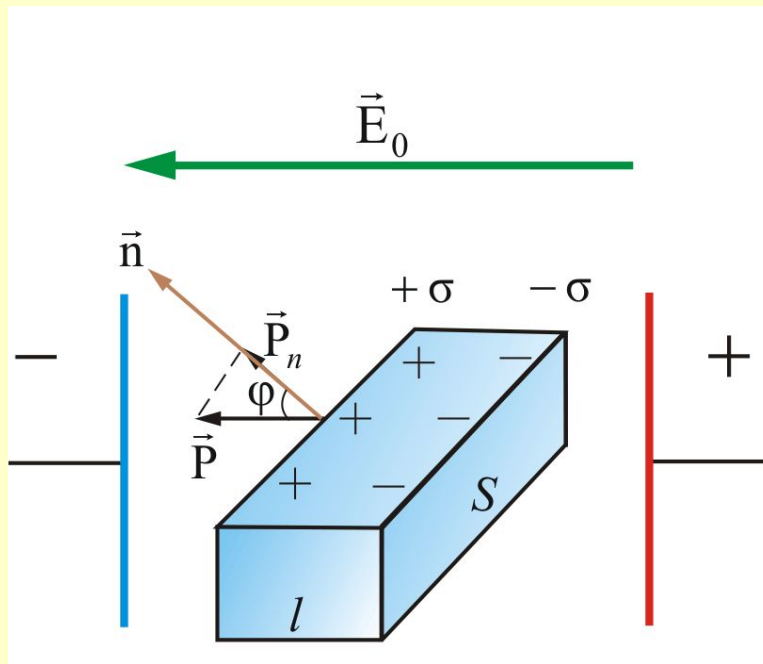
- *Внутри диэлектрика* электрические заряды диполей компенсируют друг друга. Но на внешних поверхностях диэлектрика, прилегающих к электродам, появляются заряды противоположного знака (*поверхностно связанные заряды*).



- Обозначим E' – **электростатическое поле связанных зарядов**. Оно направлено всегда против внешнего поля E_0
- Следовательно, **резльтирующее электростатическое поле внутри диэлектрика**

$$E = E_0 - E'.$$





- Поместим диэлектрик в виде параллелепипеда в электростатическое поле $\vec{E}_0$
- Электрический момент тела, можно найти по формуле:
- $P = ql = \sigma' Sl$, или $P = \sigma' Sl \cos \varphi$,
- σ' – поверхностная плотность связанных зарядов.

- Введем новое понятие – **вектор поляризации – электрический момент единичного объема.**

- $$\underline{\vec{P}} = \sum_k^n \vec{P}_{1k} = n\vec{P}_1, \quad (4.1.4)$$

- где n – концентрация молекул в единице объема,
- $\vec{P}_1$ – электрический момент одной молекулы.

- С учетом этого обстоятельства,
- $P = \underline{PV} = \underline{PSl} \cos(\varphi) \quad (4.1.5)$
- (т.к. $V = Sl \cos \varphi$ – объем параллелепипеда).
- Приравняем (4.1.3.) и (4.1.5) и учтем, что – проекция $\underline{P}$ на направление $\underline{n}$ – вектора нормали,

$$\underline{P} \cos \varphi = P_n$$

- тогда

$$\sigma' = \underline{P}_n$$

$$\sigma' = \underline{P}_n$$

- **Поверхностная плотность** поляризационных зарядов равна нормальной составляющей **вектора поляризации** в данной точке поверхности.
- Отсюда следует, что **индуцированное в диэлектрике электростатическое поле** E' будет влиять только на нормальную составляющую вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$.

- Вектор поляризации можно представить так:

- $$\underline{\underline{\mathbf{P}}} = n \underline{\underline{\mathbf{P}}}_1 = n \alpha \epsilon_0 \underline{\underline{\mathbf{E}}} = \chi \epsilon_0 \underline{\underline{\mathbf{E}}}, \quad (4.1.7)$$

- где α – поляризуемость молекул,
- $\chi = n\alpha$ **диэлектрическая восприимчивость** – макроскопическая безразмерная величина, характеризующая поляризацию единицы объема.

Следовательно, и у результирующего поля $\vec{E}$ изменяется, по сравнению с $\vec{E}_0$, только нормальная составляющая.

Тангенциальная составляющая поля остается без изменения.

- В векторной форме результирующее поле можно представить так:

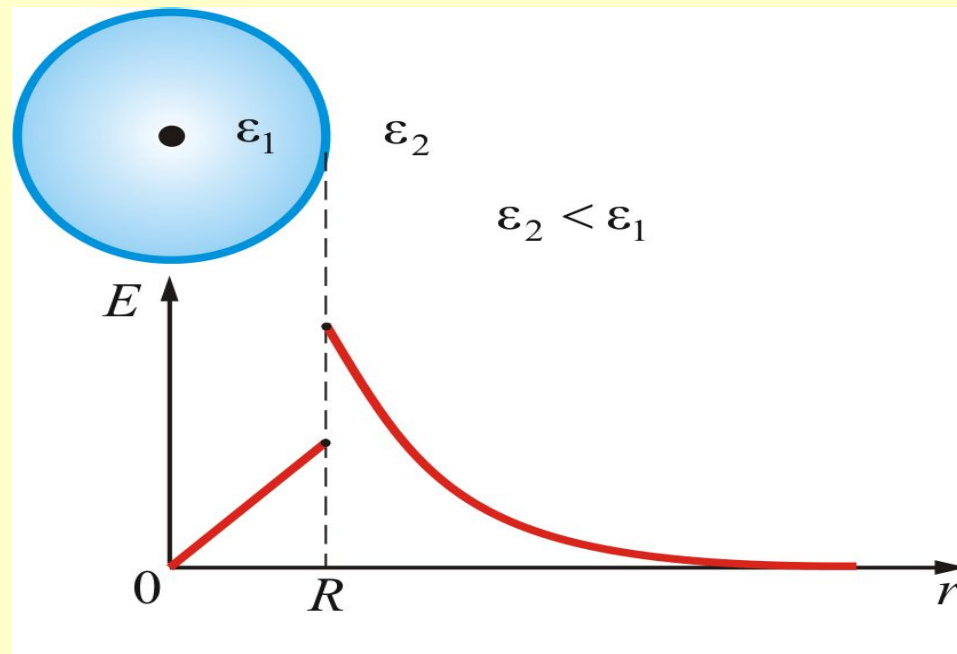
- $$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \quad (4.1.8)$$

- Результирующая электростатического поля в диэлектрике равно внешнему полю, деленному на диэлектрическую проницаемость среды ϵ :

- $$E = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (4.1.9)$$

- Величина $\varepsilon = 1 + \chi$ характеризует электрические свойства диэлектрика.
- Физический смысл диэлектрической проницаемости среды ε – величина, показывающая во сколько раз электростатическое поле внутри диэлектрика меньше, чем в вакууме:
- $$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \quad (4.1.10)$$

- График зависимости напряженности электростатического поля шара от радиуса, с учетом диэлектрической проницаемости двух сред (ϵ_1 и ϵ_2), показан на рисунке
- Как видно из рисунка, напряженность поля изменяется скачком при переходе из одной среды в другую .

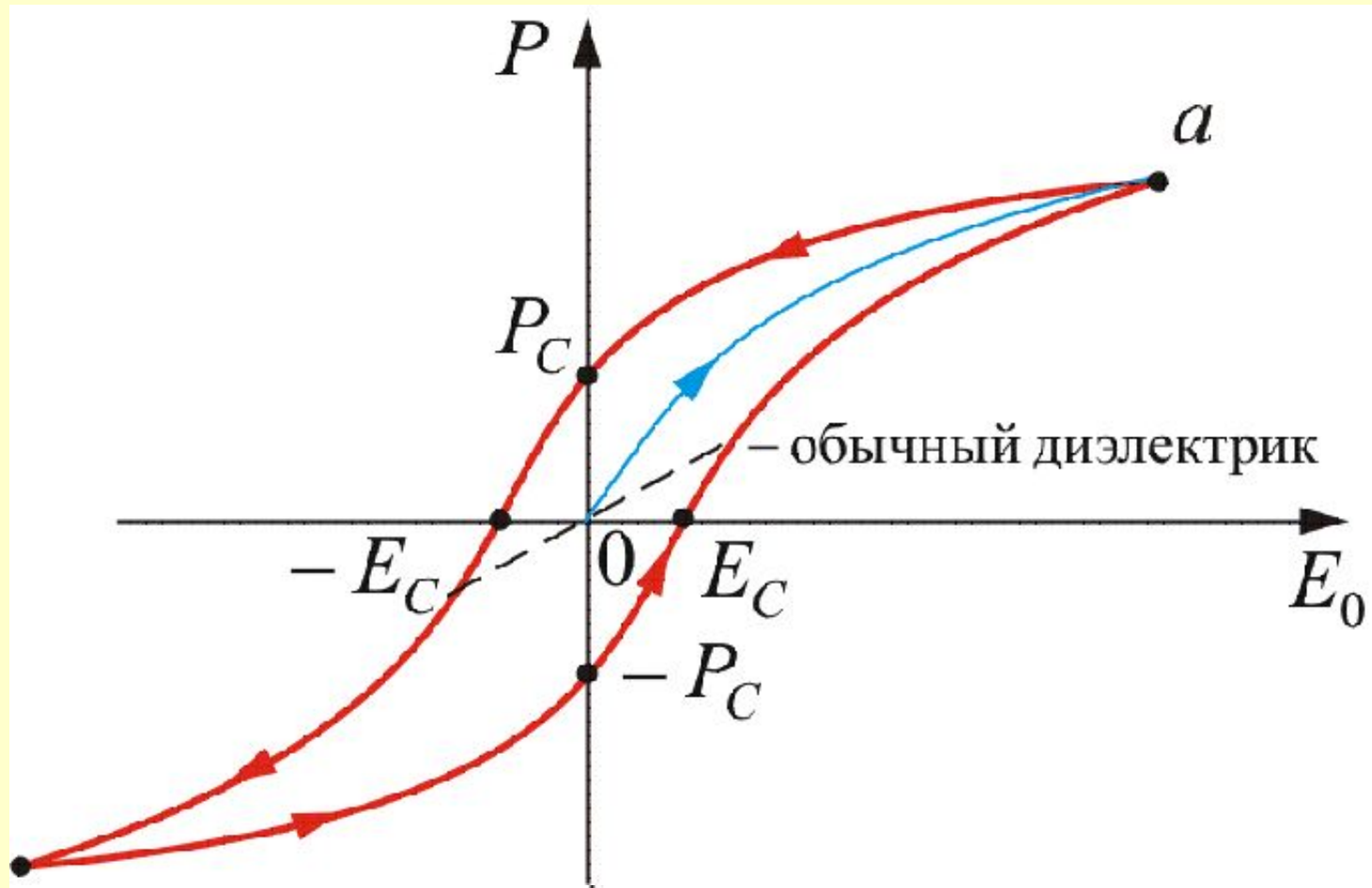


4.2. Различные виды диэлектриков

- В 1920 г. была открыта **спонтанная** (самопроизвольная) **поляризация**.
- Всю группу веществ, называли **сегнетоэлектрики** (или *ферроэлектрики*).
- Все сегнетоэлектрики обнаруживают резкую анизотропию свойств (сегнетоэлектрические свойства могут наблюдаться только вдоль одной из осей кристалла). У изотропных диэлектриков поляризация всех молекул одинакова, у анизотропных – поляризация, и следовательно, вектор поляризации в разных направлениях разные.

- Рассмотрим **основные свойства сегнетоэлектриков:**
- 1. Диэлектрическая проницаемость ε в некотором температурном интервале велика ($\varepsilon \sim 10^3 - 10^4$)
- 2. Значение ε зависит не только от внешнего поля E_0 , но и от предыстории образца.
- 3. Диэлектрическая проницаемость ε (а следовательно, и P) – нелинейно зависит от напряженности внешнего электростатического поля (**нелинейные диэлектрики**).

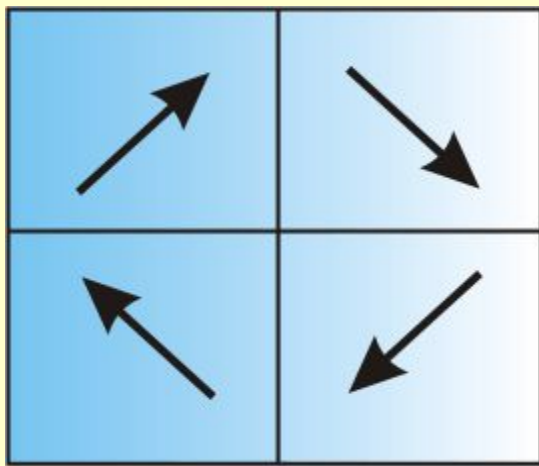
- Это свойство называется *диэлектрическим гистерезисом*
- Здесь точка *a* – состояние насыщения.



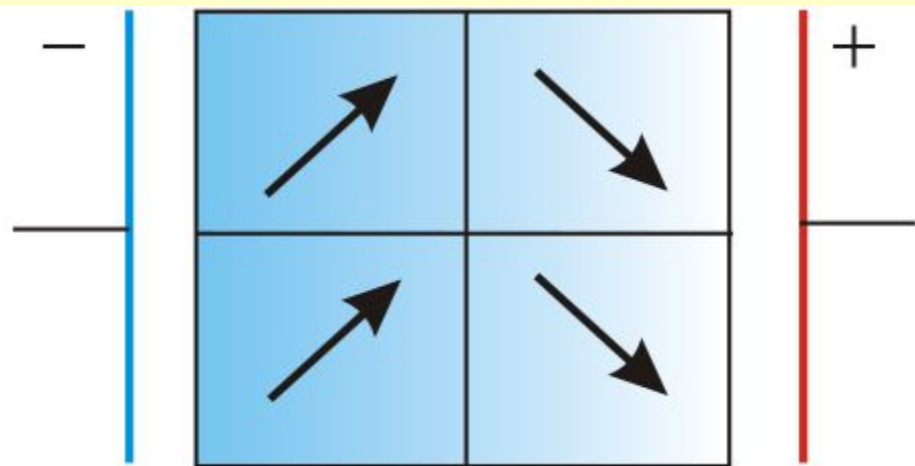
- 4. Наличие точки Кюри – температуры, при которой (и выше) сегнетоэлектрические свойства пропадают. При этой температуре происходит фазовый переход 2-го рода. Например,

- титанат бария: 133°C ;
- сегнетова соль: $-18 + 24^{\circ}\text{C}$;
- ниобат лития 1210°C .

- Стремление к минимальной потенциальной энергии и наличие дефектов структуры приводит к тому, что сегнетоэлектрик разбит на **домены**



$$P = 0$$



$$P \sim E$$

- Среди диэлектриков есть вещества, называемые **электреты** – диэлектрики, длительно сохраняющие поляризованное состояние после снятия внешнего электростатического поля (аналоги постоянных магнитов).

Пьезоэлектрики

Некоторые диэлектрики поляризуются не только под действием электрического поля, но и под действием механической деформации. Это явление называется ***пьезоэлектрическим эффектом***.

- Явление открыто братьями Пьером и Жаком Кюри в 1880 году.
- Если на грани кристалла наложить металлические электроды (обкладки) то при деформации кристалла на обкладках возникнет разность потенциалов.
- Если замкнуть обкладки, то потечет

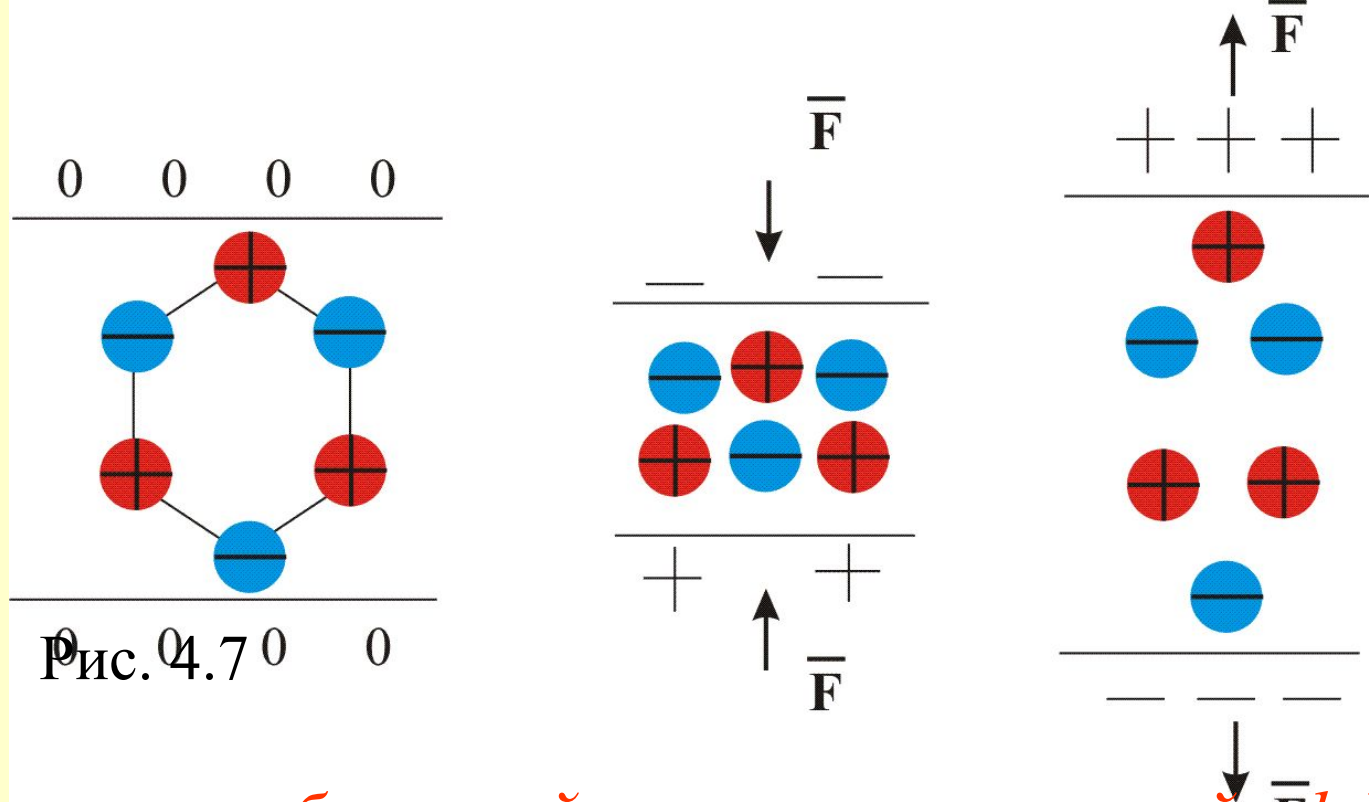


Рис. 4.7 0 0

Возможен и обратный пьезоэлектрический эффект:

- Возникновение поляризации сопровождается механическими деформациями.
- Если на пьезоэлектрический кристалл подать напряжение, то возникнут механические деформации кристалла, причем, деформации будут пропорциональны приложенному электрическому полю E .

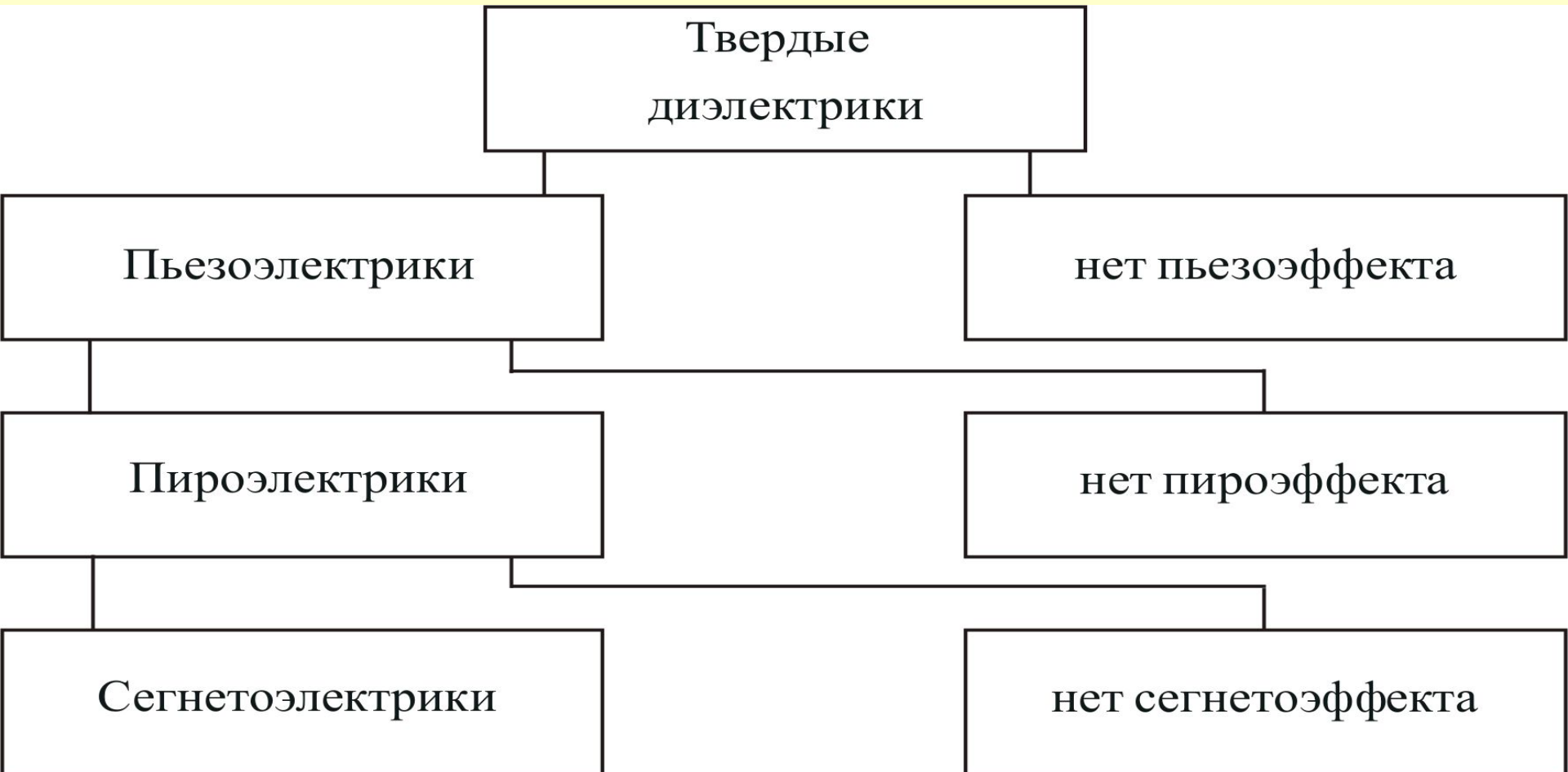
- Сейчас известно более 1800 пьезокристаллов.
- Все сегнетоэлектрики обладают пьезоэлектрическими свойствами
- Используются в пьезоэлектрических адаптерах и других устройствах).

4.2.3. Пироэлектрики

Пироэлектричество – появление электрических зарядов на поверхности некоторых кристаллов при их нагревании или охлаждении.

- При нагревании один конец диэлектрика заряжается положительно, а при охлаждении он же – отрицательно.
- Появление зарядов связано с изменением существующей поляризации при изменении

Все пирозэлектрики являются
пьезоэлектриками, но не наоборот.
Некоторые пирозэлектрики обладают
сегнетоэлектрическими свойствами.



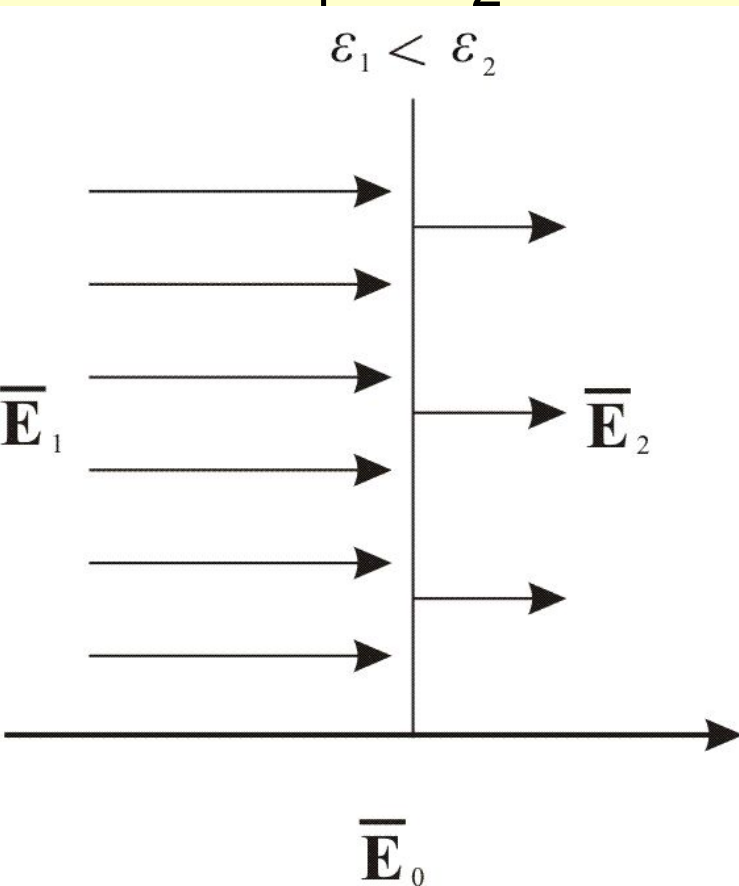
В качестве **примеров** использования различных диэлектриков можно привести: **сегнетоэлектрики** – электрические конденсаторы, ограничители предельно допустимого тока, позисторы, запоминающие устройства;

пьезоэлектрики – генераторы ВЧ и пошаговые моторы, микрофоны, наушники, датчики давления, частотные фильтры, пьезоэлектрические адаптеры;

пироэлектрики – позисторы, детекторы ИК-излучения, болометры (датчики инфракрасного излучения), электрооптические модуляторы.

4.3. Вектор электрического смещения $\vec{D}$

Имеем границу раздела двух сред с ϵ_1 и ϵ_2 , так что, $\epsilon_1 < \epsilon_2$ (рис. 4.8).



$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad \text{или} \quad E_1 = E_2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

Напряженность электрического поля E изменяется скачком при переходе из одной среды в другую.

Рис. 4.8

- Главная задача электростатики – расчет электрических полей, то есть $\vec{E}$ в различных электрических аппаратах, кабелях, конденсаторах,....
- Эти расчеты сами по себе не просты да еще наличие разного сорта диэлектриков и проводников еще более усложняют задачу.

- Для упрощения расчетов была введена новая векторная величина – **вектор электрического смещения** (электрическая индукция).

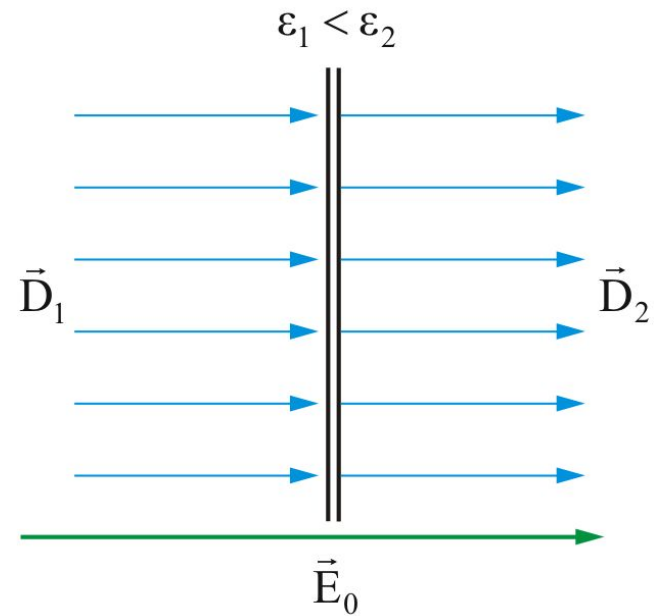
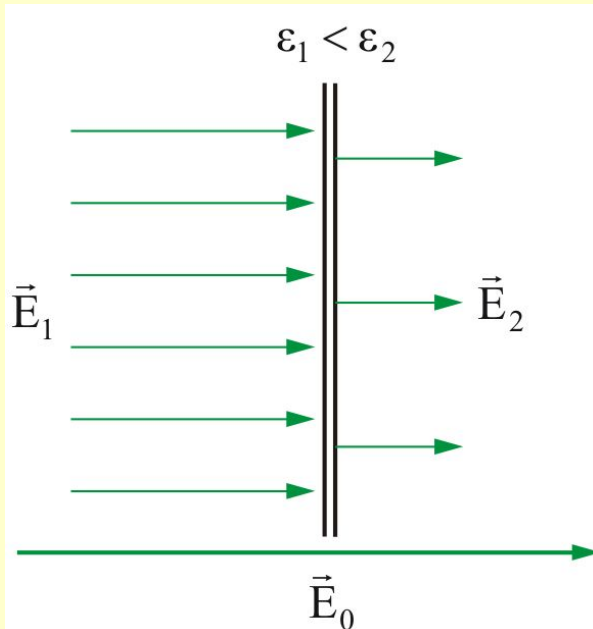
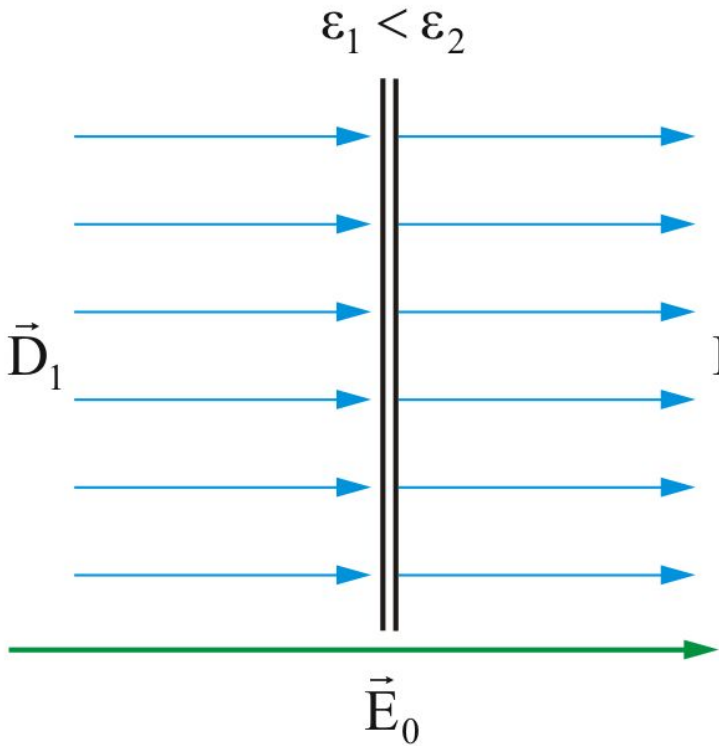
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad (4.3.1)$$

- Из предыдущих рассуждений $E_1 \varepsilon_1 = \varepsilon_2 E_2$ тогда $\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2$ отсюда и

$$D_{n1} = D_{n2}.$$

$$D_{n1} = D_{n2}$$

Таким образом, вектор $\vec{D}$ остается неизменным при переходе из одной среды в другую и это облегчает расчет $\vec{D}$.



Зная $\vec{D}$ и ϵ , легко рассчитывать

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

отсюда можно записать:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (4.3.3)$$

где $\vec{P}$ - вектор поляризации,

χ – диэлектрическая восприимчивость среды, характеризующая поляризацию единичного объема среды.

- Для точечного заряда в вакууме

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

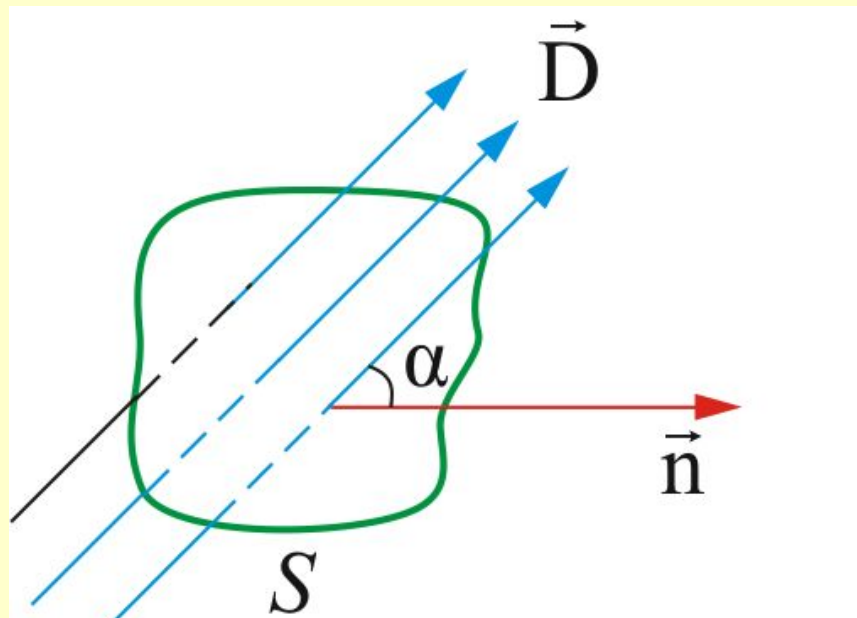
- Для $\vec{D}$ имеет место принцип суперпозиции, как и для $\vec{E}$, т.е.

$$\vec{D} = \sum_{k=1}^n \vec{D}_k.$$

4.4. Поток вектора электрического смещения.

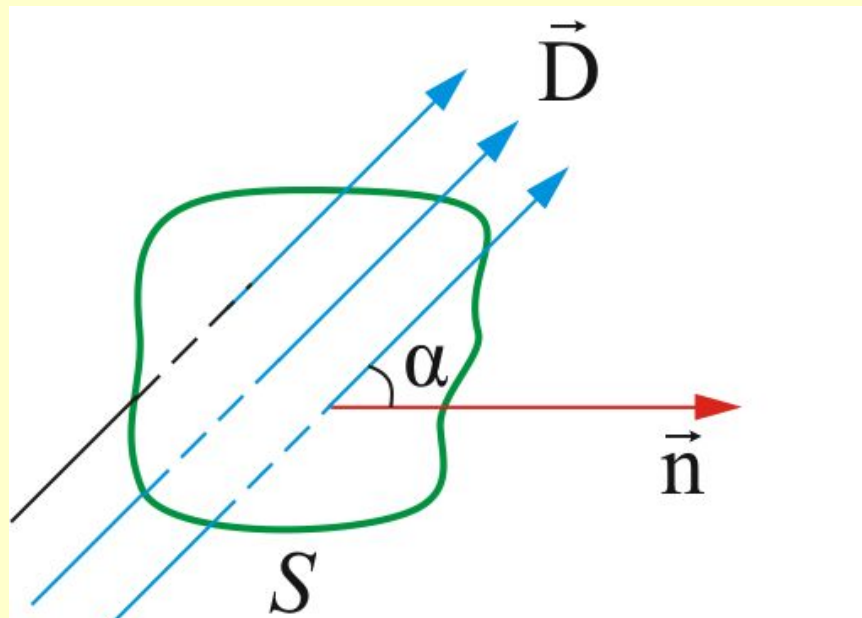
Теорема Остроградского-Гаусса для вектора $\vec{D}$

Пусть произвольную площадку S пересекают линии вектора электрического смещения $\vec{D}$ под углом α к нормали:



В однородном электростатическом поле
поток вектора $\vec{D}$ равен:

$$\Phi_D = DS \cos \alpha = D_n S.$$



Теорему Остроградского-Гаусса для вектора $\mathbf{D}$ получим из теоремы Остроградского-Гаусса для вектора $\mathbf{E}$:

•

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon} \qquad E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \oint_S D_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon}$$

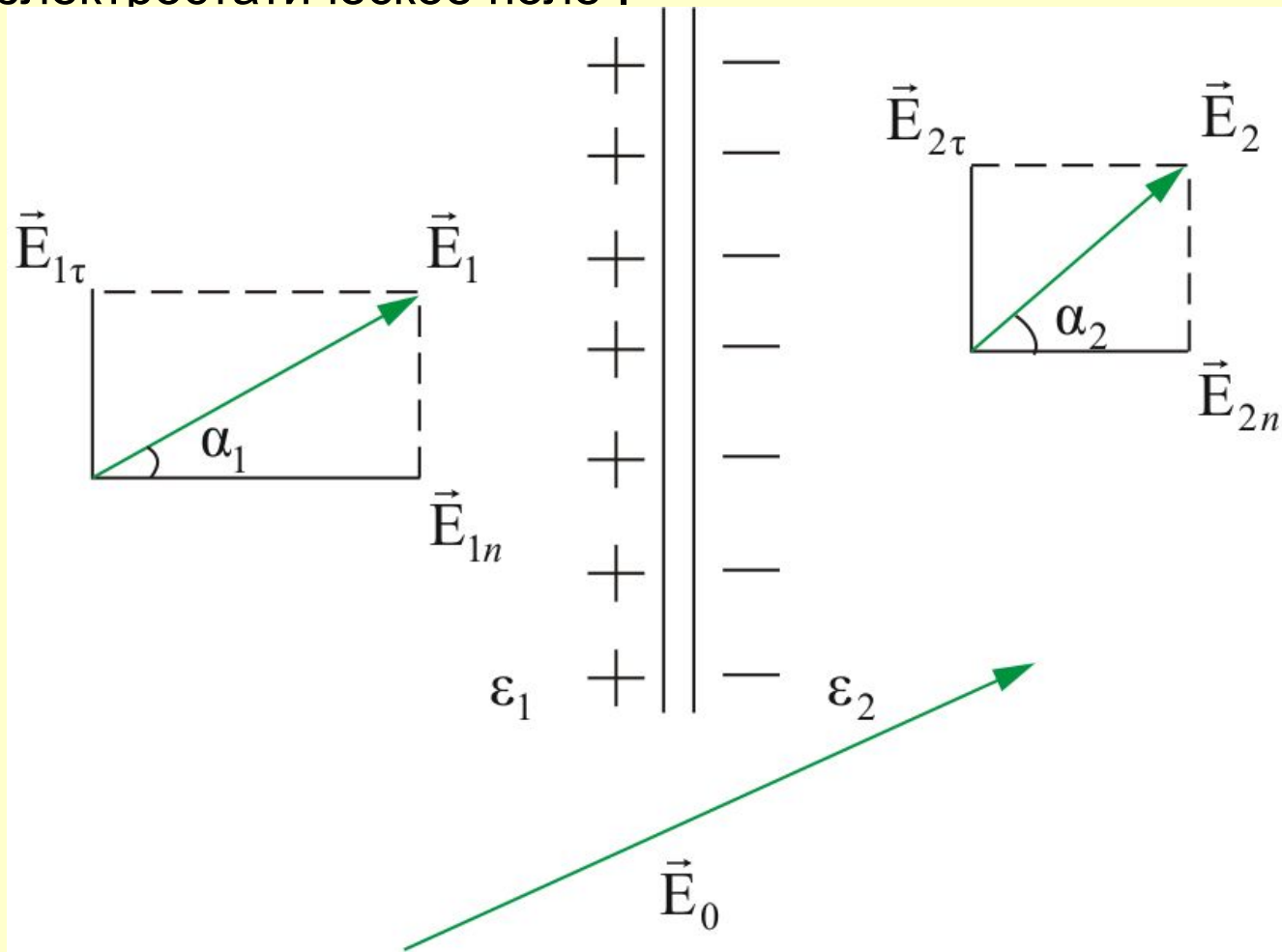
- Теорема Остроградского-Гаусса для $\vec{D}$

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum q_k \quad (4.4.1)$$

- Поток вектора $\vec{D}$ через любую замкнутую поверхность определяется **только свободными зарядами**, а не всеми зарядами внутри объема, ограниченного данной поверхностью.
- Это позволяет не рассматривать связанные (поляризованные) заряды, влияющие на $\vec{E}$ и упрощает решение многих задач.
- В этом смысл введения вектора $\vec{D}$.

4.5. Изменение $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела двух диэлектриков

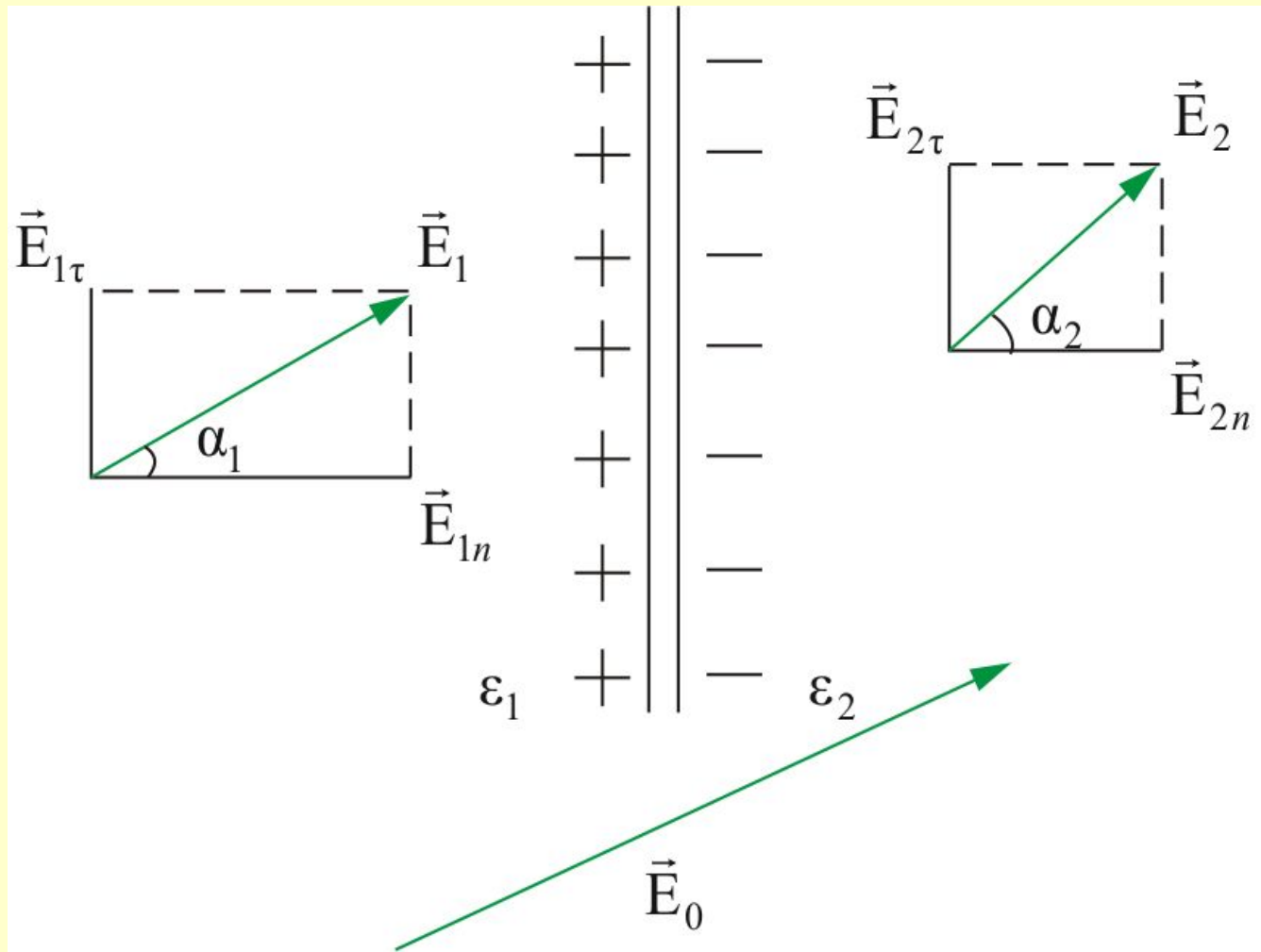
- Рассмотрим простой случай (рисунок 4.12): два бесконечно протяженных диэлектрика с ϵ_1 и ϵ_2 , имеющих общую границу раздела, пронизывает внешнее электростатическое поле.



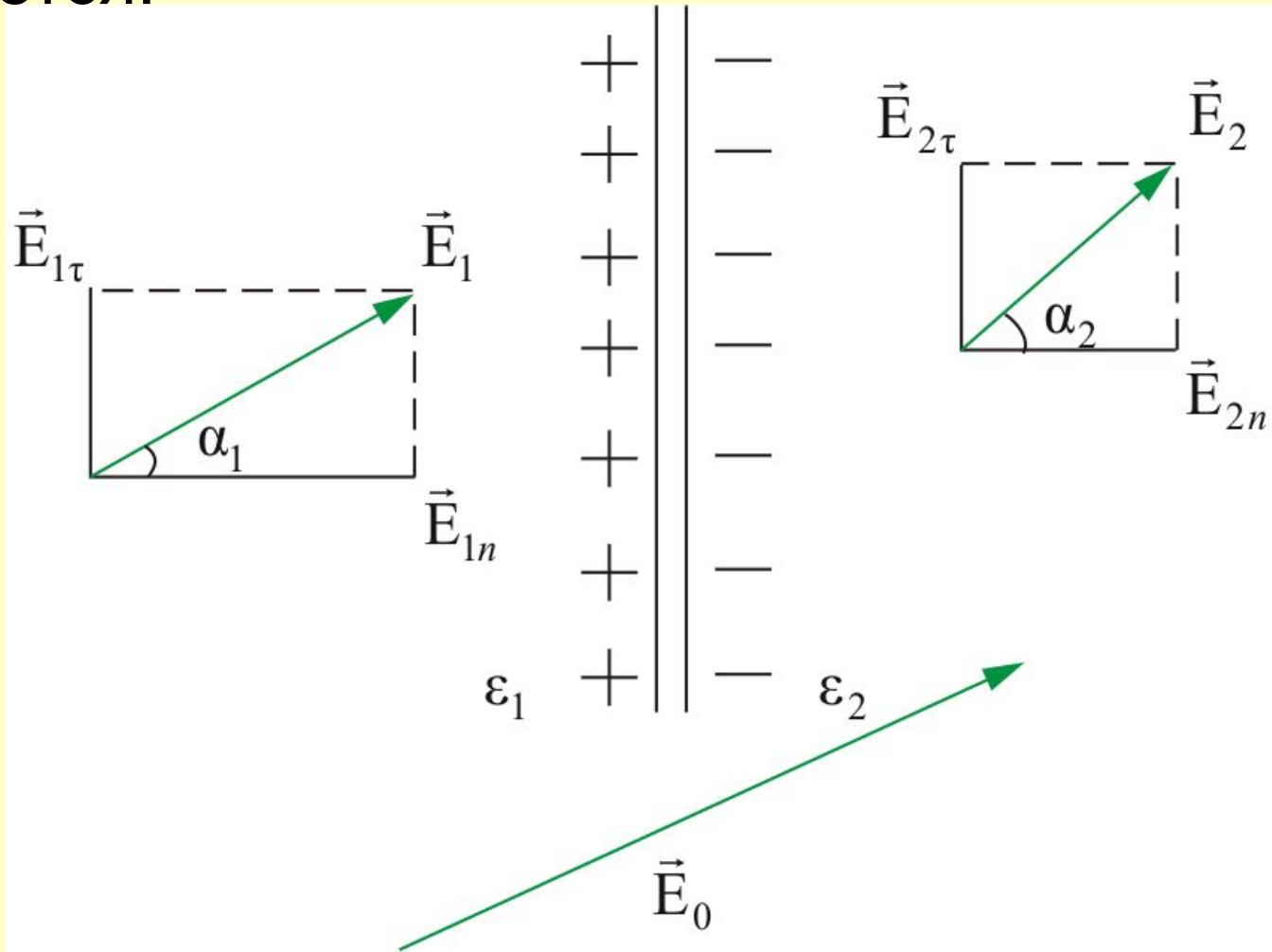
- Пусть $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$.
- Из п. 4.3 мы знаем, что

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad \text{и}$$



- Образовавшиеся поверхностные заряды изменяют только *нормальную составляющую* а тангенциальная составляющая остается постоянной, в результате направление вектора $\vec{E}$ изменяется:



- То есть направление вектора $\mathbf{E}$

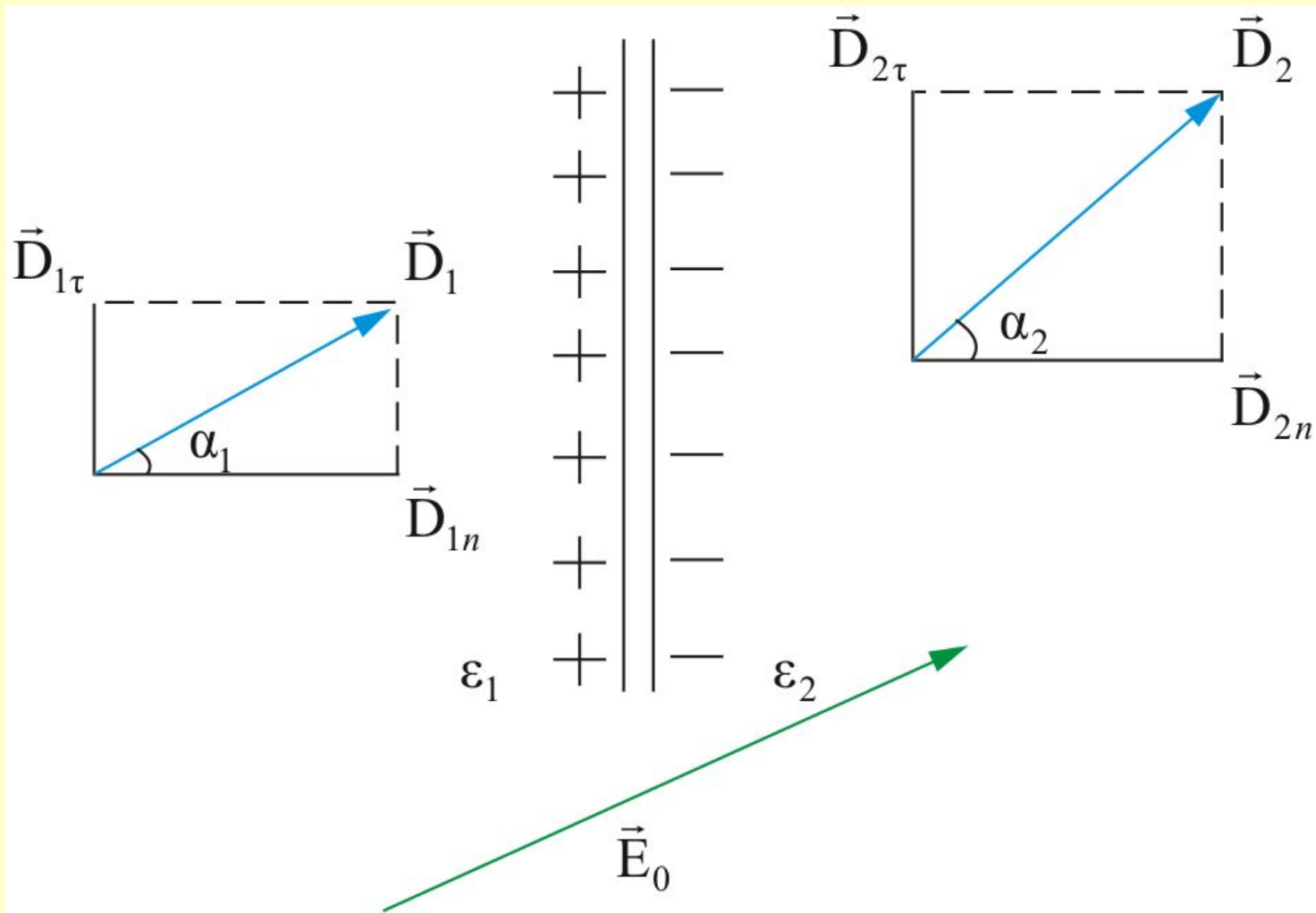
изменяется:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{2\tau} E_{1n}}{E_{2n} E_{1\tau}} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

- ***Это закон преломления вектора напряженности электростатического поля.***

- Рассмотрим изменение вектора $\vec{D}$ и его проекций D_n и D_τ



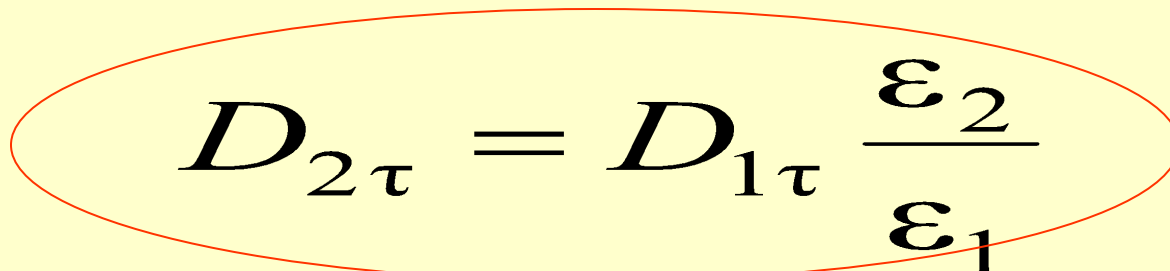
• Т.к. $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}$, то имеем:

• $D_{1n} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n} \quad D_{2n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}$

•
$$\frac{D_{1n}}{D_{2n}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \varepsilon_1} = 1$$

• т.е. $D_{1n} = D_{2n}$ — нормальная составляющая вектора не изменяется.

•
$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1\tau}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$$


$$D_{2\tau} = D_{1\tau} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

• т.е. тангенциальная составляющая вектора увеличивается в $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ раз

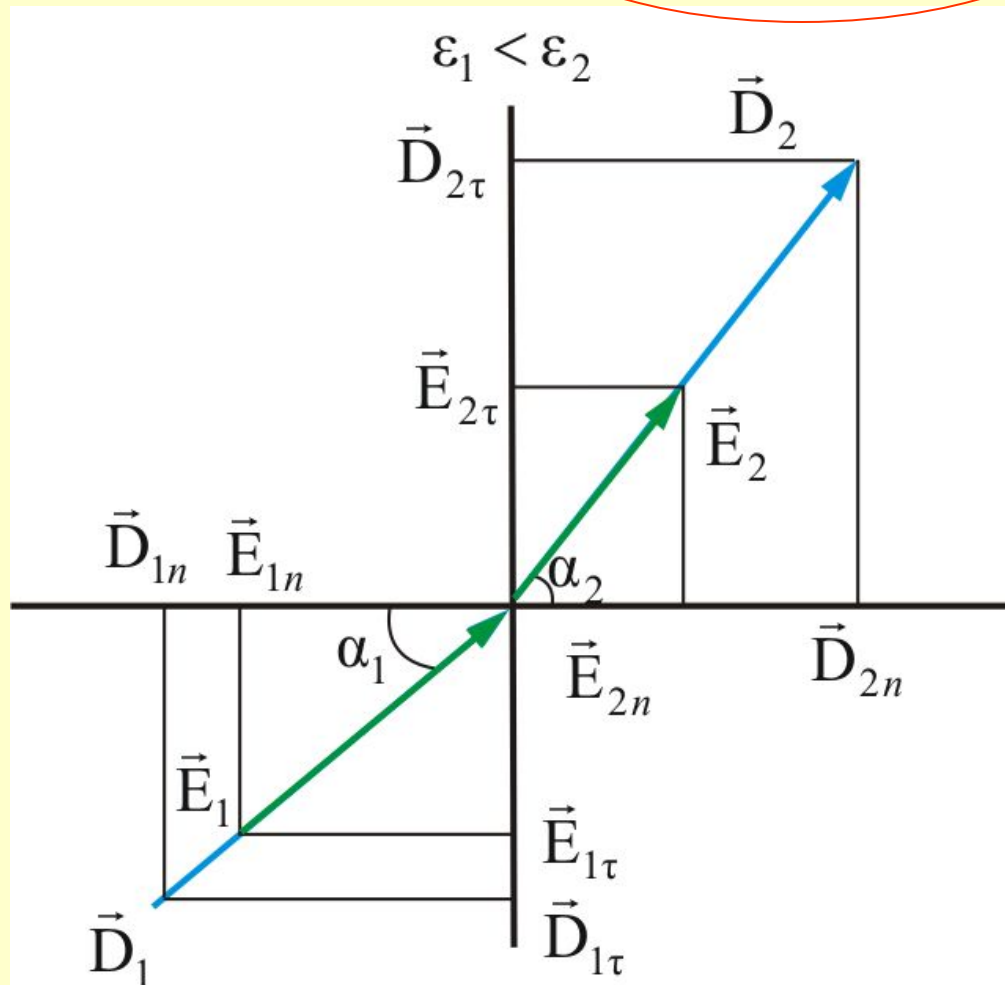
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{2\tau} D_{1n}}{D_{2n} D_{1\tau}} = \frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

- **закон преломления вектора D .**

- Объединим рисунки 4.12 и 4.13 и проиллюстрируем **закон преломления для векторов E и D** :

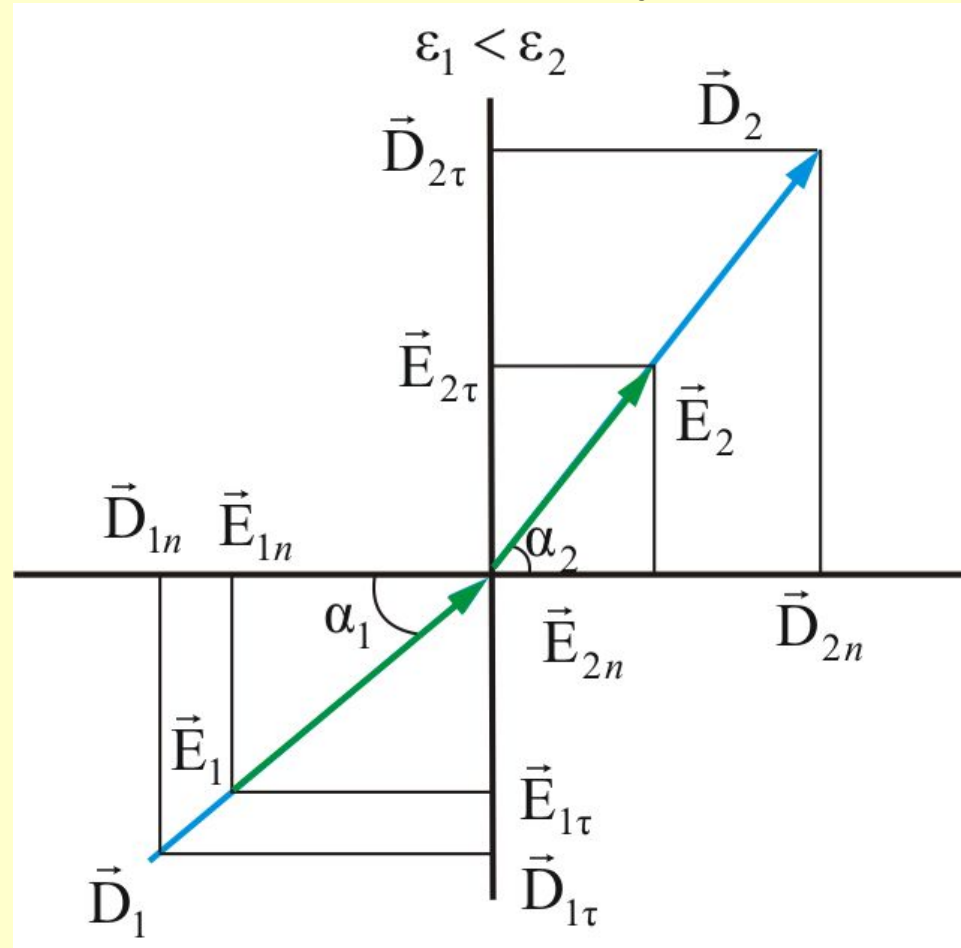
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$



- Как видно из рисунка, при переходе из одной диэлектрической среды в другую вектор $\vec{D}$ – преломляется на тот же угол, что и $\vec{E}$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

- Входя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью, линии $\vec{D}$ и $\vec{E}$ удаляются от нормали.



Сегодня: *

Лекция окончена.

До свидания!

УРА! УРА! УРА!

Сегодня: *

Лекция окончена.

До свидания!