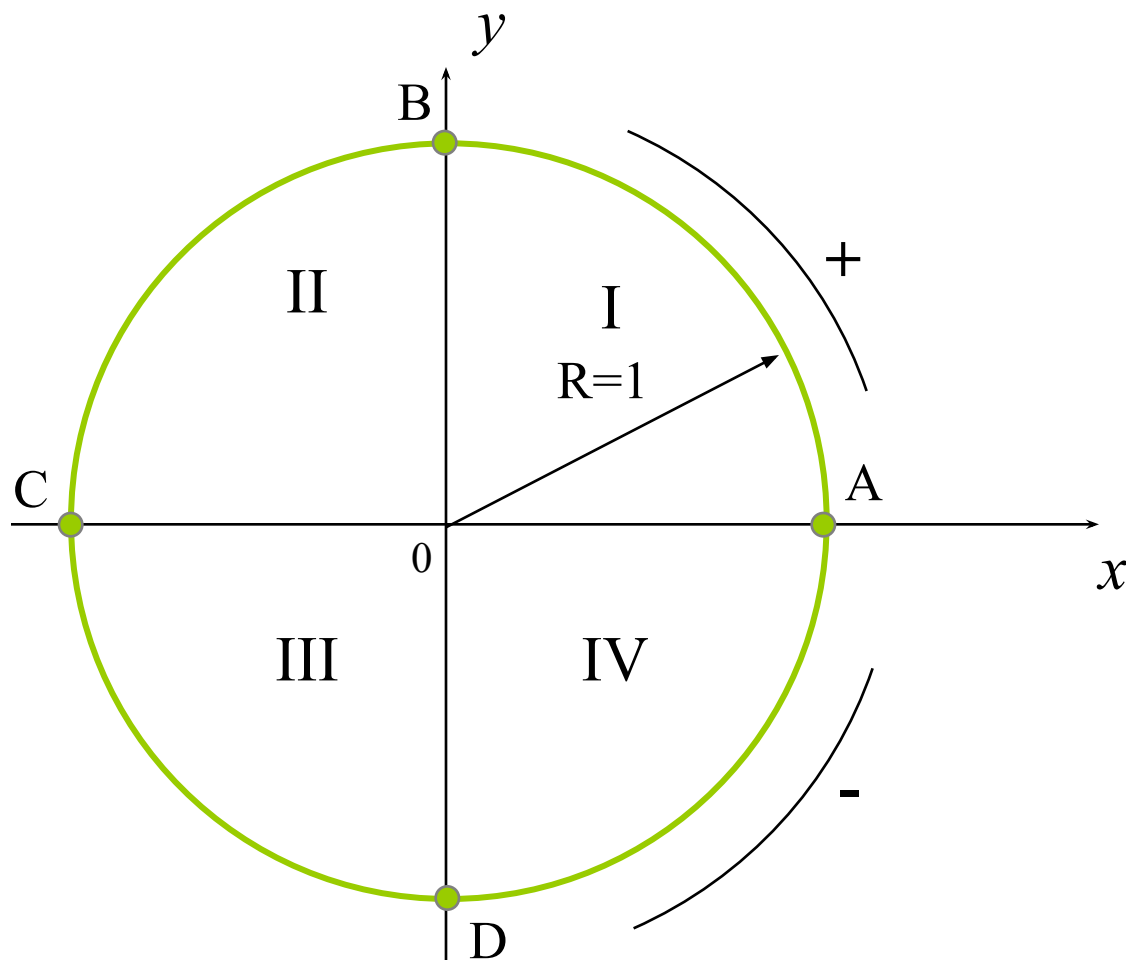


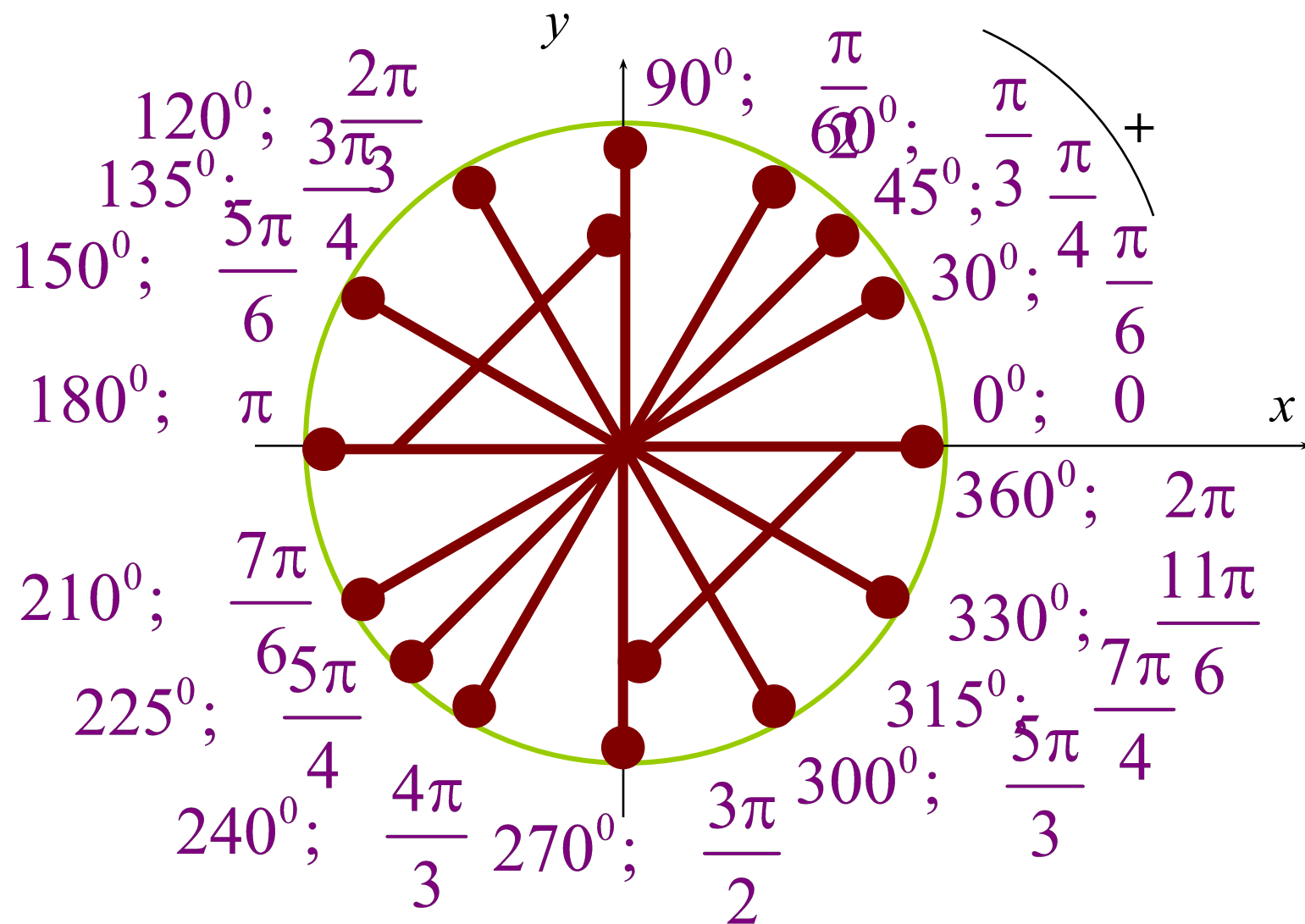
Урок-исследование

Методы решения
тригонометрических
уравнений.

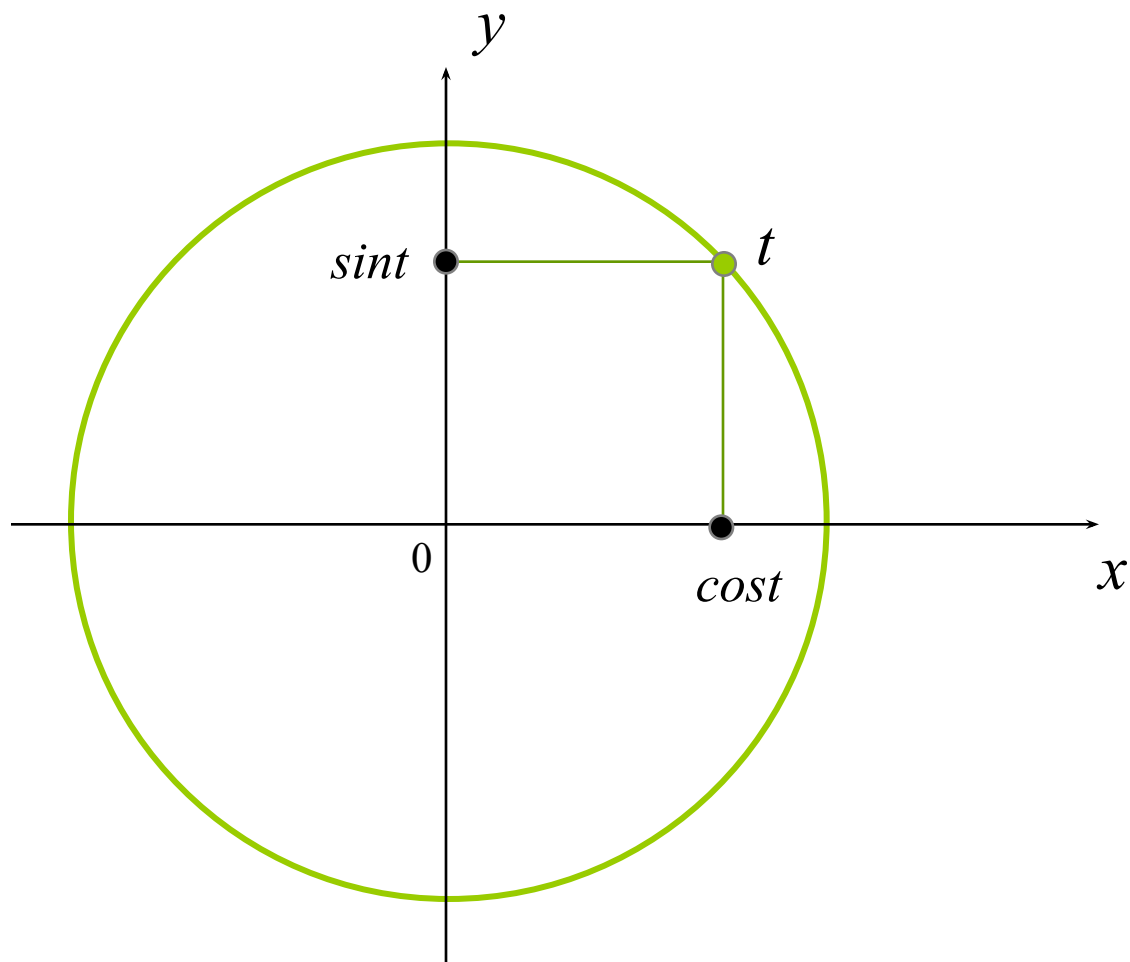
Тригонометрическая окружность



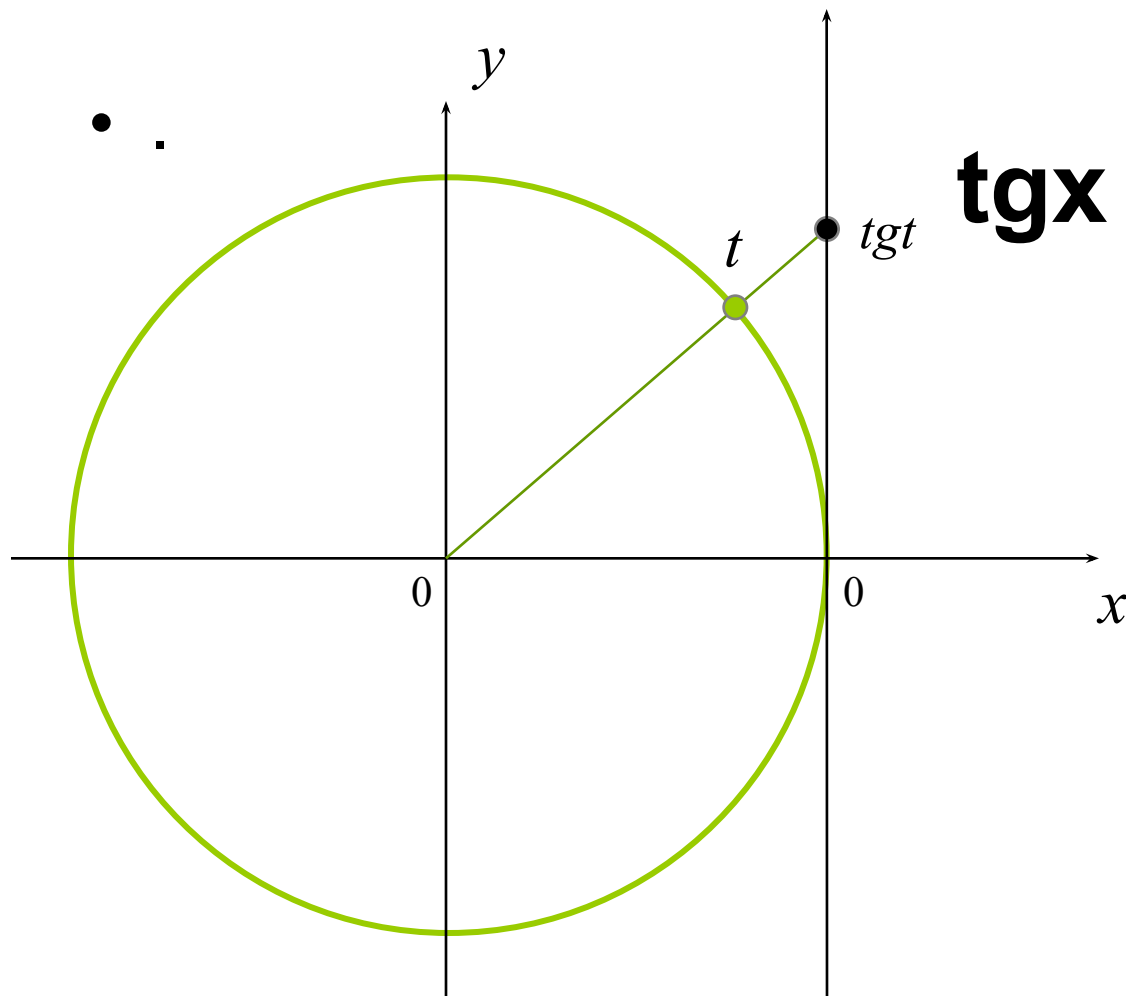
Градусы и радианы



Косинус и синус

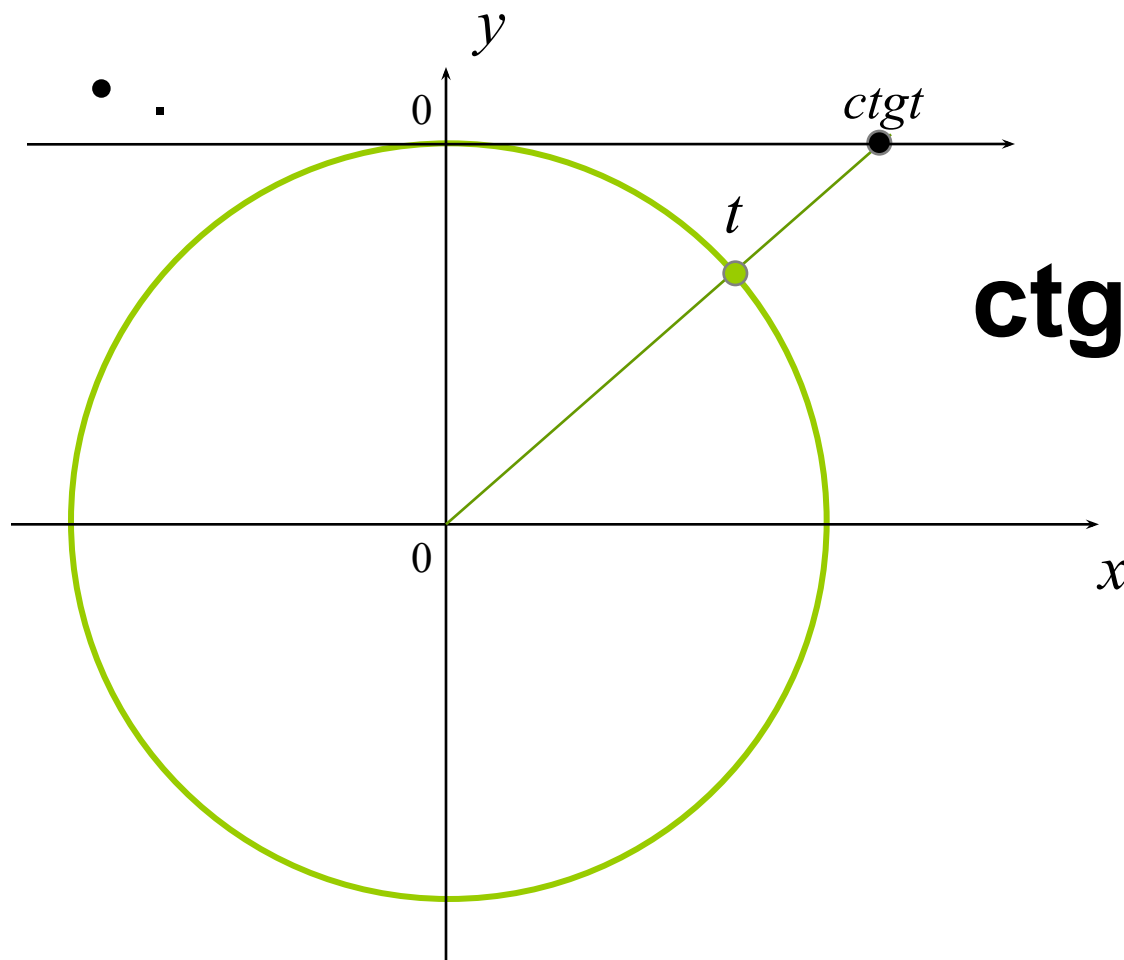


Тангенс



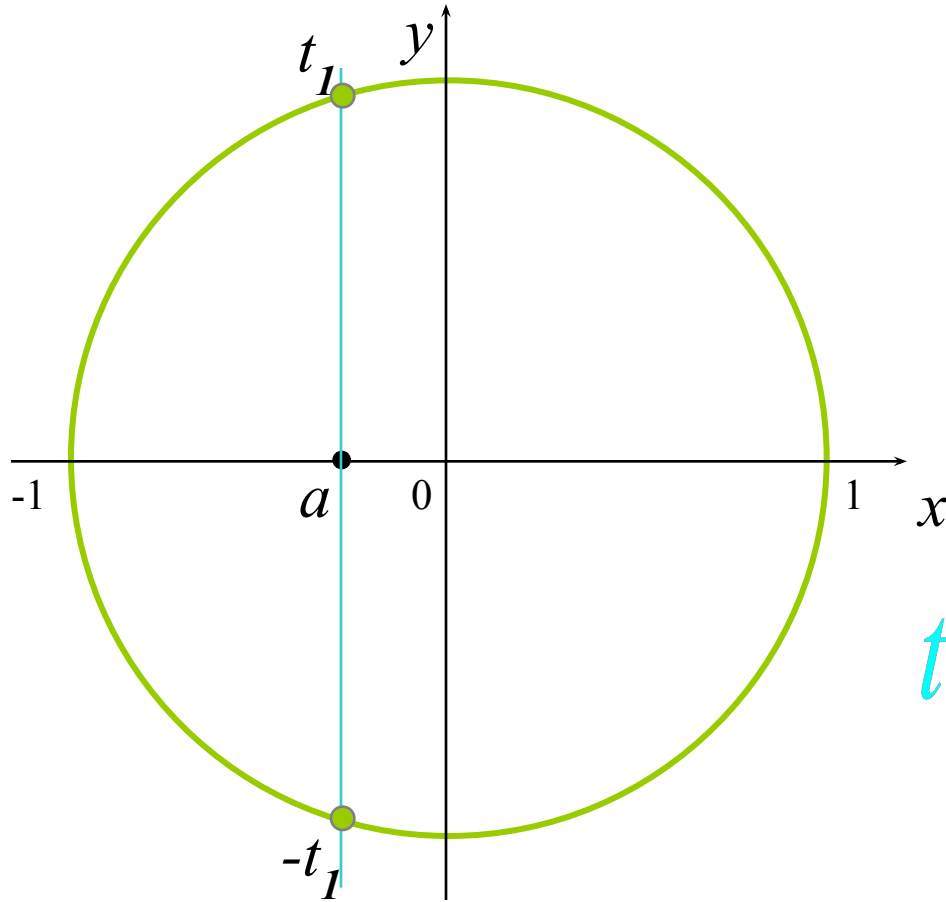
$$\mathbf{tgx = sinx/cosx}$$

Котангенс



$$\mathbf{ctgx = \cos x / \sin x}$$

Уравнение $\cos t = a$



1. Проверить условие:

$$|a| \leq 1$$

2. Записать общее решение уравнения:

$$t = \pm t_1 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Где $t_1 = \arccos a$

Частные случаи уравнения $\cos t = a$

$$\cos t = 1$$

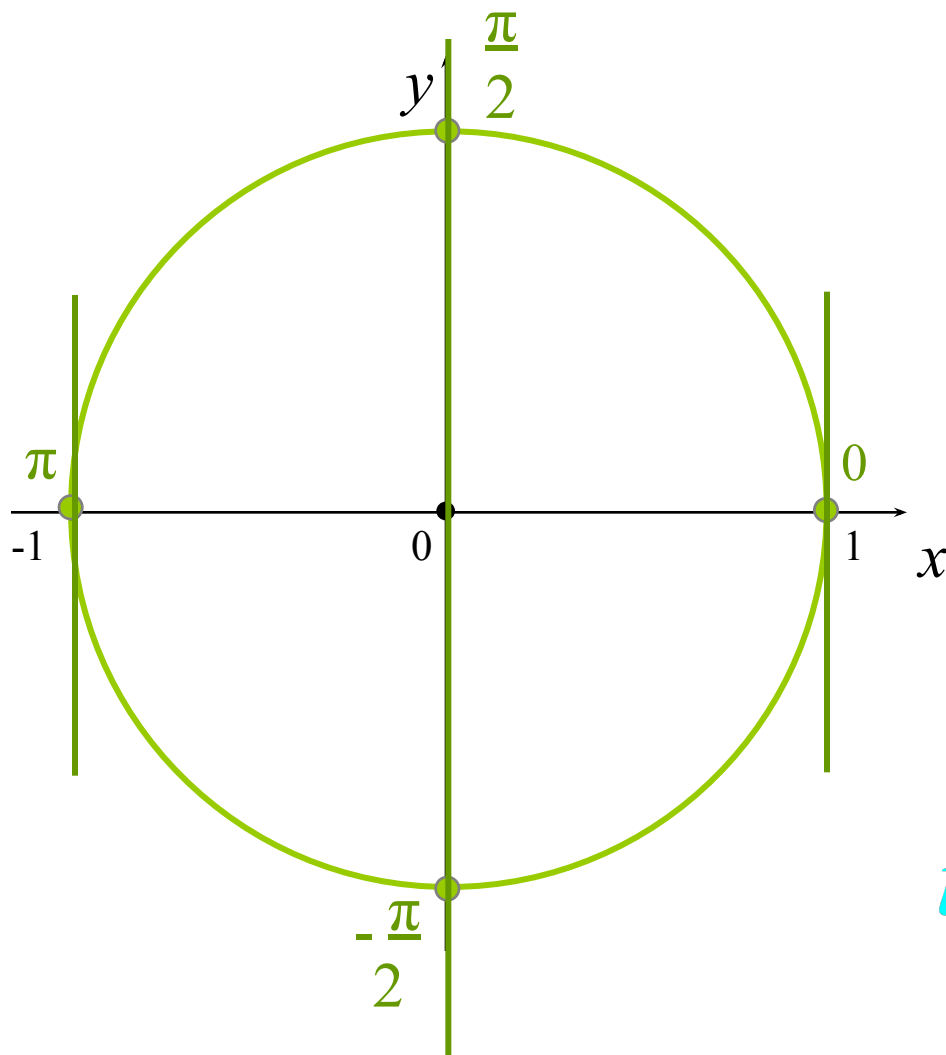
$$t = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = 0$$

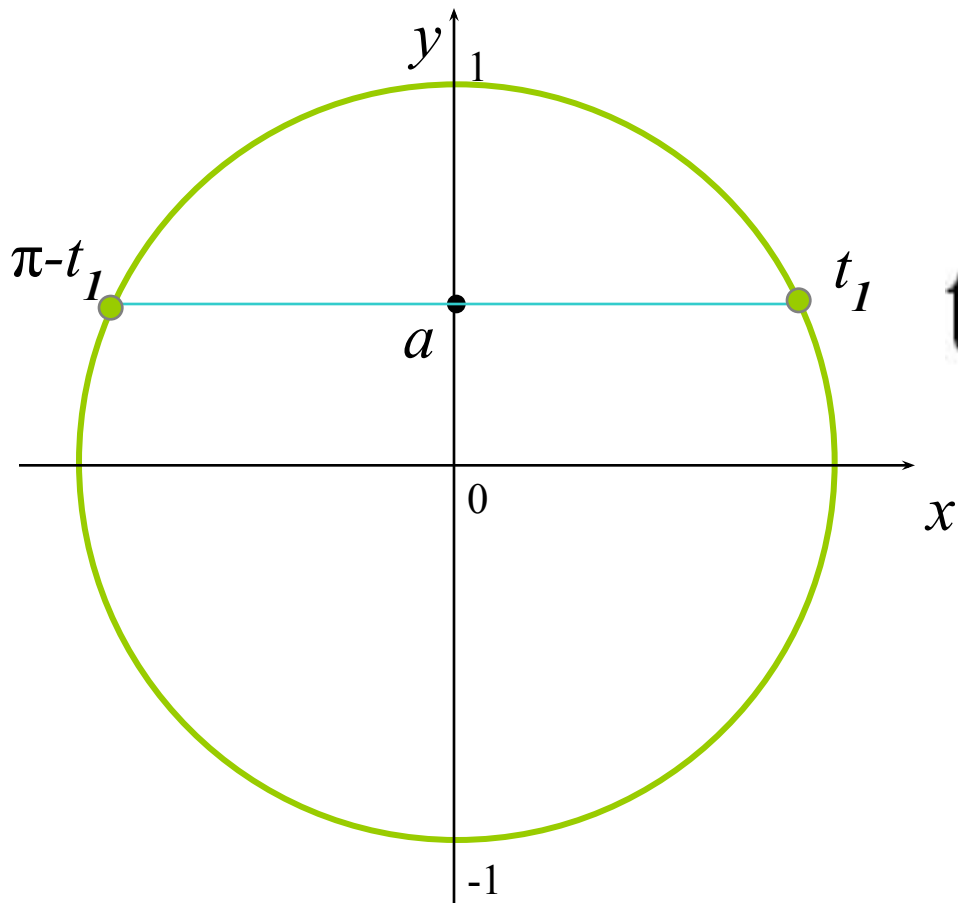
$$t = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = -1$$

$$t = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Уравнение $\sin t = a$



1. Проверить условие $|a| \leq 1$

2. Записать общее решение уравнения:

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи уравнения $\sin t = a$

$$\sin t = 1$$

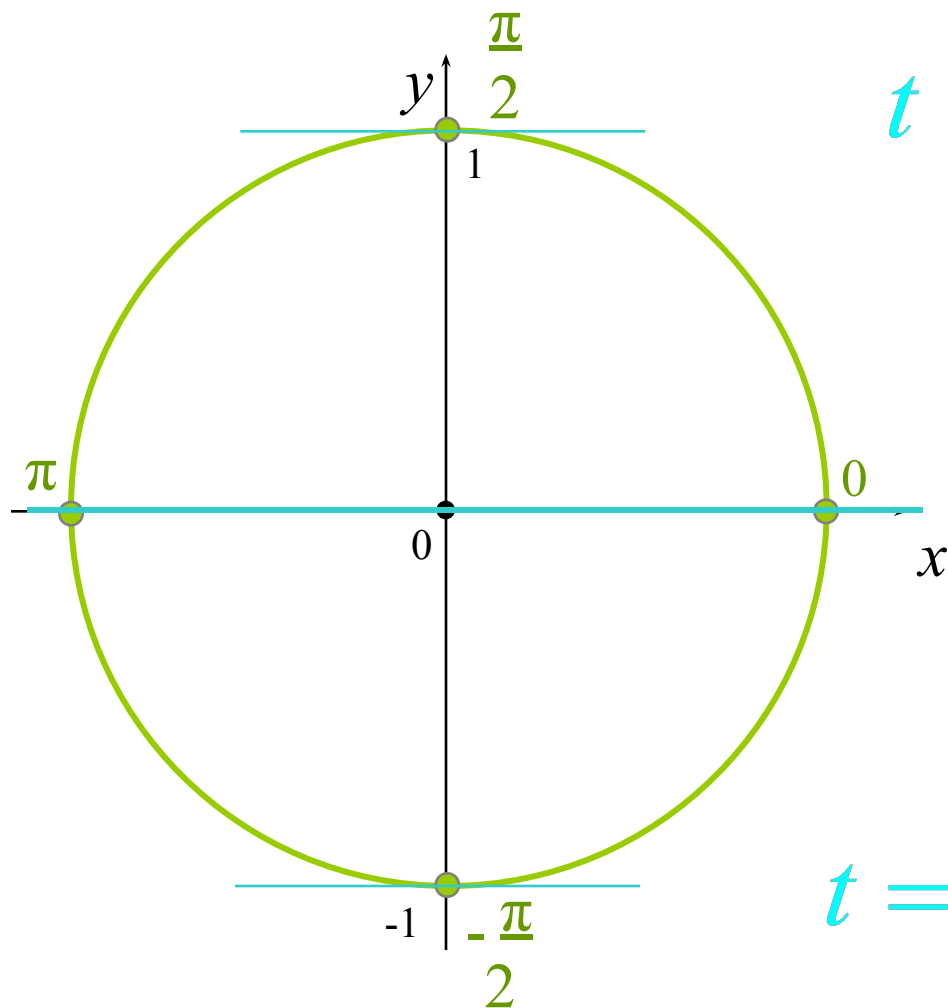
$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = 0$$

$$t = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Устная работа

1. Вычислить: $\sin 30^\circ$ $\cos(-30^\circ)$ $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2}$ $\operatorname{ctg}(-\frac{\pi}{4})$ $\sin 2.5\pi$

Ответы: $\frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $-$ -1 1

2. Упростить: $\sin(-x) \cdot \operatorname{ctgx} = -\cos x$

$1 + \operatorname{tgx} \cdot \operatorname{ctg}(-x) = 0$

$\sqrt{1 - \cos^2 x} \sin x$

3. Вычислить: $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$ $\arcsin 0$

$\frac{\pi}{3}$ $-\frac{\pi}{3}$ 0

Повторение: решение простейших
тригонометрических уравнений

Выполнить тест:

C1 (демонстрационный вариант 2010 года)

$$\begin{cases} x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x - 1} = 7 \\ 2\sqrt{2} \sin y = x \end{cases}$$

Решение:

1. Сделаем замену $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = t$ Тогда $x^2 + 3x = t^2 + 1$ Теперь первое уравнение системы можно привести к виду $t^2 - 1 - 6 = 0$

Корни $t = -2$ или $t = 3$.

Получаем: $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = -2$ или $\sqrt{x^2 + 3x - 1} = 3$

Первое из этих уравнений не имеет корней. Решим второе. $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $x = -5$ или $x = 2$

2. При каждом из найденных значений x решим второе уравнение системы.

а) если $x = 5$, то $\sin y = -\frac{5}{2\sqrt{2}}$ Поскольку $2\sqrt{2} = \sqrt{8} < 5$, уравнение не имеет решений.

б) если $x = 2$, то $\sin y = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$

Ответ: $x = 2$,

$$y = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

Найдите метод решения уравнения:

- 1) Метод введения новой переменной;
- 2) Метод разложения на множители;
- 3) Другой.

уравнения	Методы решения		
	1	2	3
$3 \sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \sin x \cos x$			
$4 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$			
$2 \sin^2 + \cos x = 1$			
$\cos x + \cos 3x = 0$			
$2 \sin x \cos 5x - \cos 5x = 0$			

1 вариант

уравнения	Методы решения		
	1	2	3
$2 \sin x \cos x - \sin x = 0$			
$3 \cos^2 x - \cos 2x = 1$			
$6 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x = 1$			
$4 \sin^2 x + 11 \sin x = 3$			
$\sin 3x = \sin 17x$			

2 вариант

Найдите метод решения уравнения:

- 1) Метод введения новой переменной;
- 2) Метод разложения на множители;
- 3) Другой.

уравнения	Методы решения		
	1	2	3
$3 \sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \sin x \cos x$			+
$4 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$	+		
$2 \sin^2 + \cos x = 1$			+
$\cos x + \cos 3x = 0$			+
$2 \sin x \cos 5x - \cos 5x = 0$		+	

1 вариант

уравнения	Методы решения		
	1	2	3
$2 \sin x \cos x - \sin x = 0$		+	
$3 \cos^2 x - \cos 2x = 1$			+
$6 \sin^2 x + 4 \sin x \cos x = 1$			+
$4 \sin^2 x + 11 \sin x = 3$	+		
$\sin 3x = \sin 17x$			+

2 вариант

Методы решения тригонометрических уравнений.

$$4\sin^2 x + 11\sin x - 3 = 0$$

$$\operatorname{tg} x \bullet \sin 2x = 0$$

$$\cos x \bullet \operatorname{tg} 3x = 0$$

$$6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$



Метод замены переменной
(для приведения к
квадратному



Метод разложения на
множители.

Методы решения тригонометрических уравнений.

$$\left(\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{3}{4}\right) \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$6 \sin^2 x + 4 \sin x * \cos x = 1$$

$$\frac{\operatorname{tg} x + 5}{2} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

**1. Методом
разложения на
множители**

**2. Методом введения
новой переменной**

**3. Другим
методом**

Решить уравнение $\operatorname{tg} x(\sin x - 1) = 0$

Решить уравнение $\operatorname{tg} x(\sin x - 1) = 0$

Решаем методом разложения на множители. Перейдем от уравнения $f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$ к совокупности
$$\begin{cases} f_1(x) = 0 \\ f_2(x) = 0 \end{cases}$$

∈

Ответ: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$