

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ В ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ

Выполнил:

Юрчев Никита Дмитриевич

"К" класс

ГБОУ Романовская школа

Руководитель :

Федорова Наталия Борисовна

Актуальность

■ Актуальность

Математика давно стала частью нашей жизни. На уроках алгебры в 9 классе мы изучили арифметическую и геометрическую прогрессии: дали определение, научились находить по формулам любой член прогрессии и сумму первых членов прогрессии. Эти знания применяются людьми в различных вычислениях. В средствах массовой информации мы часто слышим выражения «...увеличивается с геометрической прогрессией...», «...уменьшается по закону арифметической прогрессии...» и др.

■ Гипотеза:

Видимо, прогрессии имеют определенное практическое значение.

■ Проблема:

В каких сферах деятельности человека используются знания об арифметической и геометрической прогрессиях?

■ Объект исследования: арифметическая и геометрическая прогрессии.

Цель

- ▣ Выяснить, какое место в нашей жизни имеют арифметическая и геометрическая прогрессии.

- ▣ **Задачи исследования:**

Изучить теоретические сведения по данному вопросу.

Найти примеры существования и применения прогрессий в нашей жизни.

- ▣ **Методы исследования:**

Анализ достоверных источников информации.

Сравнение различных сведений, касающихся исследования.

Систематизация и обобщение информации.

Арифметическая прогрессия

- ▣ **Определение.** Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом. Это число называется разностью арифметической прогрессии. Каждая арифметическая прогрессия имеет вид: $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ и обозначается знаком: $\div$

- **Свойства арифметической прогрессии:**
- **n-ный (общий) член арифметической прогрессии:**
 $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$
- **Характеристическое свойство арифметической прогрессии:** каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому между предшествующим и последующим членом.
- Если разность арифметической прогрессии $d > 0$, то прогрессия называется возрастающей, если $d < 0$ - убывающей.
- Число членов арифметической прогрессии может быть ограниченным, либо неограниченным.
- Если арифметическая прогрессия содержит n членов, то ее сумму можно вычислить по формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ или $S_n = \frac{2a_1 + d \cdot (n - 1)}{2} \cdot n$

Геометрическая прогрессия

- **Определение.** Числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля, а каждый член, начиная со второго, равен предшествующему члену, умноженному на одно и то же не равное нулю число, называется геометрической прогрессией.

- **Условия**, при которых геометрическая прогрессия будет существовать:
- 1) Первый член не может быть равен нулю, т. к. при умножении его на любое число мы в результате снова получим ноль, для третьего члена опять ноль, и так далее. Получается последовательность нулей, которая не попадает под данное выше определение геометрической прогрессии.
- 2) Число, на которое умножаются члены прогрессии не должно быть равно нулю, по вышеизложенным причинам.
- Геометрическая прогрессия имеет вид: $b_1, b_1 \cdot q, b_1 \cdot q^2, b_1 \cdot q^3 \dots$
- **Основной формулы:** Для нахождения n -ого члена геометрической прогрессии есть формула: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
- Для нахождения суммы числа членов геометрической прогрессии применяют следующую формулу: $S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$

Прогрессии в природе

Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после шестикратного деления стало 640?

Решение:

$$b_7 = 640$$

$$q = 2$$

$$b_1 = ?$$

Пусть первоначально было b_1 инфузорий. Количество инфузорий увеличивается с геометрической прогрессией. Тогда после шестого деления их стало

$$640 = b_1 \cdot 2^6$$

$$640 = b_1 \cdot 64$$

$$b_1 = \frac{640}{64} = 10$$

Ответ: 10 инфузорий было первоначально.



Прогрессии в строительстве и инженерном деле

- При хранении бревен строевого леса их укладывают так, как показано на рисунке. Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основании положено 12 бревен?

Решение:

$$a_1 = 12, a_n = 1, d = -1$$

$$S_n = ?$$

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

$$1 = 12 + (n - 1) \cdot (-1)$$

$$1 = 12 - n + 1$$

$$n = 12 + 1 - 1$$

$$n = 12$$

Ответ: 78 бревен.



- ▣ Витя решил сделать садовую лестницу с таким расчетом, чтобы нижняя ступенька имела длину 60 см, а каждая из следующих 12 ступенек была на 2 см короче предыдущей. Какой длины должна быть верхняя ступенька лестницы?

▣ Дано:

$$a_1 = 60 \text{ см}$$

$$n = 13$$

$$d = -2$$

Найти:

$$a_{13} = ?$$

Решение:

$$a_{13} = a_1 + 12d$$

$$a_{13} = 60 + 12 * (-2) = 36$$

Ответ: 36 см

Прогрессии в медицине и при планировании лечения

- Курс воздушных ванн начинают с 15 мин. в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. Сколько дней следует принимать ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут?

Дано:

$$a_1 = 15 \text{ мин}$$

$$d = 10$$

$$a_n = 1 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 105 \text{ мин}$$

Найти:

$$n = ?$$

Решение:

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

$$105 = 15 + (n - 1) \cdot 10$$

$$105 = 15 + 10n - 10$$

$$-10n = 15 - 10 - 105$$

$$-10n = -100$$

$$n = 10$$

Ответ: 10 дней следует принимать воздушные ванны.



Прогрессии в банковских расчетах

- Вкладчик 1 января 2017 г внес в сберегательный банк 40 000 р. Какой была сумма его вклада на 1 января 2019 г., если сбербанк начислял ежегодно 6% от суммы вклада?

Решение:

$$b_1 = 40000$$

$$b_2 = 40000 + 40000 \cdot 0.06 = 40000 + 2400 = 42400$$

$$q = \frac{42400}{40000} = 1.06$$

$$n = 2$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2 = 40000 \cdot 1.06^2 = 44944$$

Ответ: 44944 рублей стала сумма вклада.



Прогрессии в спорте.

Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день они проходили на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту в 5000 м?

Дано:

$$a_1 = 1400$$

$$d = -100$$

$$S_n = 5000$$

$$n = ?$$

Решение:

$$S_n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n$$

$$5000 = \frac{2 \cdot 1400 - 100 \cdot (n-1)}{2} \cdot n$$

$$10000 = 2800n - 100n^2 + 100n$$

$$100n^2 - 2900n + 10000 = 0$$

$$n^2 - 29n + 100 = 0$$

$$n_1 = 4$$

$$n_2 = 25$$

Ответ: за 4 дня альпинисты покорили высоту.

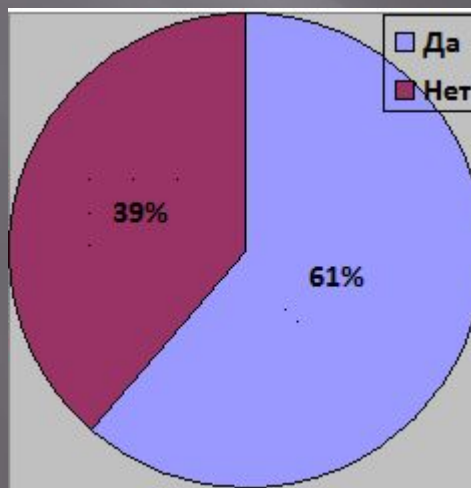


Прогрессии в других областях деятельности.

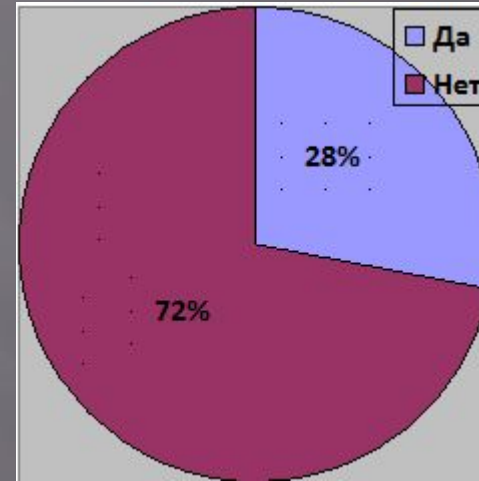
- В каких процессах ещё встречаются такие закономерности? Деление ядер урана происходит с помощью нейтронов. Нейтрон, ударяя по ядру урана раскалывает его на две части. Получается два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывают их еще на 4 части и т.д. — это геометрическая прогрессия.
- При повышении температуры в арифметической прогрессии скорость химической реакции вырастает в геометрической прогрессии.
- Возведение многоэтажного здания — пример арифметической прогрессии. Каждый раз высота здания увеличивается на 3 метра.
- Равноускоренное движение — арифметическая прогрессия, т.к. за каждые промежутки времени тело увеличивает скорость в одинаковое число раз.
- Даже деревенские слухи можно описать с помощью геометрической прогрессии. Приведем пример.
- В поселке 2 000 жителей. Приезжий рассказывает новость трем соседям; каждый из них рассказывает новость уже трем своим соседям и т. д. Новость распространяются с геометрической прогрессией.

Результат анкетирования

- 1) Знаете ли вы, как найти любой член арифметической или геометрической прогрессий?



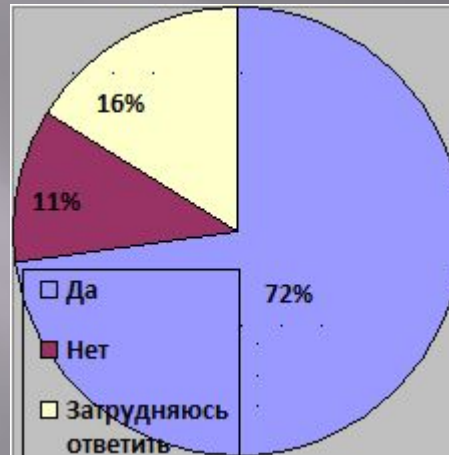
- 2) Известно ли вам что-либо из истории возникновения прогрессий?



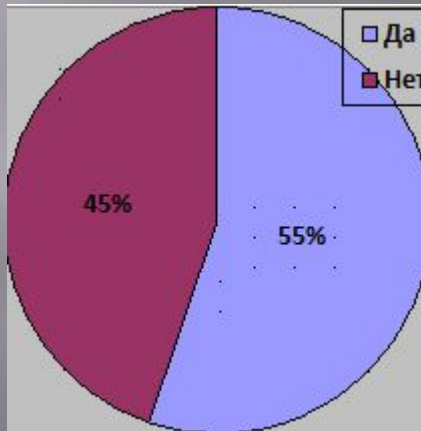
- 3) Люди каких профессий чаще всего сталкиваются с прогрессиями?



- 4) Связана ли тема "Прогрессии" с банковским делом?



- 5) Ваши родители когда-нибудь брали кредит?



**Спасибо за
внимание!**