

2. Типовые динамические звенья

ТАУ

Характер переходных процессов в САУ зависит от динамических свойств элементов, из которых она состоит. Эти элементы могут быть самыми разнообразными по назначению, конструктивному исполнению, принципу работы и т.д. Однако, независимо от назначения и конструктивного исполнения, все элементы САУ могут быть подразделены на небольшое число звеньев, обладающих определенными динамическими свойствами, т.е. описываемых определенными дифференциальными уравнениями. Такие звенья носят название **типовых динамических звеньев**.

- Различают две группы типовых звеньев: элементарные динамические звенья и
- реальные типовые динамические звенья, представляющие собой соединения из элементарных звеньев.

1. Элементарные типовые динамические звенья.

- Усилительное (пропорциональное) звено.
- Интегрирующее звено.
- Дифференцирующее звено.

2. Реальные типовые динамические звенья.

- Звенья первого порядка, основными из них являются.
 - Инерционное звено.
 - Реальное дифференцирующее (инерционно-дифференцирующее).
 - Форсирующее звено.
 - Инерционно-форсирующее (упругое) звено.
- Звенья второго порядка.
 - Колебательное звено.
 - Консервативное звено.

1.1 Усилительное (пропорциональное) звено

Самым простым является звено, выходная величина которого прямо пропорциональна входной величине.

Уравнение такого звена во временной области

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = k x_{\text{ВХ}}(t),$$

где k – коэффициент передачи (усиления) звена.

Примерами такого звена являются: делитель напряжения, усилитель постоянного тока, рычажная передача, редукторная передача и др.

Предполагается, что передача сигнала от входа к выходу производится мгновенно без какой-либо инерции. Поэтому пропорциональные звенья называются **безынерционными**.

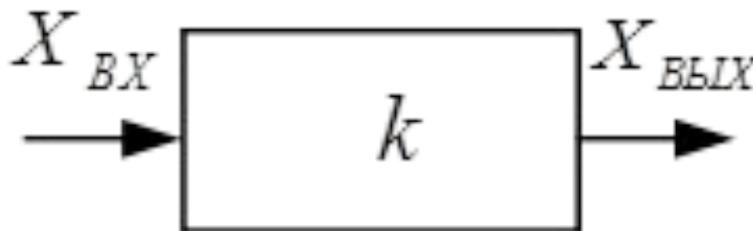
Если перейти к операторной форме записи, то на выходе

$$X_{ВЫХ}(p) = k \cdot X_{ВХ}(p)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{X_{ВЫХ}(p)}{X_{ВХ}(p)} = k$$

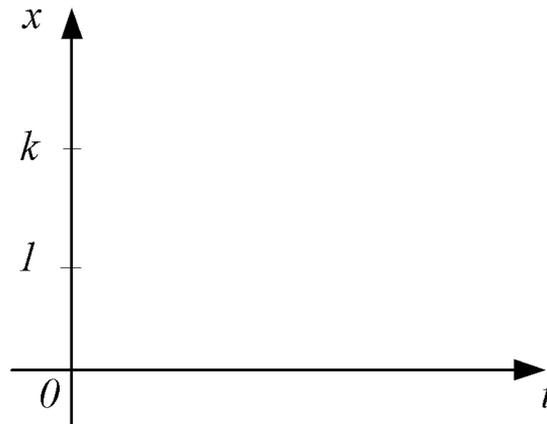
На структурных схемах изображается так:

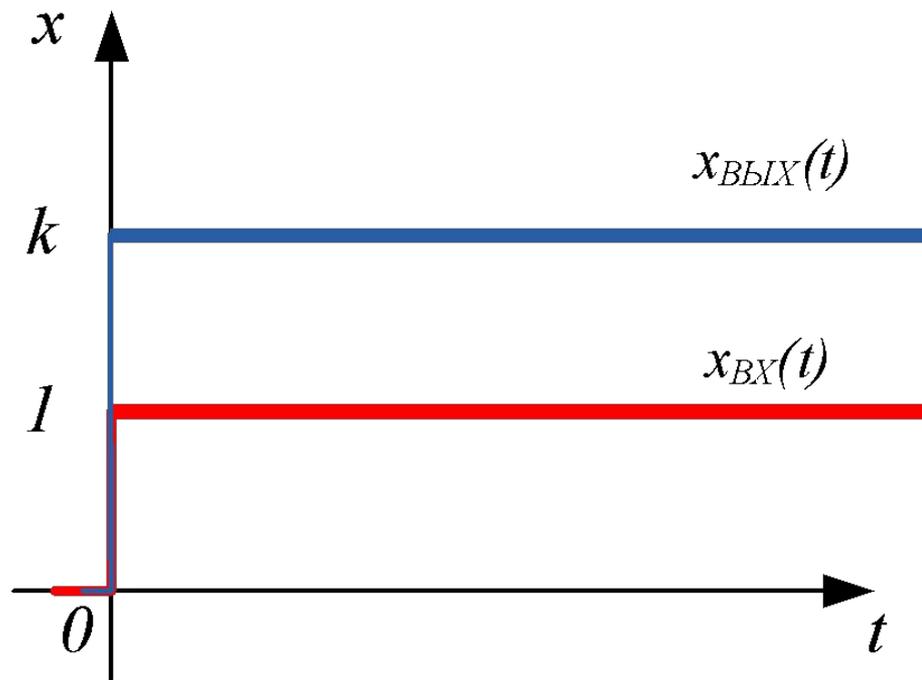


Переходя от коэффициента усиления к **переходной функции**, получаем

$$h(t) = x_{\text{ВЫХ}}(t) = k \cdot 1(t).$$

Графическое изображение переходной функции усилительного звена показано на рисунке . Эта функция соответствует идеальному пропорциональному звену.





Переходим к частотным характеристикам.

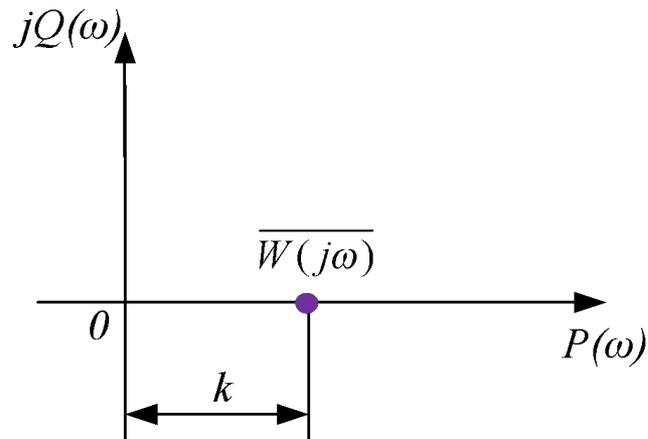
Заменяем p на $j\omega$

Комплексный коэффициент передачи (АФЧХ)

$$W(j\omega) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(j\omega)}{X_{\text{ВХ}}(j\omega)} = k = k + j \cdot 0.$$

$P(\omega)$ $Q(\omega)$

График комплексного коэффициента передачи $W(j\omega)$ при $0 < \omega < \infty$ имеет вид точки, сдвинутой на расстоянии k от нуля по вещественной оси

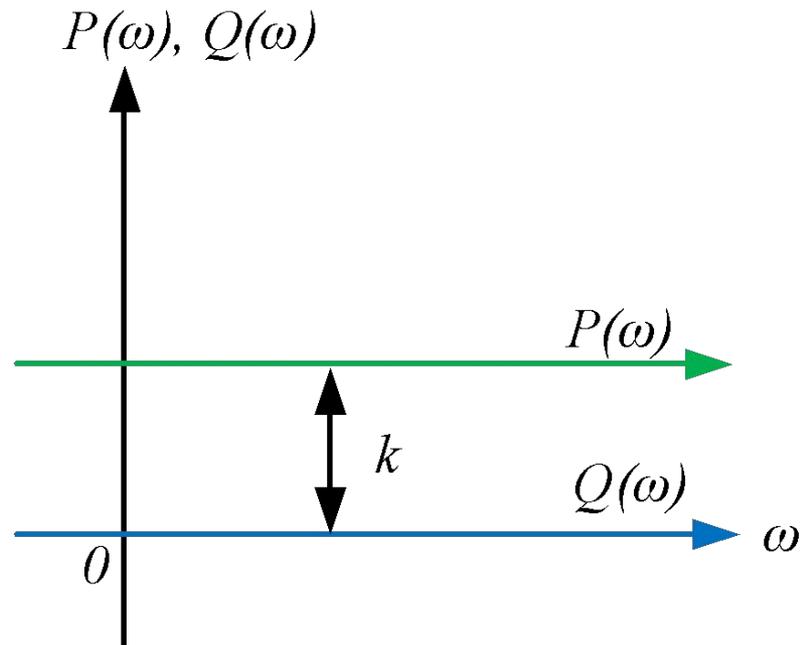


Вещественная частотная характеристика (ВЧХ)

$$P(\omega) = k.$$

Мнимая частотная характеристика (МЧХ)

$$Q(\omega) = 0.$$

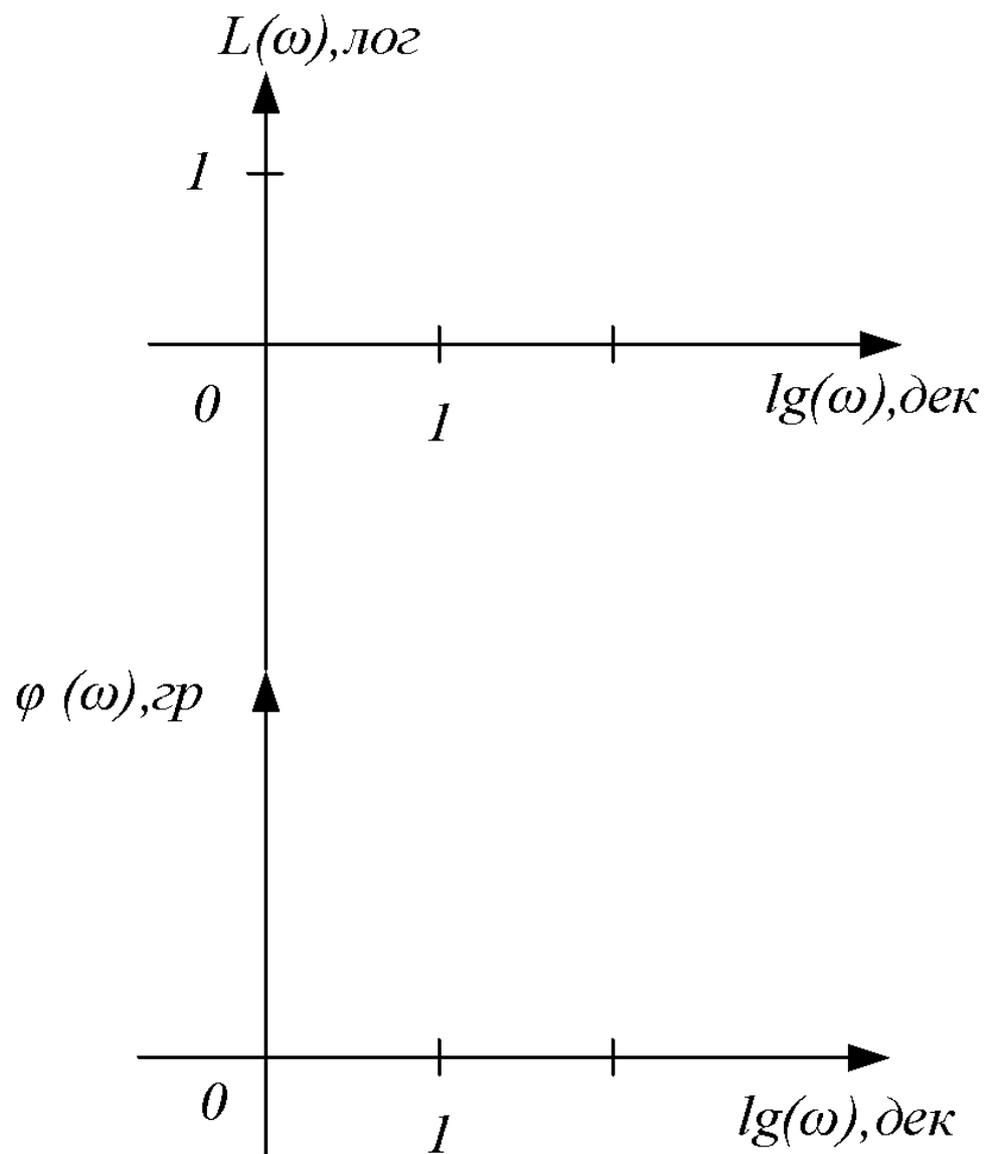


Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) равна

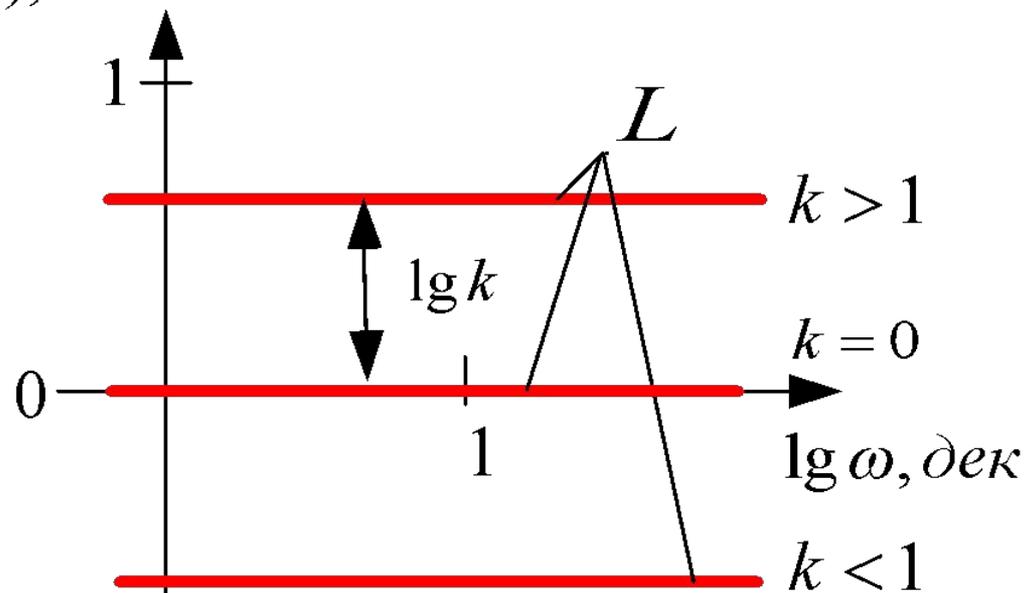
$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{k^2 + 0^2} = k.$$

ЛДЧХ (логарифмическая амплитудно-частотная

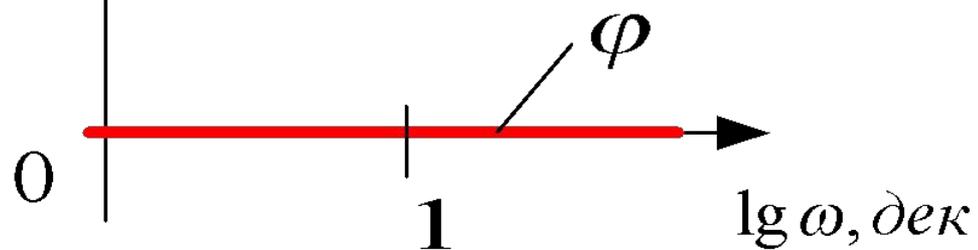
$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{0}{k} = \operatorname{arctg} 0 = 0.$$



$L(\omega), \text{лог}$



$\varphi(\omega), \text{гр}$



1.2 Интегрирующее звено

Идеальным интегрирующим звеном называется звено, выходная величина которого пропорциональна интегралу входной величины

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{T} \int x_{\text{ВХ}}(t) dt \quad ,$$

где T – постоянная времени.

Такие звенья называются **интегрирующими**.

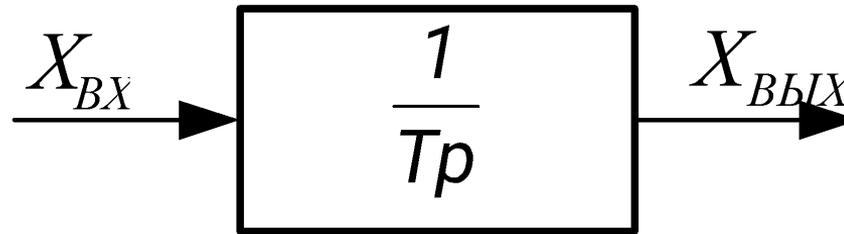
Примерами реальных элементов, эквивалентные схемы, которых сводятся к интегрирующему звену являются электрический конденсатор, вращающийся вал, гидравлический резервуар, гидравлический усилитель и др. Переходя к изображениям, получим

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = \frac{1}{Tp} X_{\text{ВХ}}(p)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{1}{Tp}$$

На **структурных** схемах

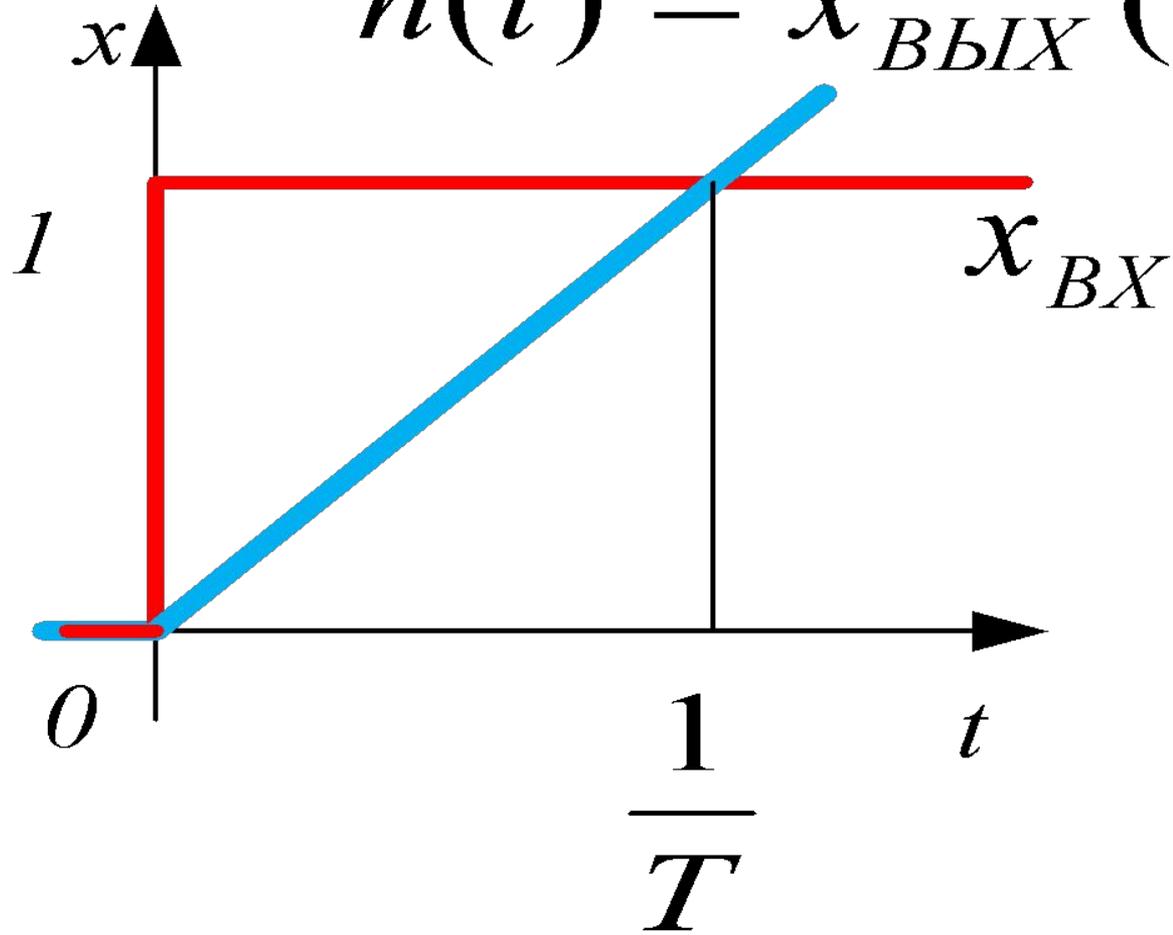


переходная функция интегрирующего

звена

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = \frac{W(p)}{p} = \frac{1}{Tp^2} \quad h(t) = x_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{T} t$$

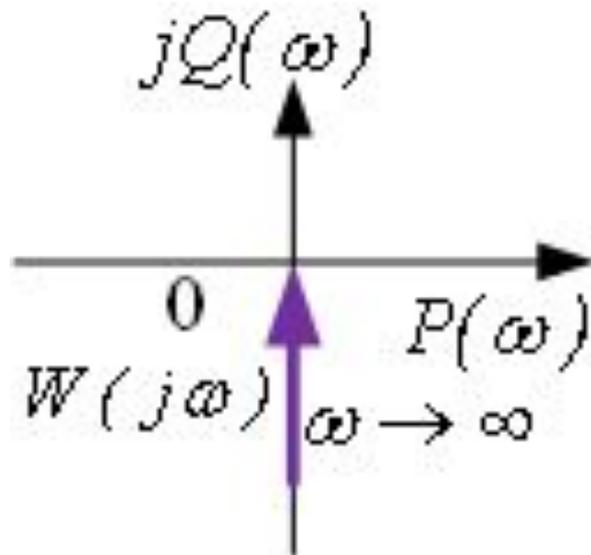
$$h(t) = x_{B\dot{I}X}(t)$$



Перейдём к частотным характеристикам,
заменяем p на $j\omega$

$$W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega} = -\frac{j}{T\omega} = \frac{1}{T\omega} \cdot e^{-j90^\circ}$$

Частотный годограф звена

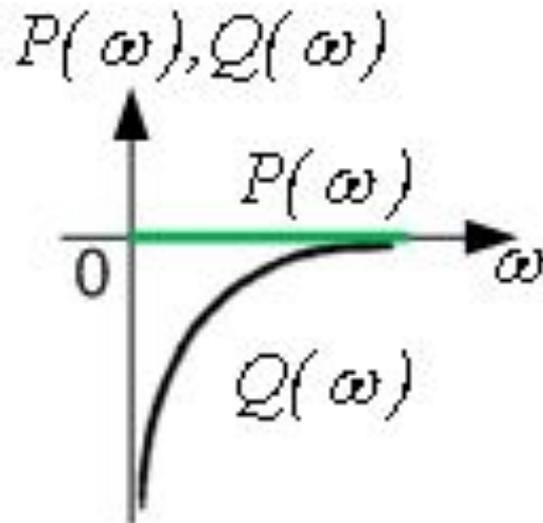


Вещественная частотная характеристика (ВЧХ)

$$P(\omega) = 0.$$

Мнимая частотная характеристика (МЧХ)

$$Q(\omega) = -\frac{1}{T\omega}.$$



АЧХ интегрирующего звена

$$A(\omega) = \frac{1}{\omega T}.$$

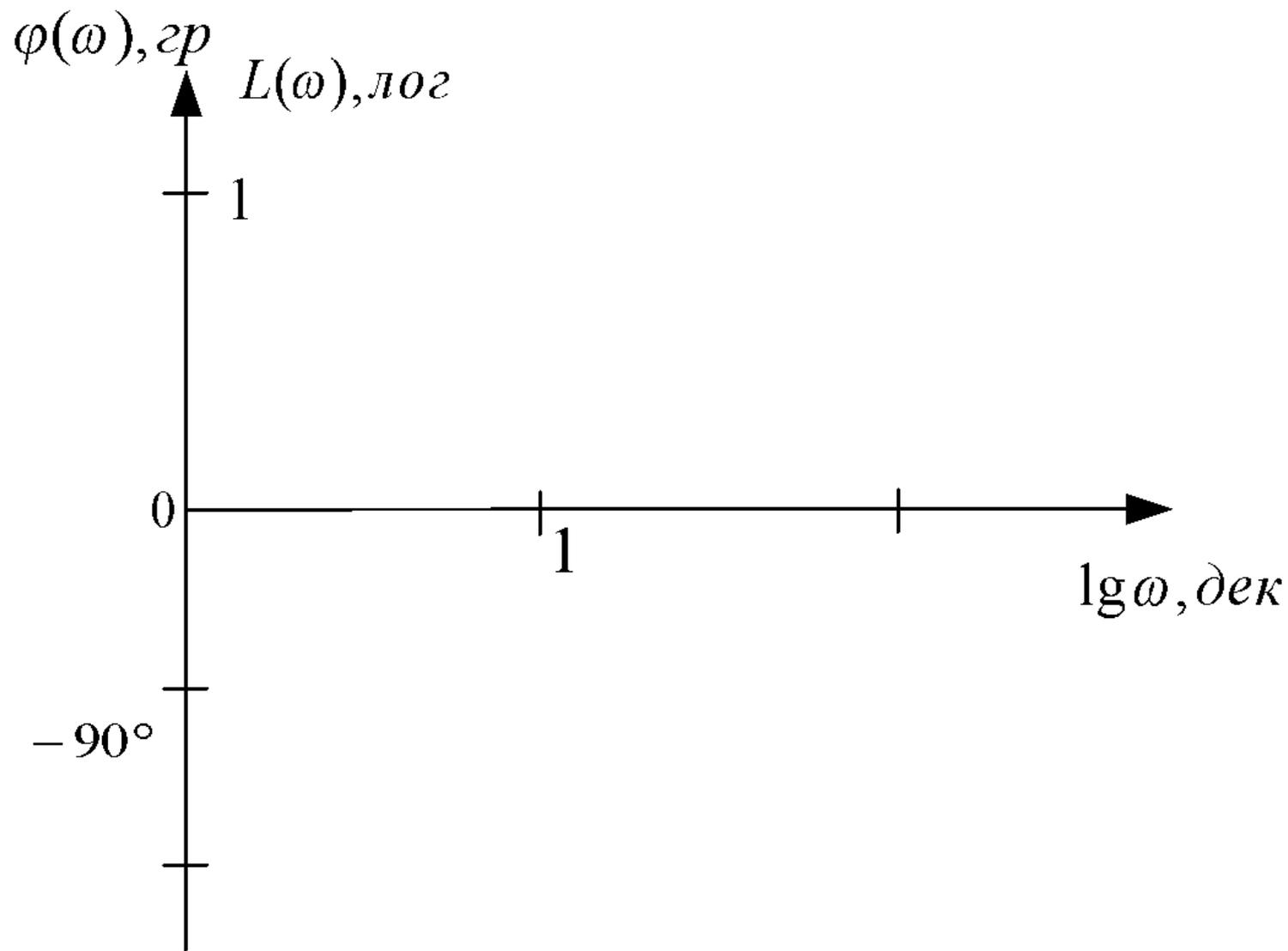
Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)

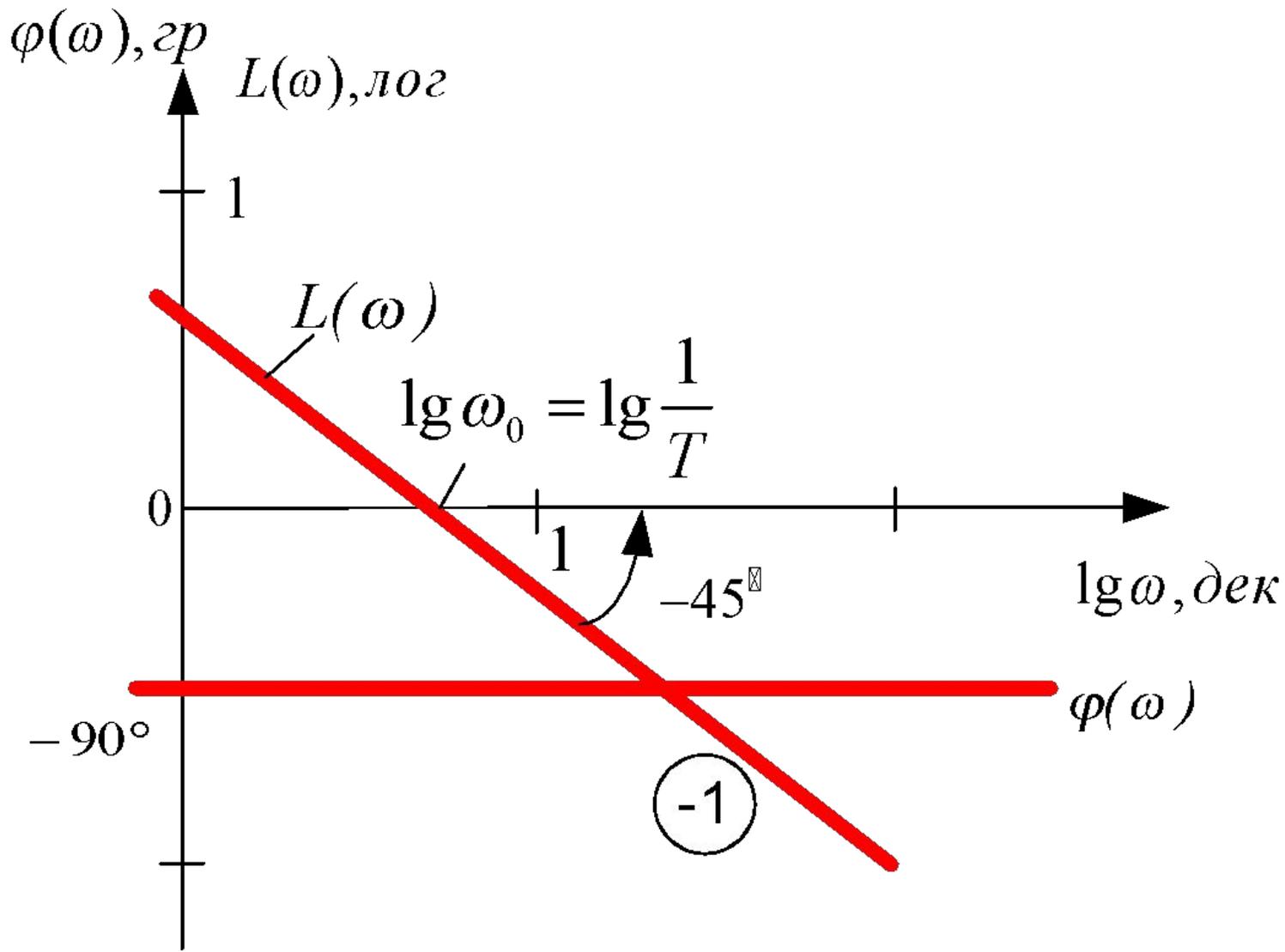
$$L(\omega) = \lg A(\omega) = -\lg T\omega.$$

в функции $\lg\omega$ имеет вид прямой с наклоном -1 лог/дек.

Логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ)

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \operatorname{arctg}\left(-\frac{P(\omega)}{Q(\omega)}\right) = \operatorname{arctg}\frac{1}{T\omega} \\ &= -\operatorname{arctg}\infty = -90^\circ. \end{aligned}$$





1.3 Дифференцирующее

звено

На практике не существует реального элемента, в котором на выходе точно воспроизводилась бы производная от любого входного сигнала. Однако, составляя структурную схему системы, её можно так разделить на звенья, что введение понятия дифференцирующего звена будет вполне обосновано. В этом случае выходная величина $x_{ВЫХ}(t)$ зависит от входной величины $x_{ВХ}(t)$ как производная (идеальное дифференцирующее звено)

$$x_{ВЫХ}(t) = T \frac{dx_{ВХ}(t)}{dt}$$

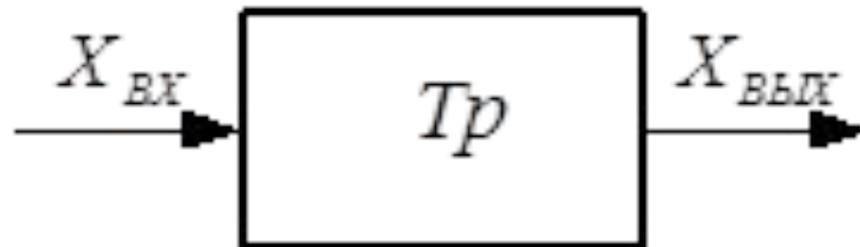
Переходя к изображениям, получим

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = \text{Tr} X_{\text{ВХ}}(p)$$

Передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \text{Tr}$$

На структурных схемах изображается как

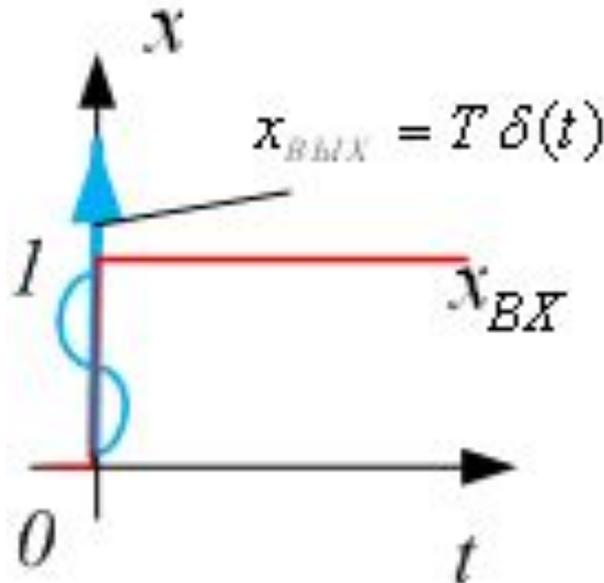


Изображение выходной величины равняется

$$X_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(p) = \frac{Tp}{p} = T.$$

переходная функция
равна

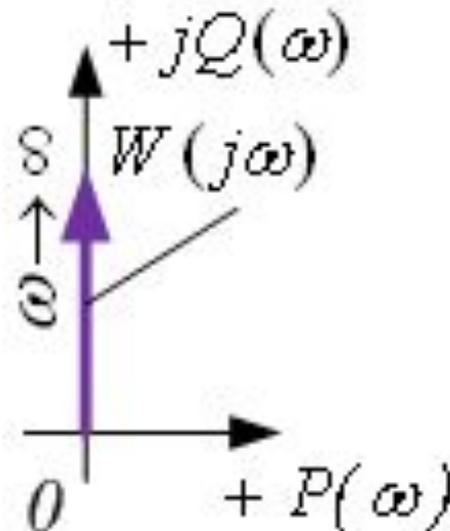
$$x_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t) = T\delta(t).$$



Перейдём к частотным характеристикам, заменим p на $j\omega$. Комплексный коэффициент передачи

$$W(j \cdot \omega) = \frac{X_{\hat{A}\hat{U}\hat{\sigma}}(j \cdot \omega)}{X_{\hat{A}\hat{\sigma}}(j \cdot \omega)} = j \cdot T \cdot \omega = T \cdot \omega \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{2}}.$$

Годограф $W(j\omega)$

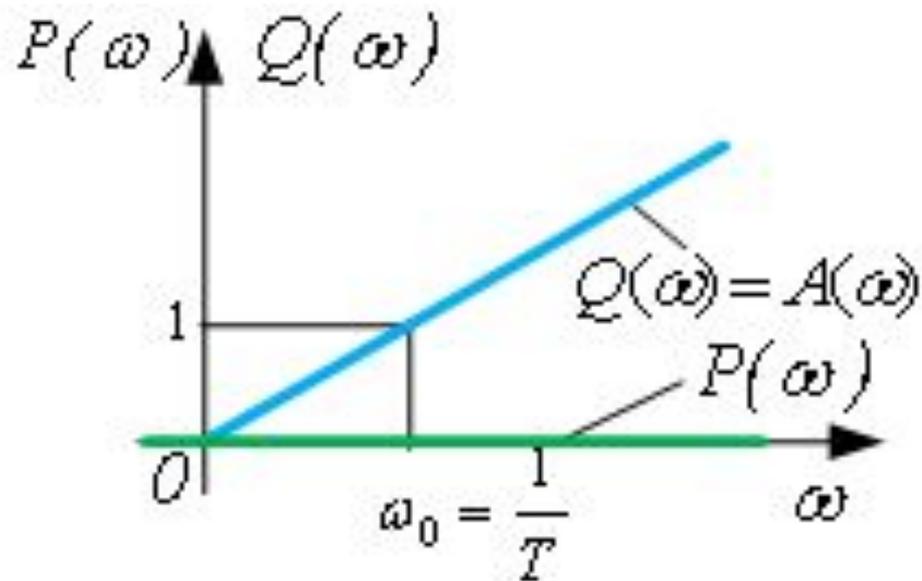


Вещественная частотная характеристика (ВЧХ)

$$P(\omega) = 0.$$

Мнимая частотная характеристика (МЧХ)

$$Q(\omega) = T\omega.$$



АЧХ дифференцирующего звена $A(\omega) = \omega T$.

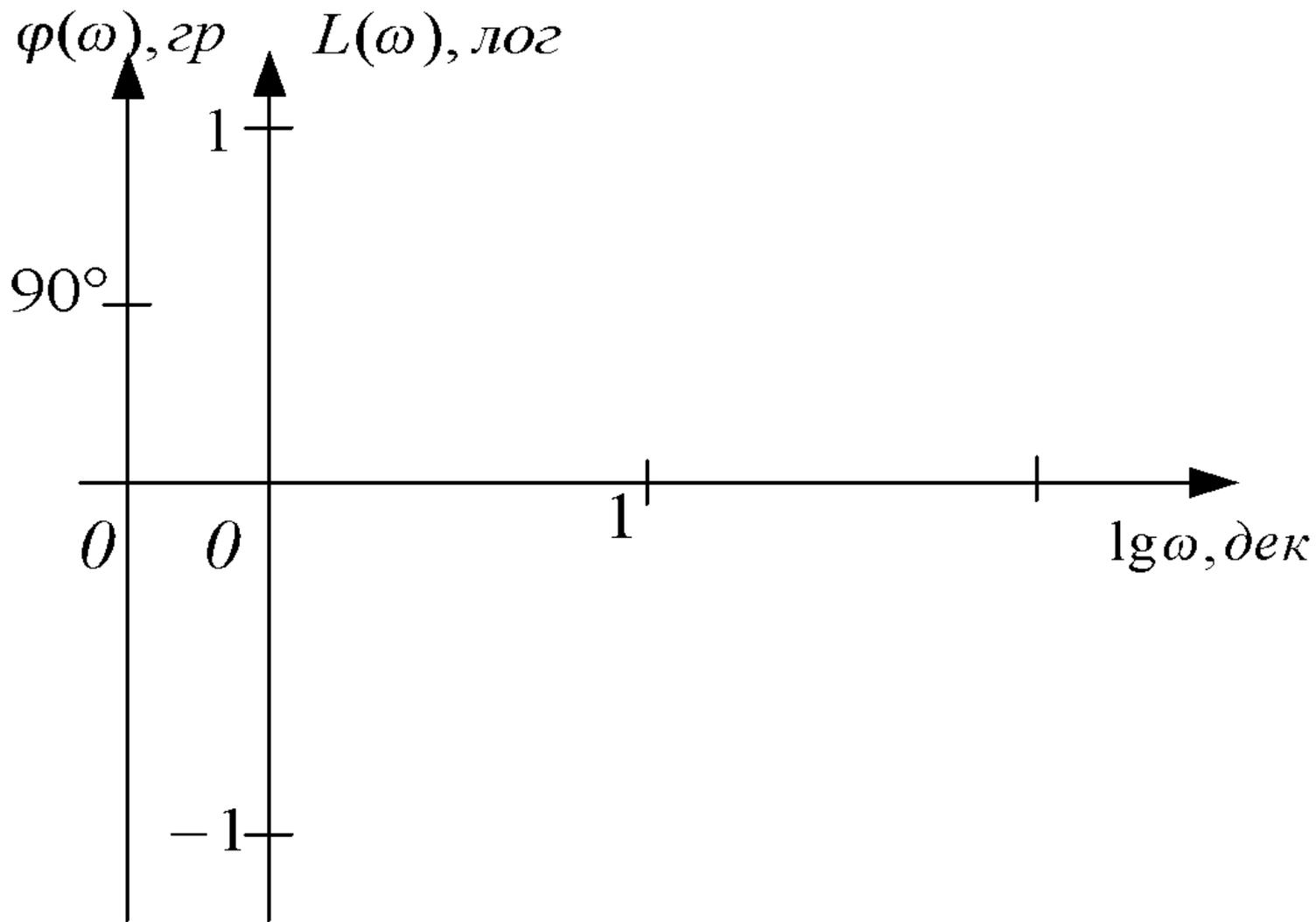
Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)

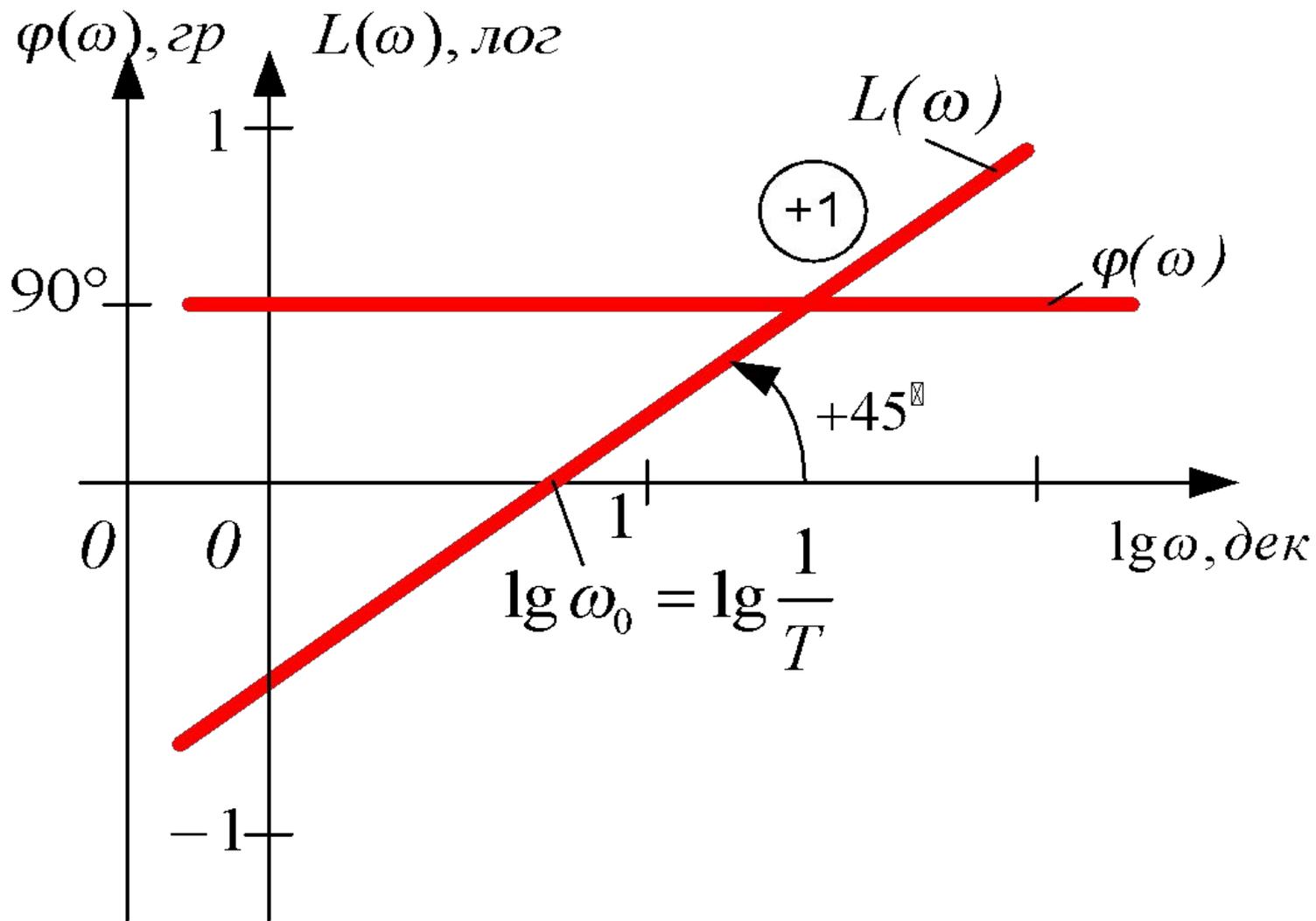
$$L(\omega) = \lg A(\omega) = \lg T \omega.$$

в функции $\lg \omega$ имеет вид прямой с наклоном +1 лог/дек.

Логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ)

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \operatorname{arctg} \left(\frac{P(\omega)}{Q(\omega)} \right) = \operatorname{arctg} \frac{1}{T\omega} = \\ &= \operatorname{arctg} \infty = 90^\circ. \end{aligned}$$





2 Звенья первого порядка

2.1 Инерционное (апериодическое) звено

Инерционным (апериодическим) звеном 1 – го порядка называется такое звено, связь между выходом и входом определяется линейным заданным уравнением первого порядка вида

$$T \cdot \frac{dx_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t)}{dt} + x_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t) = k \cdot x_{\hat{A}\hat{O}}(t),$$

где T – постоянная времени инерционного звена, обусловленная наличием массы, момента инерции, индуктивности, ёмкости и т.д.;

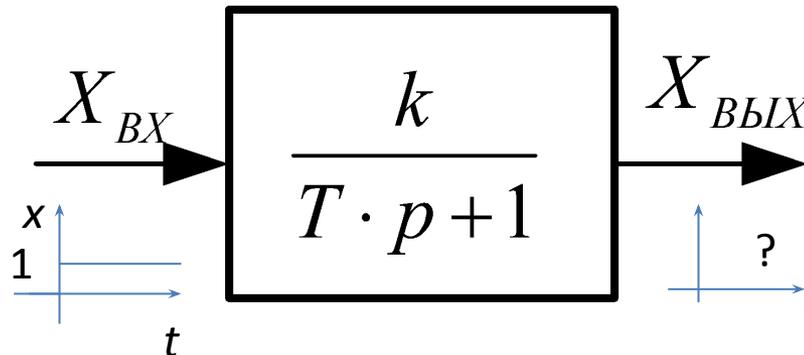
k – коэффициент усиления (или передачи).

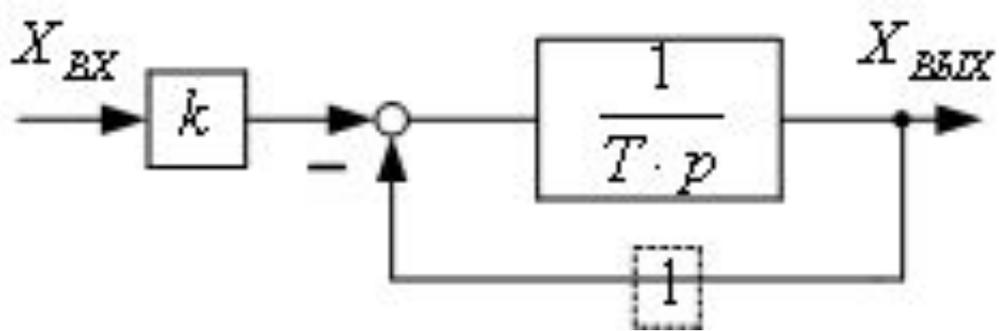
Применяя преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим операторное уравнение

$$(T \cdot p + 1)X_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(p) = k \cdot X_{\hat{A}\hat{O}}(p)$$

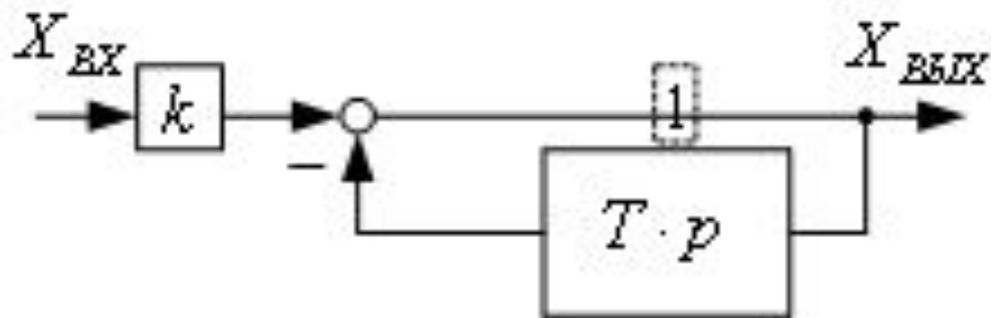
Передаточная функция инерционного звена первого порядка запишется как

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{k}{T \cdot p + 1}$$





Инерционное звено представлено в виде последовательного соединения усилительного звена с коэффициентом k и встречно-параллельного соединения интегрирующего звена $\frac{1}{T \cdot p}$ и усилительного звена с коэффициентом 1.



Инерционное звено представлено в виде последовательного соединения усилительного звена с коэффициентом k и встречно-параллельного соединения усилительного звена с коэффициентом 1 и дифференцирующего звена $T \cdot p$.

Решение уравнения

$$x_{\text{BX}}(t) = 1(t);$$

$$X_{\text{BX}}(p) = \frac{1}{p}.$$

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = W(p) \cdot X_{\text{BX}}(p) = \frac{k}{T \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{p} = \frac{B^m}{G^{n+1}(p)}.$$

$$G^{n+1}(p) = p \cdot (T \cdot p + 1) = T \cdot p^2 + p = 0;$$

$$p_1 = 0; \quad p_2 = -\frac{1}{T}.$$

$$\frac{dG^{n+1}(p)}{dp} = 2 \cdot T \cdot p + 1;$$

$$\frac{dG^{n+1}(p_1)}{dp} = 2 \cdot T \cdot p_1 + 1 = 2 \cdot T \cdot 0 + 1 = 1;$$

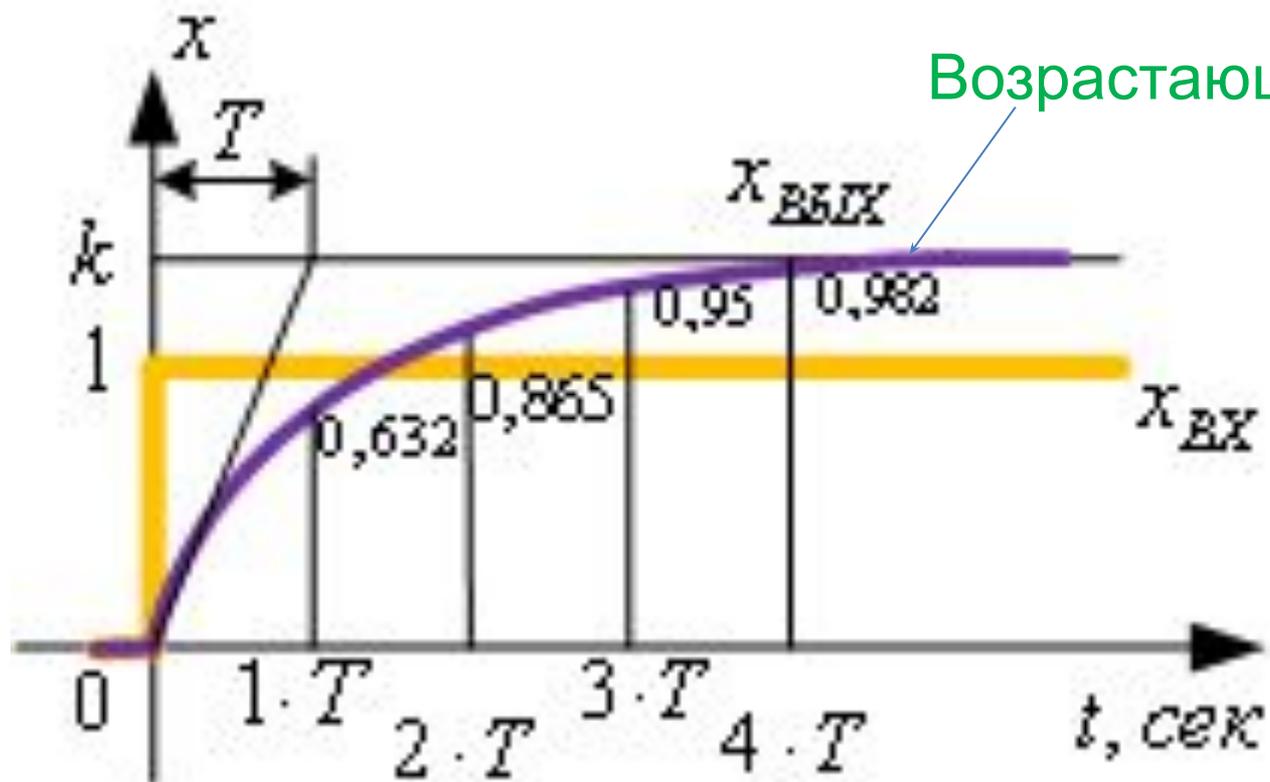
$$\frac{dG^{n+1}(p_2)}{dp} = 2 \cdot T \cdot p_2 + 1 = 2 \cdot T \cdot \left(-\frac{1}{T}\right) + 1 = -1;$$

$$B^m(p_1) = B^m(0) = k;$$

$$B^m(p_2) = B^m\left(-\frac{1}{T}\right) = k;$$

$$x_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t) = \frac{B^m(0)}{\frac{dG^{n+1}(0)}{dp}} + \sum_{i=2}^{n+1} \frac{B^m(p_i)}{\frac{dG^{n+1}(p_i)}{dp}} \cdot e^{p_i t} = \frac{k}{1} + \frac{k}{-1} \cdot e^{-\frac{t}{T}} = k \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

Переходная функция



Возрастающая экспонента

0	0
1	0,632 k
2	0,865 k
3	0,95 k
4	0,982 k
∞	k

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) или комплексный коэффициент передачи звена первого порядка получается путём замены p на $j\omega$ в выражении $W(p)$

$$W(j\omega) = \frac{k}{T \cdot j \cdot \omega + 1}$$

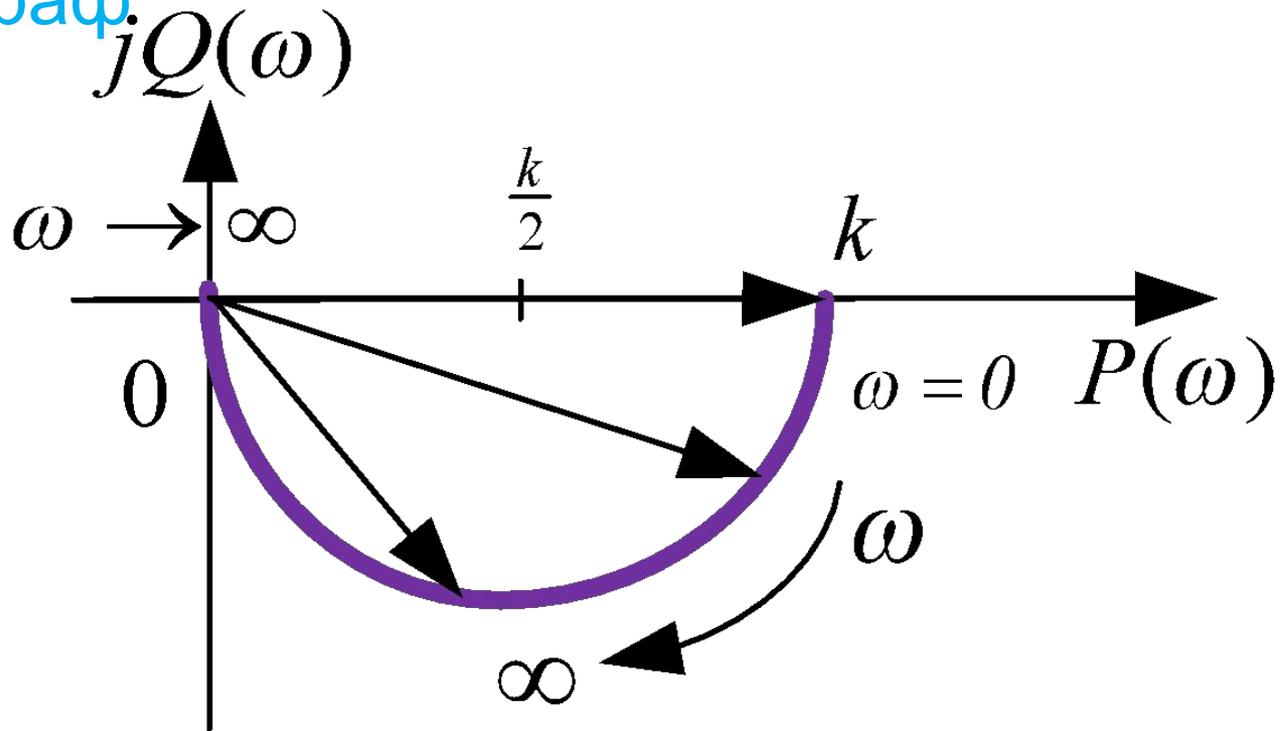
$$W(j\omega) = \frac{k}{T \cdot j \cdot \omega + 1} = \frac{k}{1 + j \cdot T \cdot \omega} \cdot \frac{1 - j \cdot T \cdot \omega}{1 - j \cdot T \cdot \omega} =$$

$$= \frac{k}{1 + T^2 \omega^2} + j \cdot \frac{-k \cdot T \cdot \omega}{1 + T^2 \omega^2}$$

$P(\omega)$

$Q(\omega)$

Частотный годограф



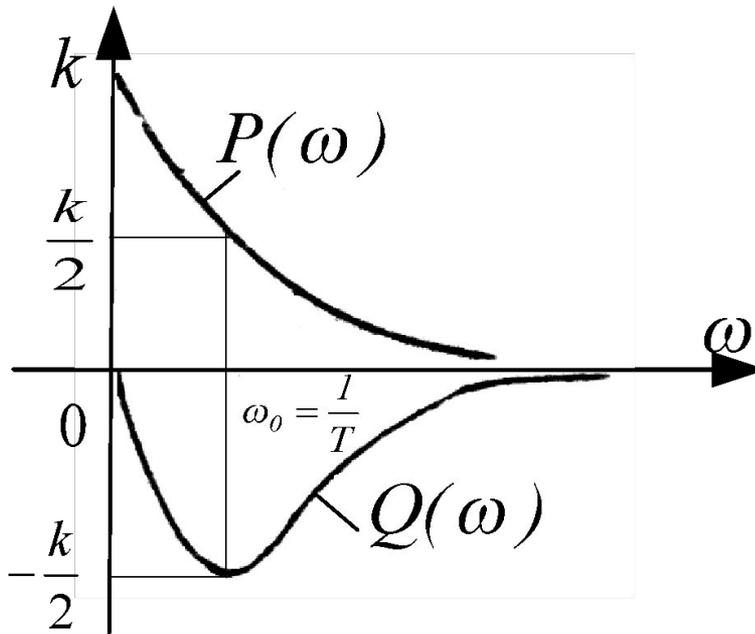
			0
	0		0

Вещественная частотная характеристика (ВЧХ)

$$P(\omega) = \frac{k}{1+T^2 \cdot \omega^2}.$$

Мнимая частотная характеристика (МЧХ)

$$Q(\omega) = \frac{-k \cdot T \cdot \omega}{1+T^2 \cdot \omega^2}.$$



Амплитудно-частотная характеристика АЧХ

инерционного звена

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{k}{1+T^2 \cdot \omega^2}\right)^2 + \left(\frac{-k \cdot T \cdot \omega}{1+T^2 \cdot \omega^2}\right)^2} =$$
$$= \sqrt{\frac{k^2 \cdot (1+T^2 \cdot \omega^2)}{(1+T^2 \cdot \omega^2)^2}} = \frac{k}{\sqrt{1+T^2 \cdot \omega^2}}.$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = \lg \frac{k}{\sqrt{1+T^2 \cdot \omega^2}} =$$

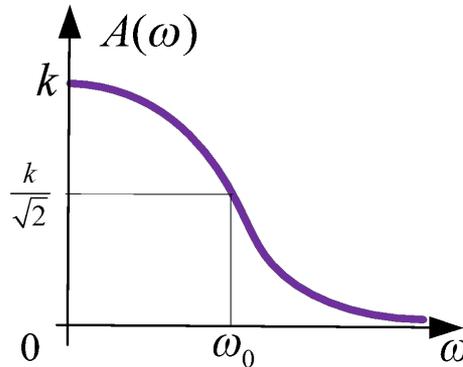
$$= \lg k - \lg \sqrt{1+T^2 \cdot \omega^2} = \lg k - \frac{1}{2} \cdot \lg(1+T^2 \cdot \omega^2).$$

Логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ)

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{P(\omega)}{Q(\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{\frac{-k \cdot T \cdot \omega}{1+T^2 \cdot \omega^2}}{\frac{k}{1+T^2 \cdot \omega^2}} = -\operatorname{arctg} T \cdot \omega.$$

	0		
			0

$\omega_0 = \frac{1}{T}$ – сопрягающая частота.



Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

Точное построение $L(\omega)$ заключается в последовательном определении значений $L(\omega)$ при различных частотах ω . Построение ЛАХ обычно упрощают, заменяя **точную $L'(\omega)$ асимптотами**. Первая асимптота характеризует при малых частотах, когда величиной $\omega^2 T^2$ можно пренебречь, т.е. принимают

$$L'_2(\omega) \approx \lg k - \lg 1 \approx \lg k.$$

Вторая асимптота характеризует при больших частотах, когда $\omega^2 T^2 \gg 1$, т.е. принимаю

$$\bar{L}'_2(\omega) \approx \lg k - \lg \omega T.$$

Эта асимптота зависит от частоты. Если принять приращение частоты на одну

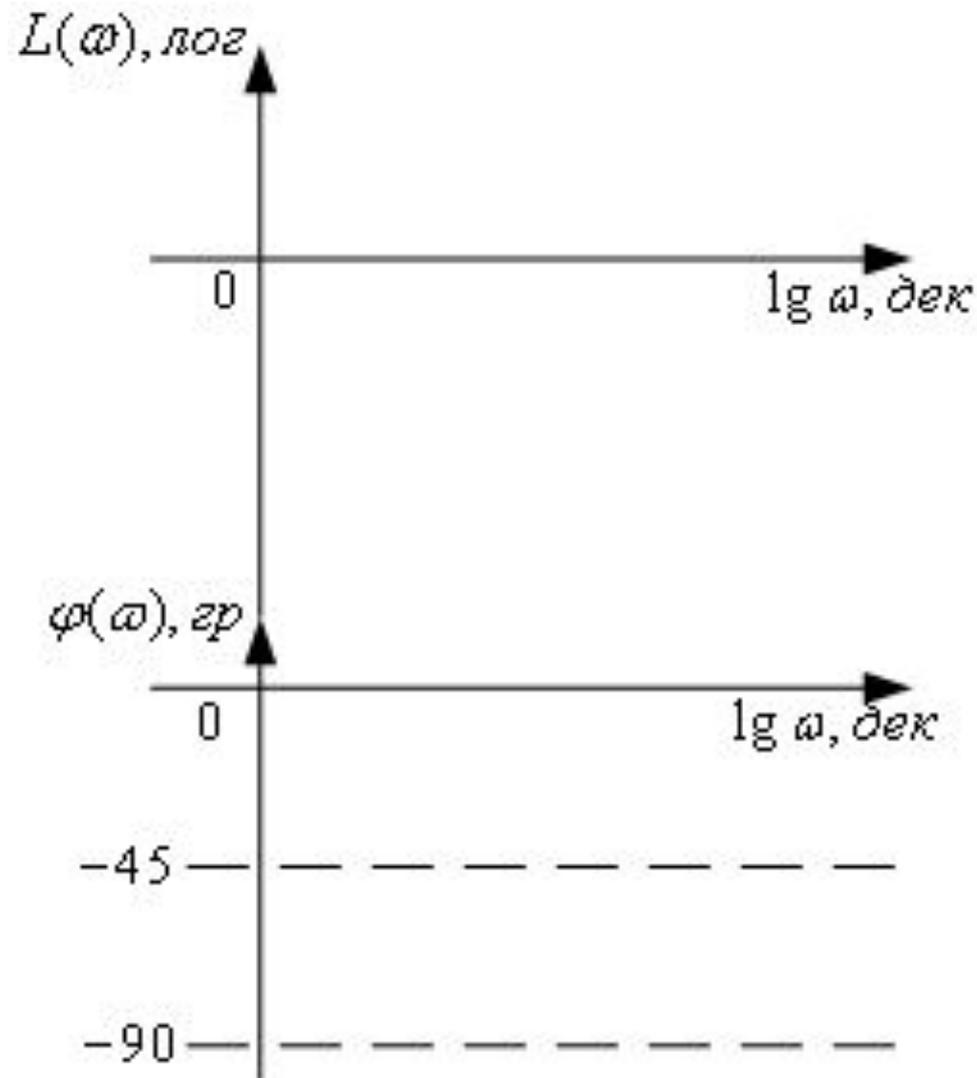
Де
Нэ

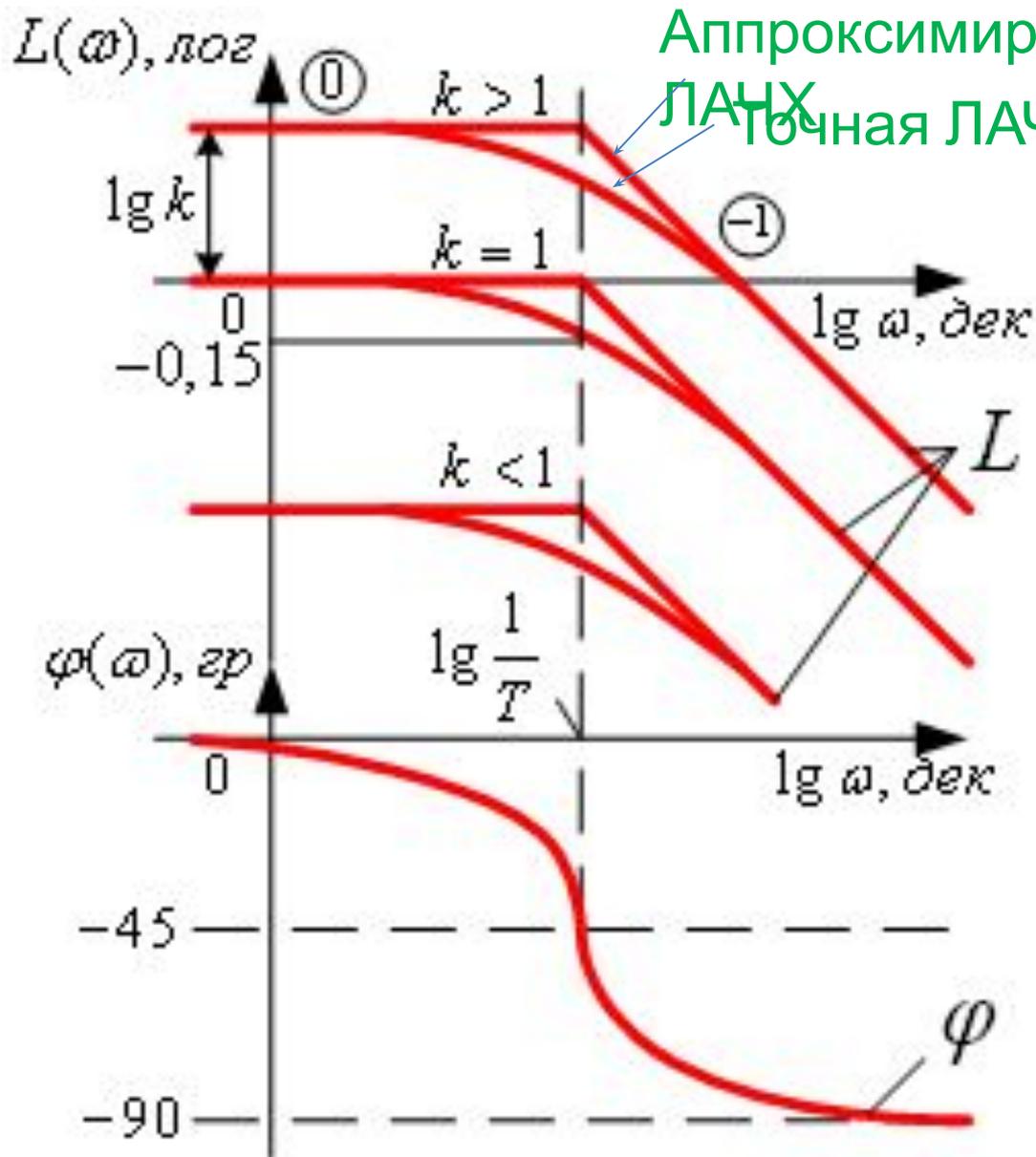
$$\Delta L'_2 = -\lg 10 \omega_1 T + \lg \omega_1 T = -\lg 10 = -1 \frac{\text{лог}}{\text{дек}}.$$
$$\omega_0 = \frac{1}{T}.$$

Точка сопряжения обеих асимптот

Величина ω_0 определяется постоянной времени инерционного звена первого порядка и называется **сопрягающей**

ЛАЧХ и ЛФЧХ инерционного звена первого порядка





Аппроксимированная ЛАЧХ
 Точная ЛАЧХ

2.2 Реальное дифференцирующее звено первого порядка

Это звено, у которого связь между выходной и входной величиной определяется уравнением вида

$$\dot{O} \cdot \frac{dx_{\hat{U}\tilde{O}}(t)}{dt} + x_{\hat{U}\tilde{O}}(t) = k \cdot T \cdot \frac{dx_{\hat{O}}(t)}{dt},$$

где T – постоянная времени звена;

k – коэффициент усиления звена.

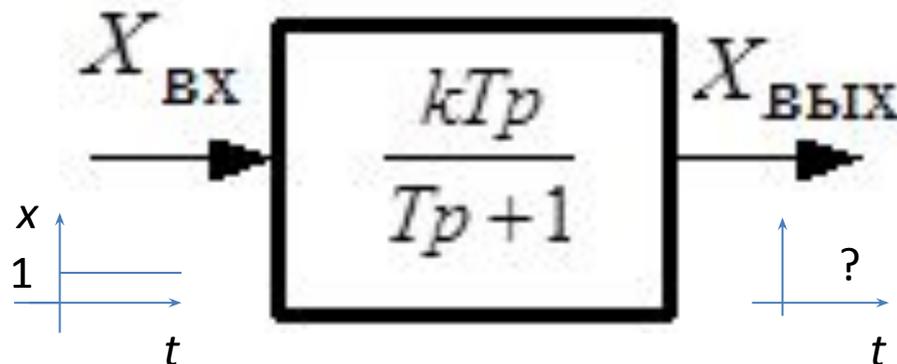
Такие звенья называются *реальными дифференцирующими*, или *инерционно-дифференцирующими*. Реальные дифференцирующие звенья применяются как средство корректирования переходных процессов, например, стабилизирующий трансформатор, дифференцирующие мостовые схемы и другое.

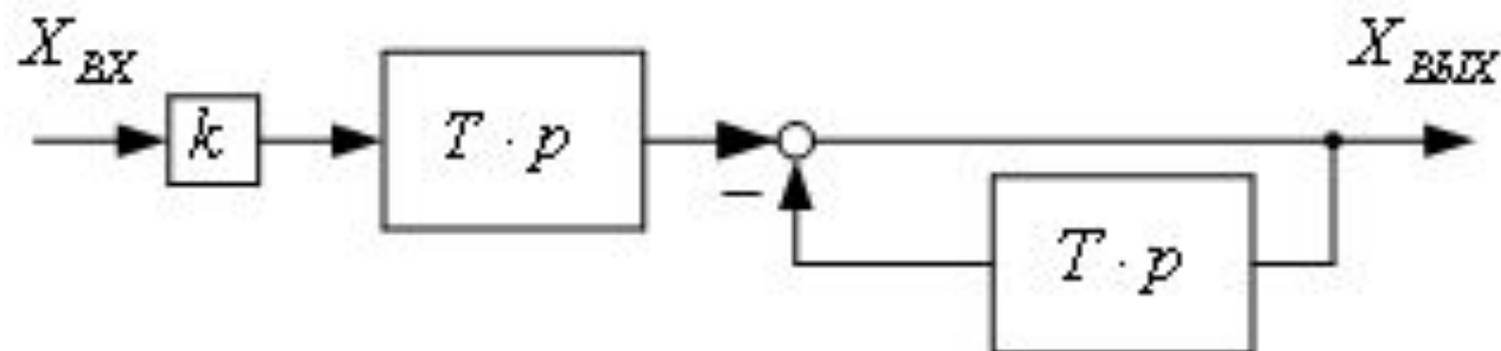
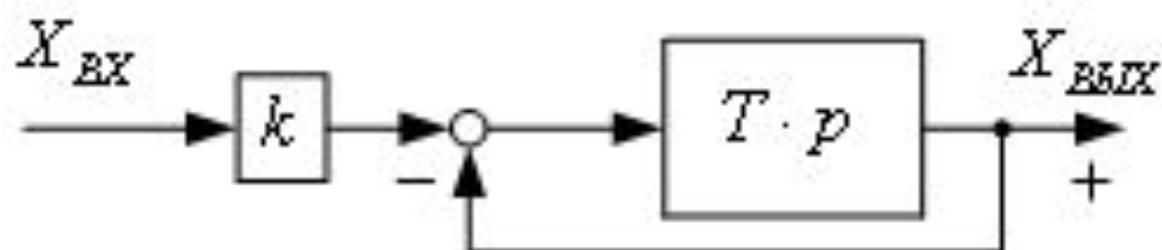
Применяя преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим **операторное уравнение**

$$(T \cdot p + 1) \cdot X_{\text{ВЫХ}}(p) = k \cdot T \cdot p \cdot X_{\text{ВХ}}(p)$$

Передаточная функция реального дифференцирующего звена

$$W(p) = \frac{k \cdot T \cdot p}{T \cdot p + 1}$$





Решение уравнения

$$x_{\text{BX}}(t) = 1(t);$$

$$X_{\text{BX}}(p) = \frac{1}{p}.$$

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = W(p) \cdot X_{\text{BX}}(p) = \frac{k \cdot T \cdot p}{T \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{p} = \frac{k \cdot T}{T \cdot p + 1} = \frac{B^m}{G^{n+1}(p)}.$$

$$G^{n+1}(p) = T \cdot p + 1 = 0;$$

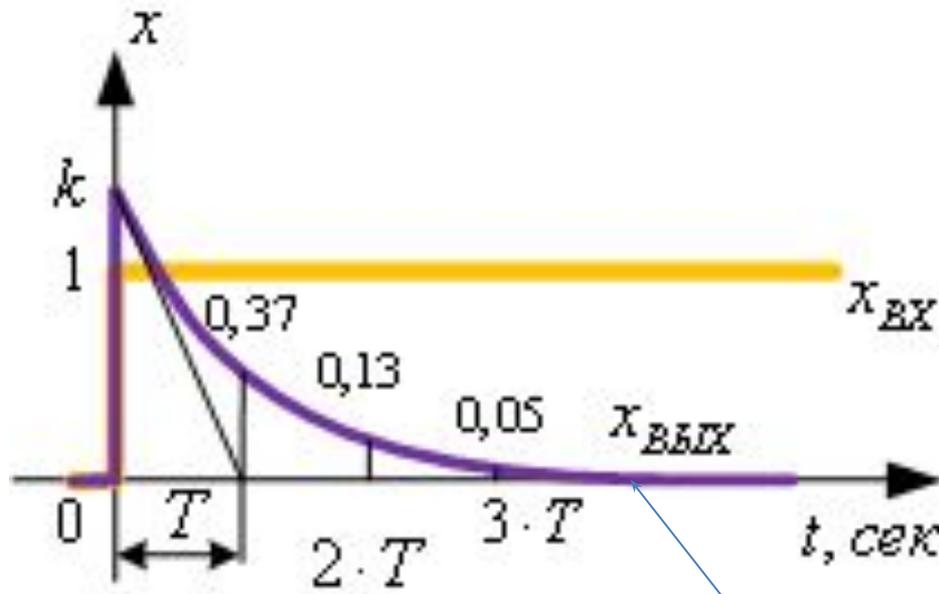
$$p_1 = -\frac{1}{T}.$$

$$\frac{dG^{n+1}(p)}{dp} = T;$$

$$\frac{dG^{n+1}(p_1)}{dp} = T;$$

$$B^m(p_1) = B^m\left(-\frac{1}{T}\right) = k \cdot T;$$

$$x_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t) = \frac{B^m(0)}{\frac{dG^{n+1}(0)}{dp}} + \sum_{i=2}^{n+1} \frac{B^m(p_i)}{\frac{dG^{n+1}(p_i)}{dp}} \cdot e^{p_i t} = \frac{k \cdot T}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} = k \cdot e^{-\frac{t}{T}}.$$



0	k
1	0,37 k
2	0,13 k
3	0,05 k
4	0,02 k
∞	0

Спадающая экспонента

Комплексный коэффициент передачи (АФЧХ) звена первого порядка получается путём замены p на $j\omega$ в выражении $W(p)$

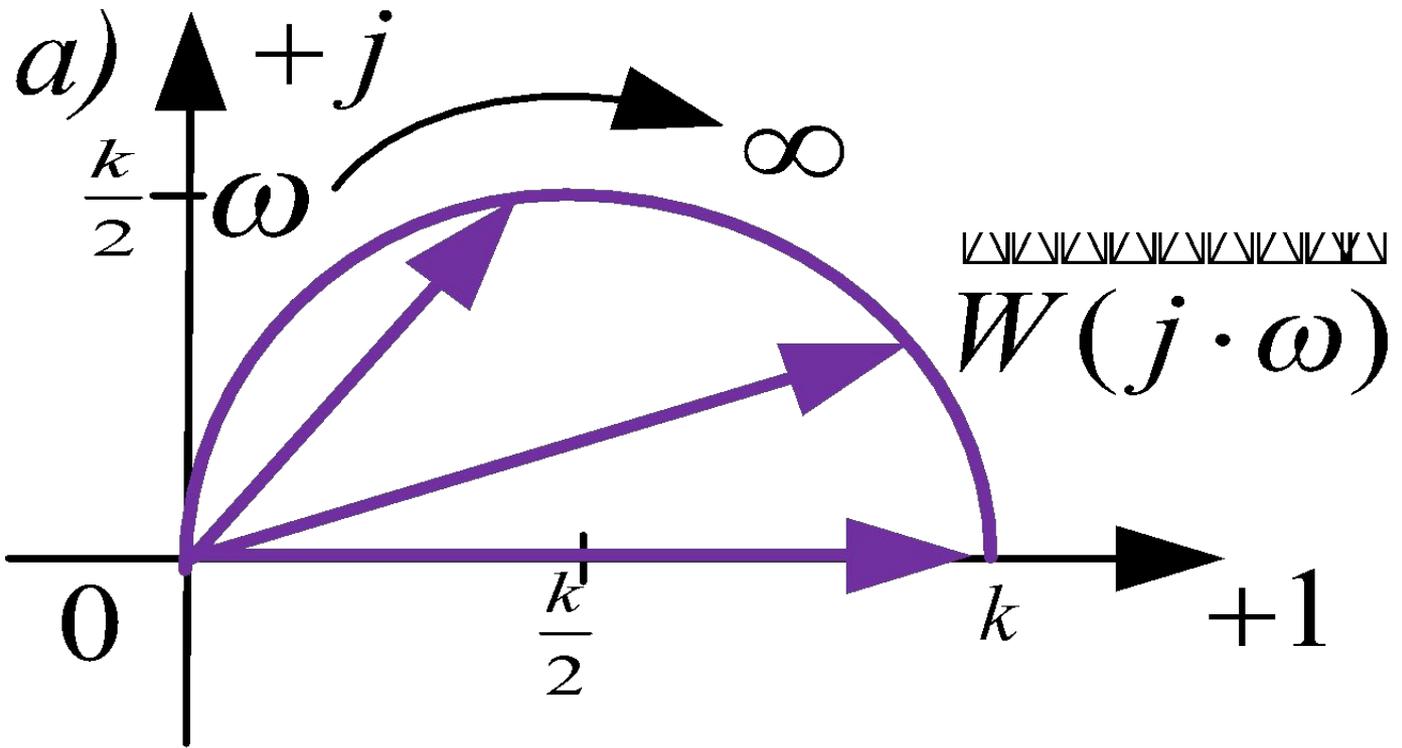
$$W(j\omega) = \frac{k \cdot T \cdot j \cdot \omega}{T \cdot j \cdot \omega + 1}$$

$$W(j\omega) = \frac{k \cdot T \cdot j \cdot \omega}{T \cdot j \cdot \omega + 1} = \frac{k \cdot T \cdot j \cdot \omega}{1 + j \cdot T \cdot \omega} \cdot \frac{1 - j \cdot T \cdot \omega}{1 - j \cdot T \cdot \omega} =$$

$$= \frac{k \cdot T^2 \cdot \omega^2}{1 + T^2 \cdot \omega^2} + j \cdot \frac{k \cdot T \cdot \omega}{1 + T^2 \cdot \omega^2}$$

$P(\omega)$

$Q(\omega)$



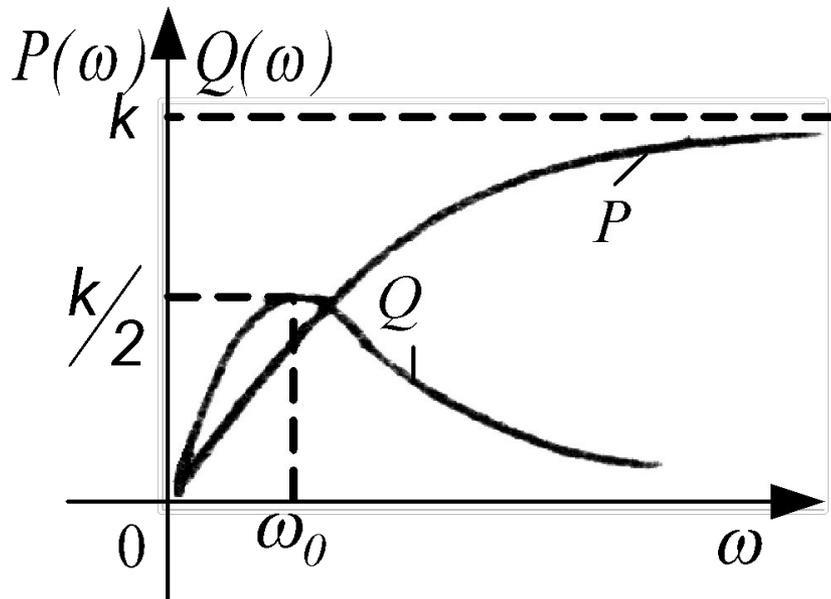
	0		0

Вещественная частотная характеристика (ВЧХ)

$$P(\omega) = \frac{k \cdot T^2 \cdot \omega^2}{1 + T^2 \cdot \omega^2}.$$

Мнимая частотная характеристика (МЧХ)

$$Q(\omega) = \frac{k \cdot T \cdot \omega}{1 + T^2 \cdot \omega^2}.$$



Амплитудно-частотная характеристика АЧХ

реального дифференцирующего звена

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{k \cdot T^2 \cdot \omega^2}{1 + T^2 \cdot \omega^2}\right)^2 + \left(\frac{k \cdot T \cdot \omega}{1 + T^2 \cdot \omega^2}\right)^2} =$$
$$= \frac{k \cdot T \cdot \omega}{\sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2}}.$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = \lg \frac{k \cdot T \cdot \omega}{\sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2}} =$$
$$= \lg k \cdot T \cdot \omega - \lg \sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2}.$$

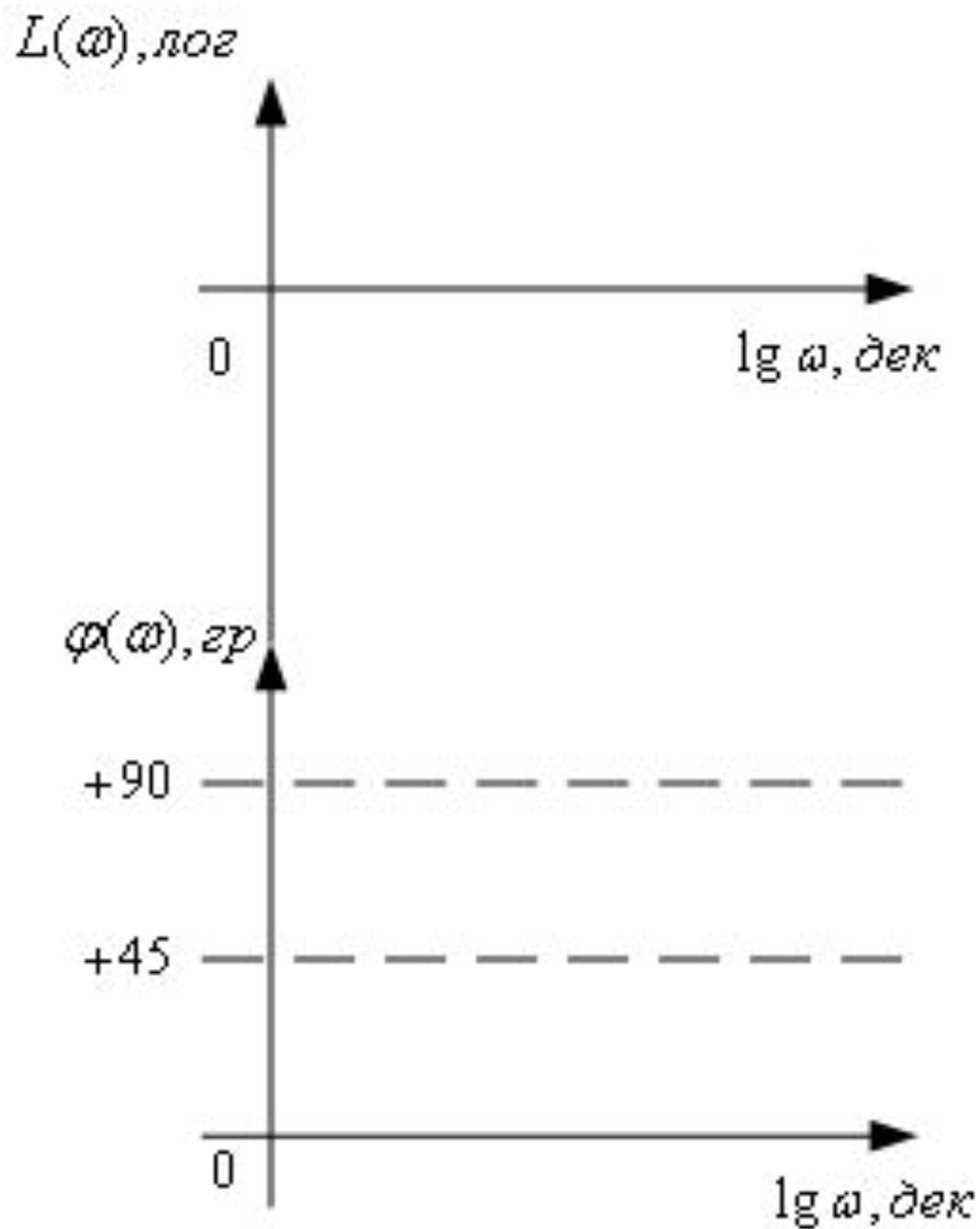
Логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ)

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{\frac{k \cdot T \cdot \omega}{1 + T^2 \cdot \omega^2}}{\frac{k \cdot T^2 \cdot \omega^2}{1 + T^2 \cdot \omega^2}} = \operatorname{arctg} \frac{1}{T \cdot \omega}.$$

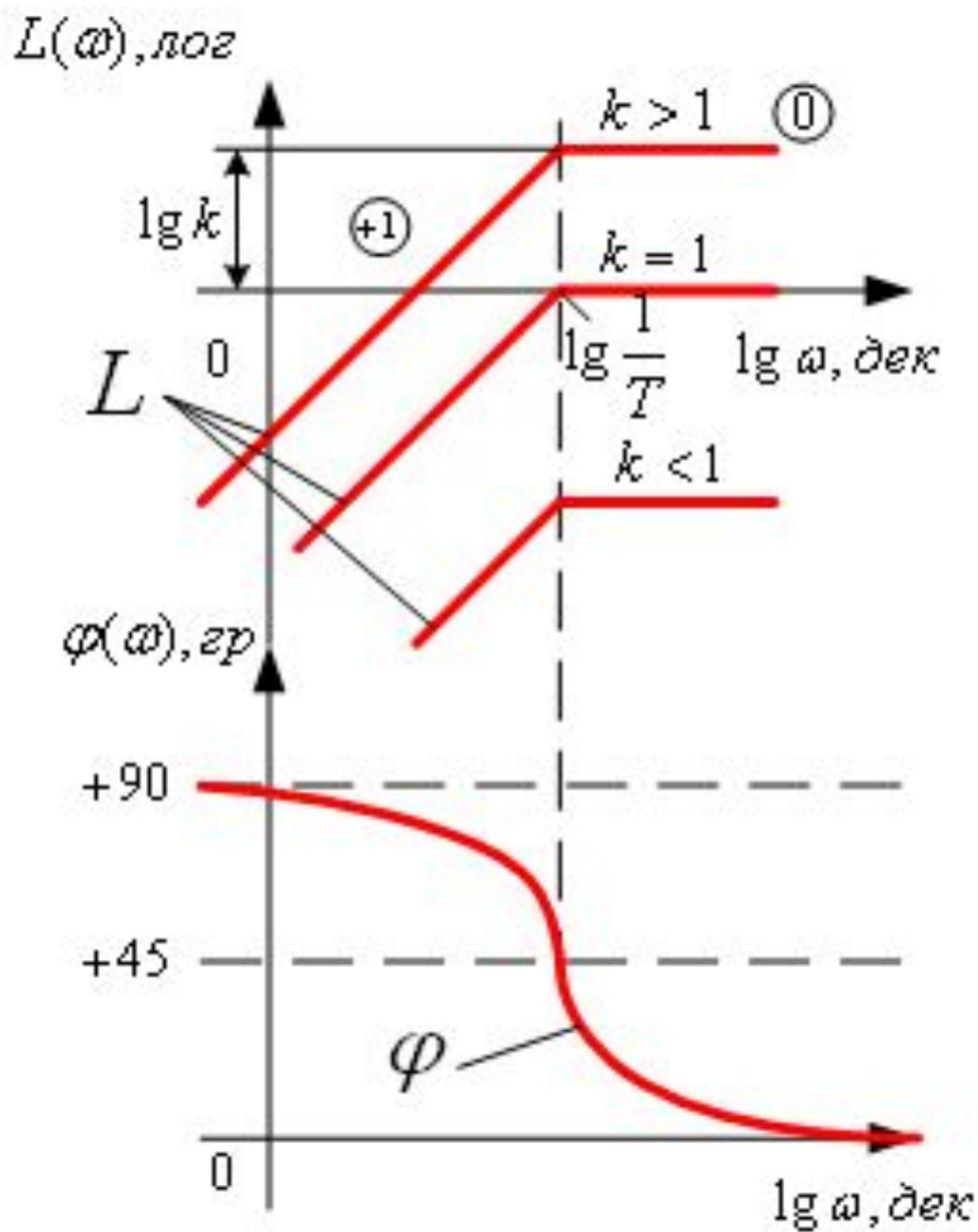
	0		

$\omega_0 = \frac{1}{T}$ – сопрягающая частота.

ЛАЧХ и
ЛФЧХ



ЛАЧХ и ЛФЧХ



2.3 Форсирующее звено 1 – го порядка

Это звено, описываемое дифференциальным уравнением

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = k \left[T \frac{dx_{\text{ВХ}}(t)}{dt} + x_{\text{ВХ}}(t) \right],$$

звено получается в результате соединения пропорционального и дифференцирующего звеньев.

Здесь k и T – те же.

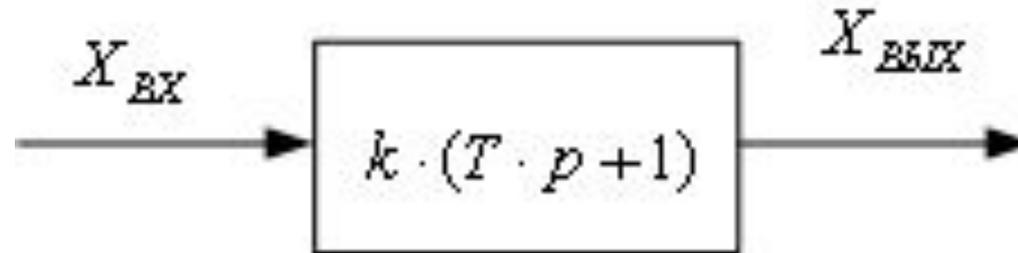
Применяя преобразование Лапласа при начальных нулевых условиях, получим операторное уравнение

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = k(Tp + 1)X_{\text{ВХ}}(p).$$

Передаточная функция форсирующего звена

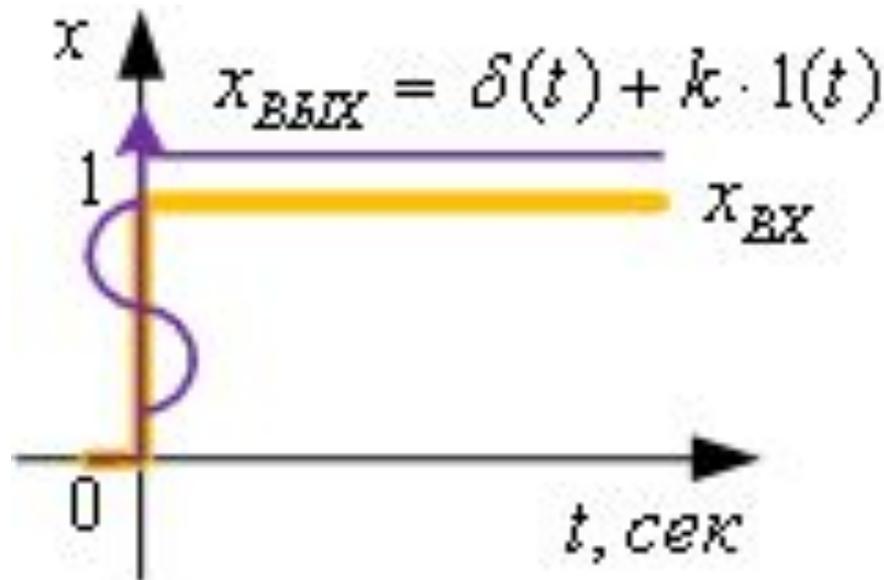
$$W(p) = k(Tp + 1).$$

На структурных схемах изображается



Переходная функция звена

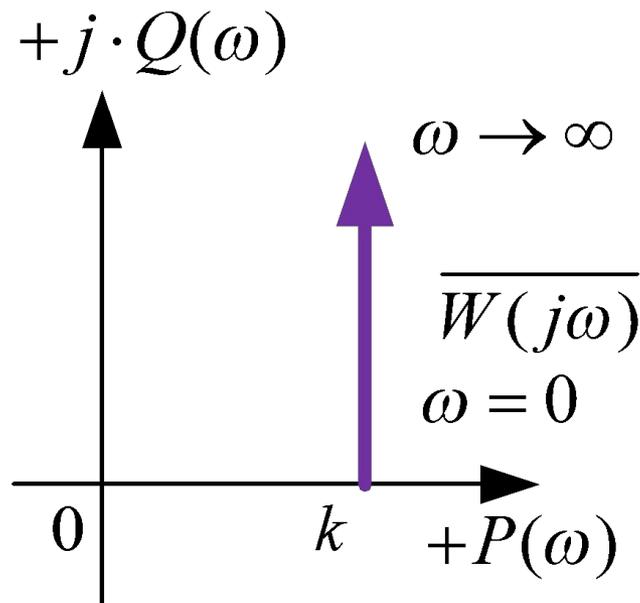
$$x_{VYX}(t) = kT\delta(t) + kx_{BX}(t).$$



Комплексный коэффициент передачи или амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) получается путём замены p на $j\omega$ в выражении $W(p)$

$$W(j\omega) = k \cdot (T \cdot j \cdot \omega + 1).$$

$$W(j\omega) = k \cdot (T \cdot j \cdot \omega + 1) = \underbrace{k}_{P(\omega)} + j \cdot \underbrace{k \cdot T}_{Q(\omega)} \omega.$$

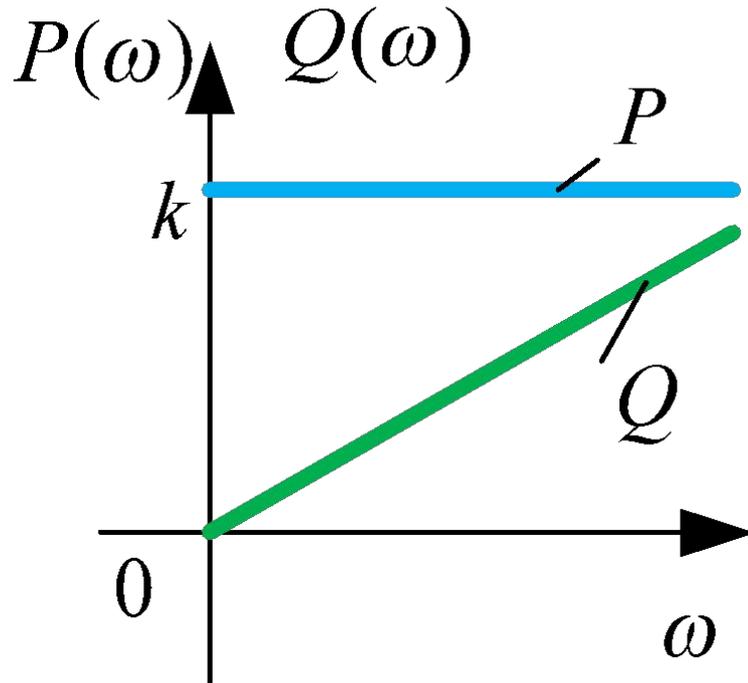


Вещественная частотная характеристика (ВЧХ)

$$P(\omega) = k.$$

Мнимая частотная характеристика (МЧХ)

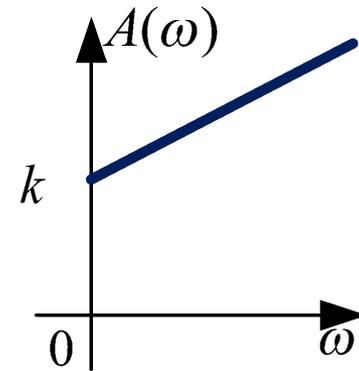
$$Q(\omega) = k \cdot T \cdot \omega.$$



Амплитудно-частотная характеристика АЧХ

инерционного звена

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{k^2 + (k \cdot T \cdot \omega)^2} =$$
$$= k \cdot \sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2}.$$



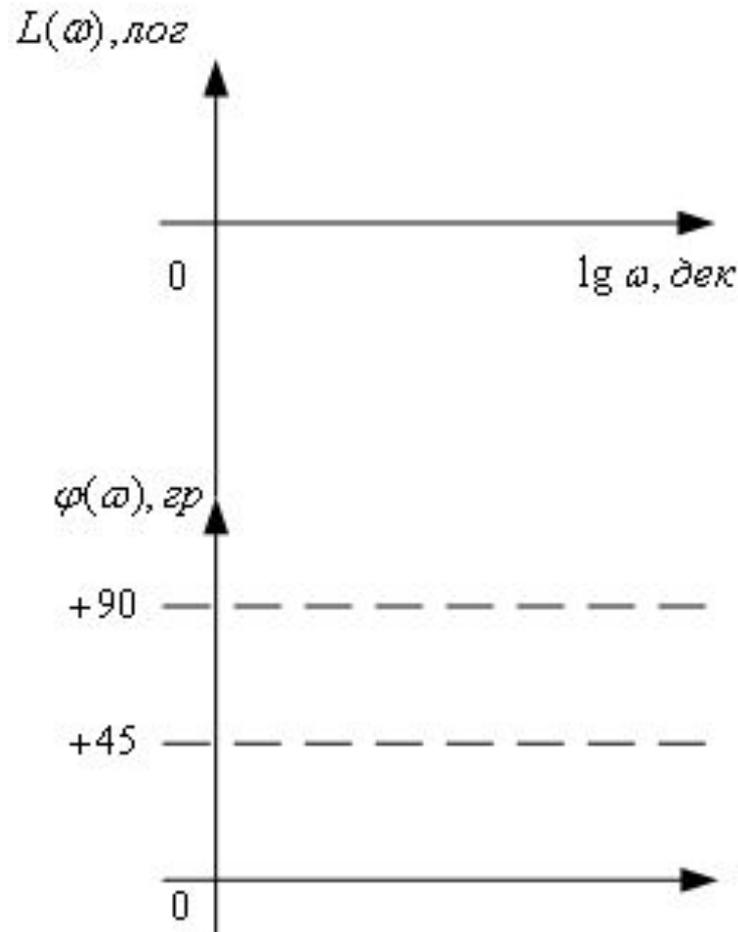
Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = \lg k \cdot \sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2} =$$
$$= \lg k + \lg \sqrt{1 + T^2 \cdot \omega^2} = \lg k + \frac{1}{2} \lg(1 + T^2 \cdot \omega^2).$$

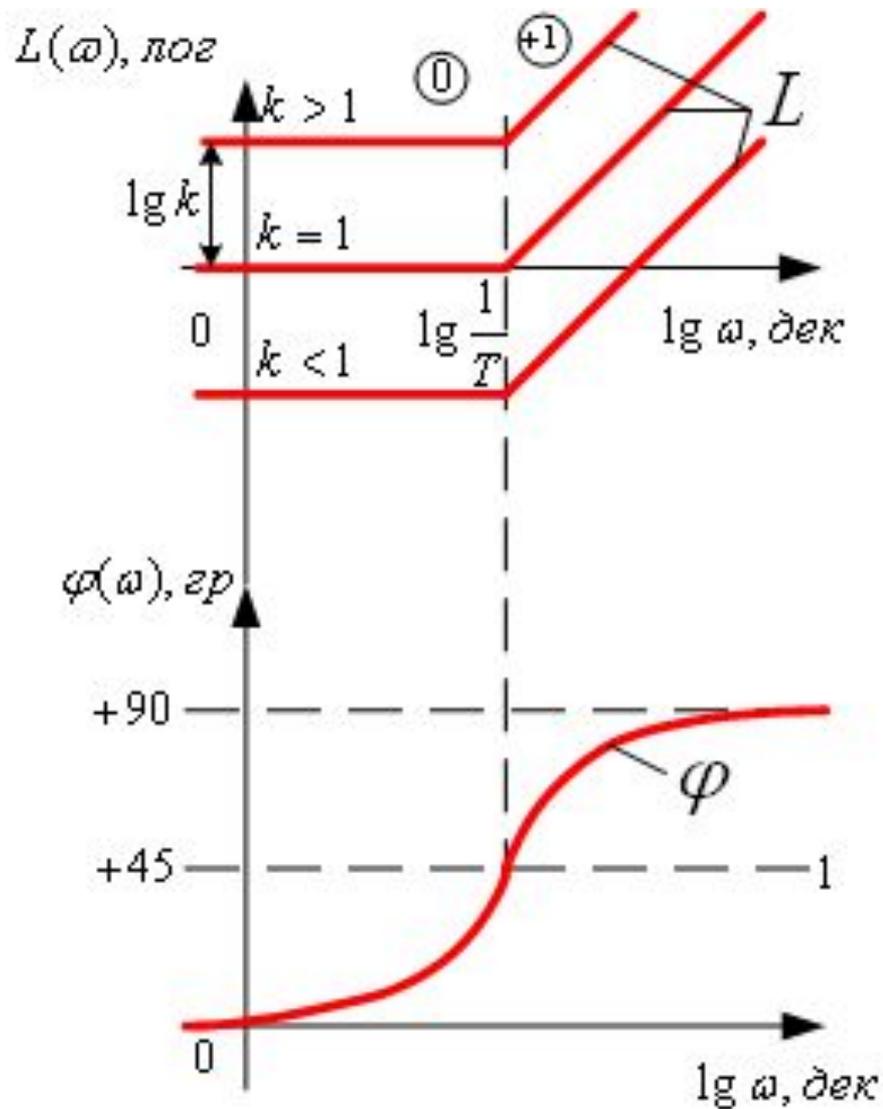
Логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ)

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{k \cdot T \cdot \omega}{k} = \operatorname{arctg} T \cdot \omega.$$

ЛАЧХ и
ЛФЧХ



ЛАЧХ и ЛФЧХ



$\omega_0 = \frac{1}{T}$ – сопрягающая частота.

2.4 Инерционно-форсирующее (упругое) звено

Это звено, у которого связь между выходным и входным сигналами выражается **уравнением** вида:

$$\dot{O} \cdot \frac{dx_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t)}{dt} + x_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t) = k \cdot T \cdot \frac{dx_{\hat{A}\hat{O}}(t)}{dt} + x_{\hat{A}\hat{O}}(t)$$

где T – постоянная времени;

k – коэффициент усиления.

Существенным параметром инерционно-форсирующего звена является коэффициент усиления. Если $k < 1$, то звено по своим свойствам приближается к **интегрирующему и инерционному звеньям**. Если $k > 1$, то звено ближе к **дифференцирующему и инерционно-дифференцирующему звеньям**.

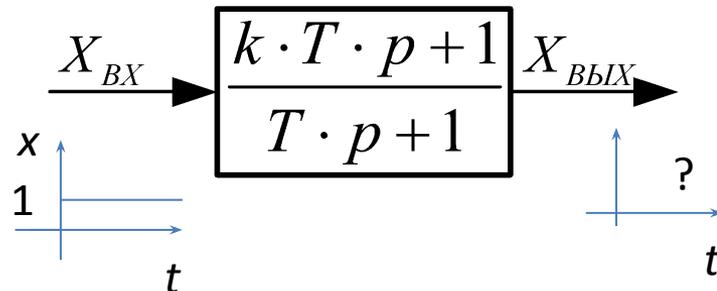
Применяя преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим операторное уравнение

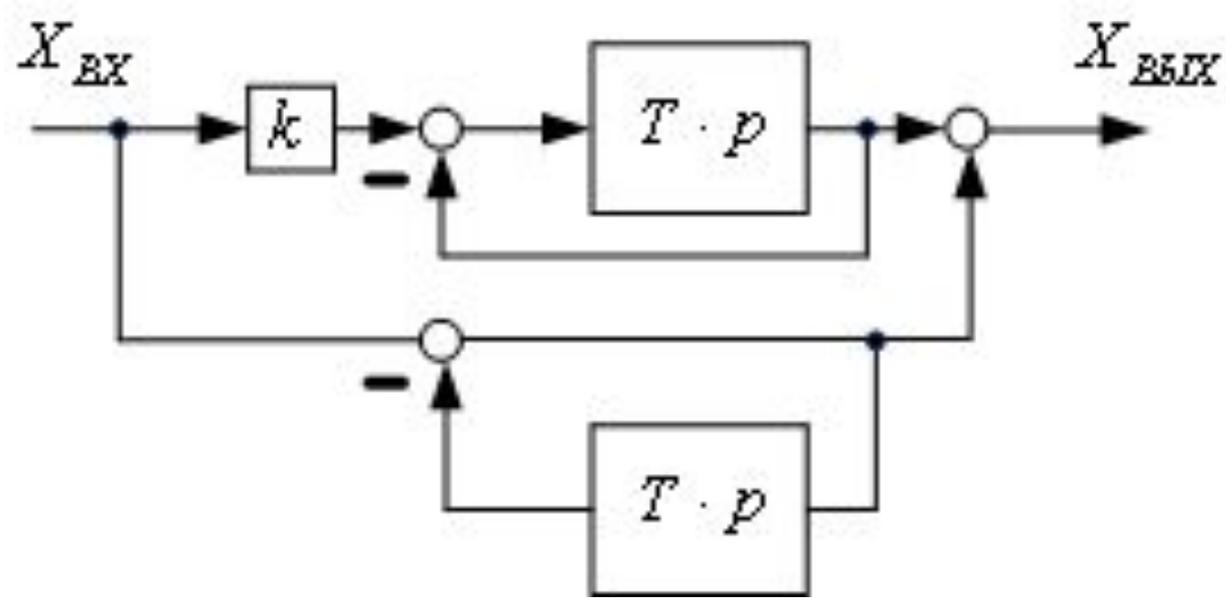
$$(T \cdot \dot{\delta} + 1) \cdot X_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(\dot{\delta}) = (k \cdot T \cdot p + 1) \cdot X_{\hat{A}\hat{O}}(p)$$

Передаточная функция упругого звена

$$W(p) = \frac{X_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(p)}{X_{\hat{A}\hat{O}}(p)} = \frac{k \cdot T \cdot p + 1}{T \cdot p + 1}.$$

На структурных схемах изображается





Решение уравнения

$$x_{\text{BX}}(t) = 1(t);$$

$$X_{\text{BX}}(p) = \frac{1}{p}.$$

$$X_{\text{ВЫХ}}(p) = W(p) \cdot X_{\text{BX}}(p) = \frac{k \cdot T \cdot p + 1}{T \cdot p + 1} \cdot \frac{1}{p} = \frac{B^m}{G^{n+1}(p)}.$$

$$G^{n+1}(p) = p \cdot (T \cdot p + 1) = T \cdot p^2 + p = 0;$$

$$p_1 = 0; \quad p_2 = -\frac{1}{T}.$$

$$\frac{dG^{n+1}(p)}{dp} = 2 \cdot T \cdot p + 1;$$

$$\frac{dG^{n+1}(p_1)}{dp} = 2 \cdot T \cdot p_1 + 1 = 2 \cdot T \cdot 0 + 1 = 1;$$

$$\frac{dG^{n+1}(p_2)}{dp} = 2 \cdot T \cdot p_2 + 1 = 2 \cdot T \cdot \left(-\frac{1}{T}\right) + 1 = -1;$$

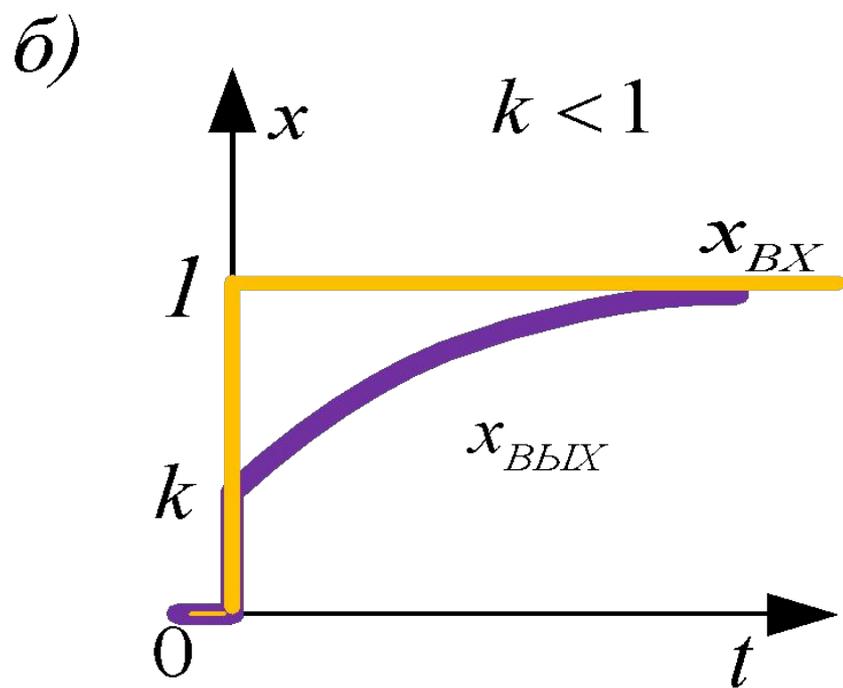
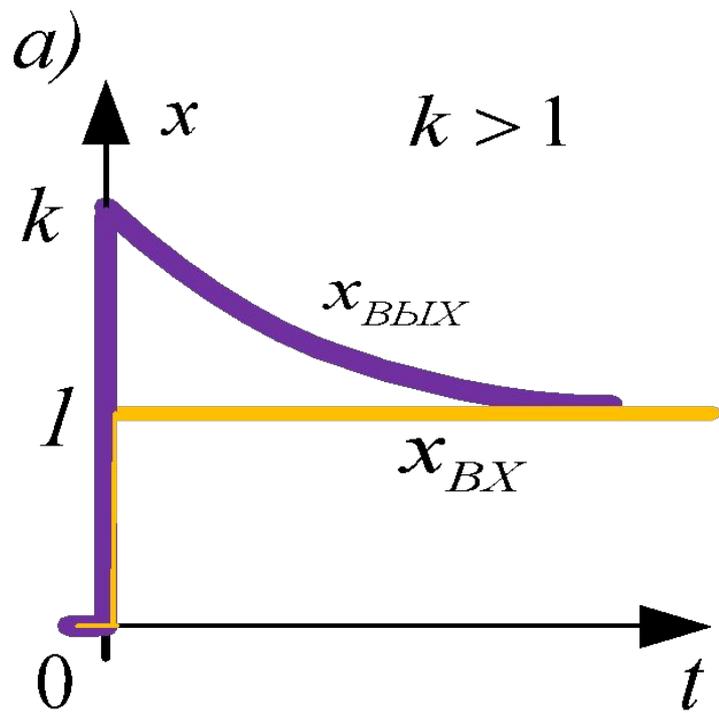
$$B^m(p_1) = B^m(0) = k \cdot T \cdot 0 + 1 = 1; \quad B^m(p_2) = B^m\left(-\frac{1}{T}\right) = k \cdot T \cdot \left(-\frac{1}{T}\right) + 1 = 1 - k;$$

$$x_{\hat{A}\hat{U}\hat{O}}(t) = \frac{B^m(0)}{\frac{dG^{n+1}(0)}{dp}} + \sum_{i=2}^{n+1} \frac{B^m(p_i)}{\frac{dG^{n+1}(p_i)}{dp}} \cdot e^{p_i t} = \frac{1}{1} + \frac{1-k}{-1} \cdot e^{-\frac{t}{T}} =$$

$$= 1 - (1 - k \cdot e^{-\frac{t}{T}}) = 1 + (k - 1) \cdot e^{-\frac{t}{T}}.$$

Переходная функция

звена



Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) или комплексный коэффициент передачи звена первого порядка получается путём замены p на $j\omega$ в выражении $W(p)$

$$W(j\omega) = \frac{k \cdot T \cdot j \cdot \omega + 1}{T \cdot j \cdot \omega + 1}.$$

$$W(j\omega) = \frac{k \cdot T \cdot j \cdot \omega + 1}{T \cdot j \cdot \omega + 1} = \frac{k \cdot T \cdot j \cdot \omega + 1}{T \cdot j \cdot \omega + 1} \cdot \frac{1 - j \cdot T \cdot \omega}{1 - j \cdot T \cdot \omega} =$$

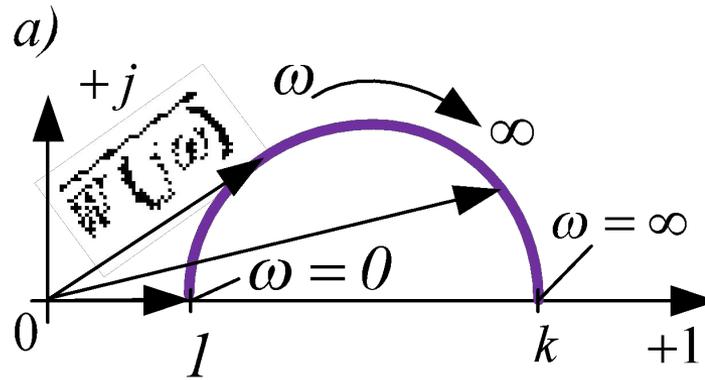
$$= \frac{1 + k \cdot T^2 \cdot \omega^2}{1 + T^2 \cdot \omega^2} + j \cdot \frac{T \cdot \omega \cdot (k - 1)}{1 + T^2 \cdot \omega^2}.$$

$P(\omega)$

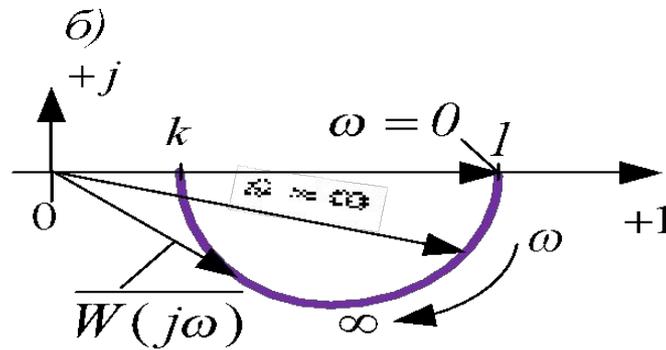
$Q(\omega)$

	0		0

$$k > 1$$



$$k < 1$$



Вещественная частотная характеристика (ВЧХ)

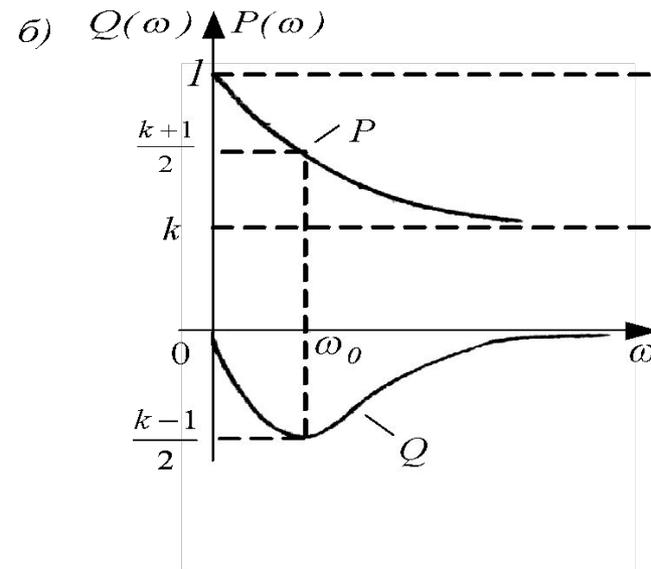
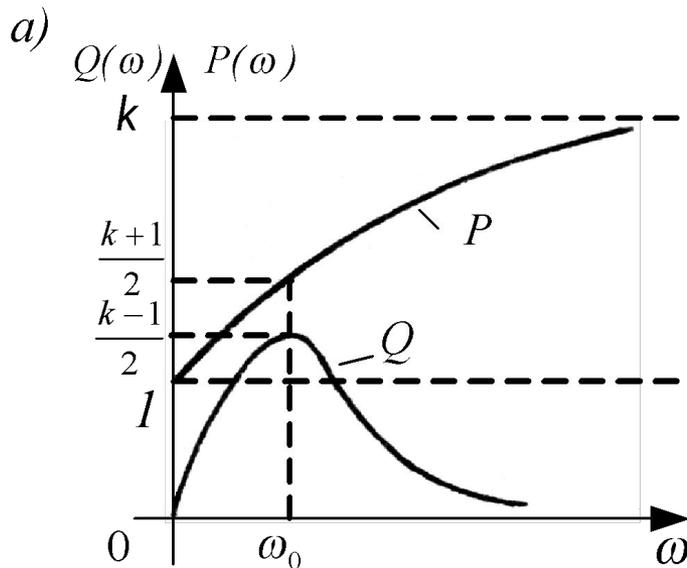
$$P(\omega) = \frac{k \cdot T^2 \cdot \omega^2 + 1}{1 + T^2 \cdot \omega^2}$$

Мнимая частотная характеристика (МЧХ)

$$Q(\omega) = \frac{T \cdot \omega \cdot (k - 1)}{1 + T^2 \cdot \omega^2}$$

$$k > 1$$

$$k < 1$$



Амплитудно-частотная характеристика АЧХ

упругого звена

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{\frac{k^2 \cdot T^2 \cdot \omega^2 + 1}{T^2 \cdot \omega^2 + 1}}.$$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ)

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = \lg \sqrt{\frac{k^2 \cdot T^2 \cdot \omega^2 + 1}{T^2 \cdot \omega^2 + 1}}.$$

Логарифмическая фазо-частотная характеристика (ЛФЧХ)

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{T \cdot \omega \cdot (k-1)}{k \cdot T^2 \cdot \omega^2 + 1}.$$

Логарифмическая амплитудно-фазовая характеристика описывается уравнением

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = \lg \sqrt{k^2 T^2 \omega^2 + 1} - \lg \sqrt{T^2 \omega^2 + 1}.$$

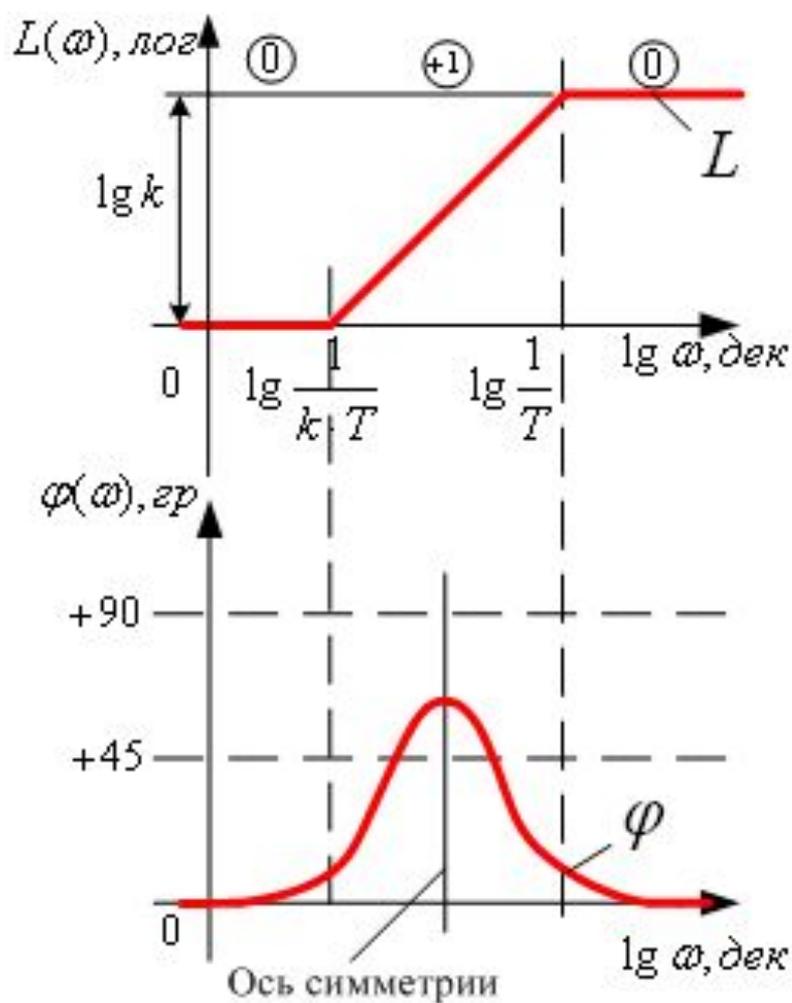
Асимптотические характеристики в зависимости от величины k выражаются различно:

$$\text{если } k > 1 \quad L_a = \begin{cases} 0 & \text{при } \lg \omega \leq \lg \frac{1}{kT}; \\ \lg T\omega & \text{при } \lg \frac{1}{kT} \leq \lg \omega \leq \lg \frac{1}{T}; \\ \lg k & \text{при } \lg \frac{1}{T} \leq \lg \omega; \end{cases}$$

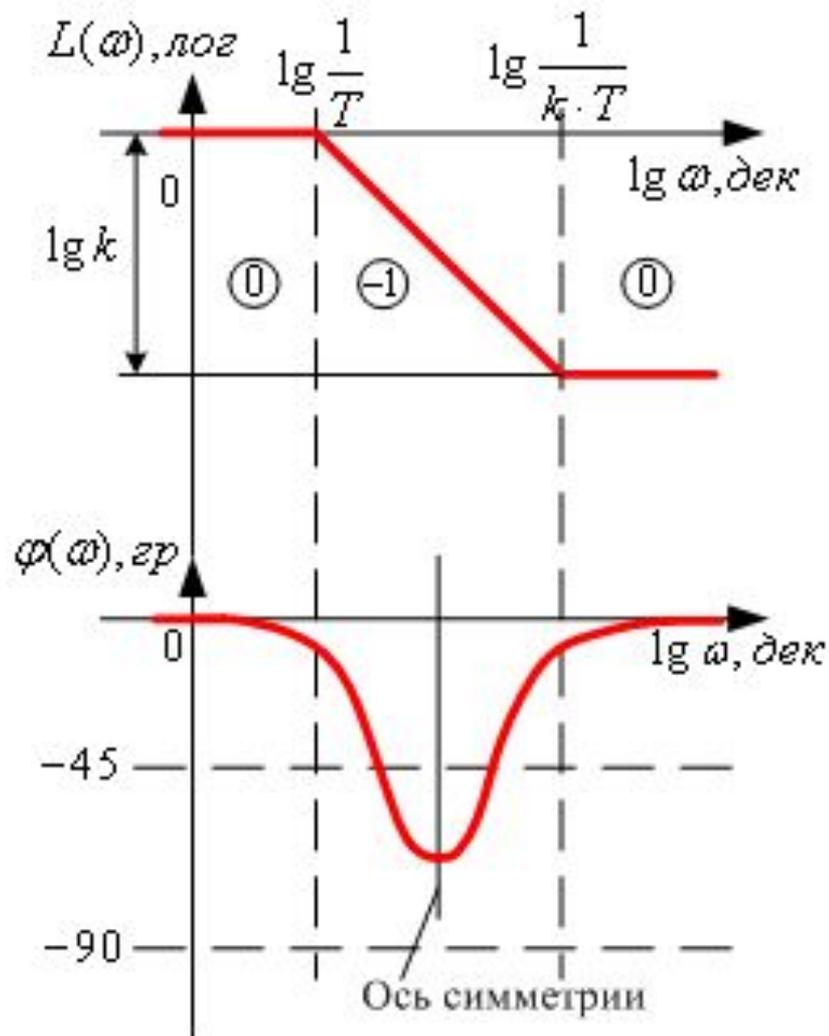
$$\text{если } k < 1 \quad L_a = \begin{cases} 0 & \text{при } \lg \omega \leq \lg \frac{1}{T}; \\ -\lg T\omega & \text{при } \lg \frac{1}{T} \leq \lg \omega \leq \lg \frac{1}{kT}; \\ -\lg k & \text{при } \lg \frac{1}{kT} \leq \lg \omega. \end{cases}$$

ЛАЧХ и ЛФЧХ

$k > 1$



$k < 1$



Звенья второго порядка

Звеном второго порядка называется звено, связь между выходной и входной величиной которого определяется линейным дифференциальным уравнением второго порядка вида

$$T^2 \cdot \frac{d^2 x_{\text{вых}}(t)}{dt^2} + 2 \cdot T \cdot \xi \cdot \frac{dx_{\text{вых}}(t)}{dt} + x_{\text{вых}}(t) = k \cdot x_{\text{вх}}(t)$$

где T – постоянная времени ; ξ – относительный коэффициент затухания (демпфирования).

Применяя преобразование Лапласа при нулевых начальных условиях, получим операторное уравнение

$$(T^2 p^2 + 2T\xi p + 1)X_{\text{вых}}(p) = kX_{\text{вх}}(p)$$

В зависимости от вида корней характеристического уравнения инерционное звено второго порядка может иметь различные переходные характеристики. Это позволяет установить три разновидности звена – апериодическое, колебательное и консервативное.

При единичном входном воздействии для случая вещественных различных корней p_1 и p_2 получим переходную функцию ($\xi > 1$).

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = 1 + \frac{k}{2p_1^2 T^2 + p_1 2\xi} e^{p_1 t} + \frac{k}{2p_2^2 T^2 + p_2 2\xi} e^{p_2 t}.$$

В случае вещественных корней апериодическое звено второго порядка эквивалентно последовательному соединению двух инерционных звеньев первого порядка, поэтому передаточная функция может быть записана в виде

$$W(p) = \frac{k_1 k_2}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

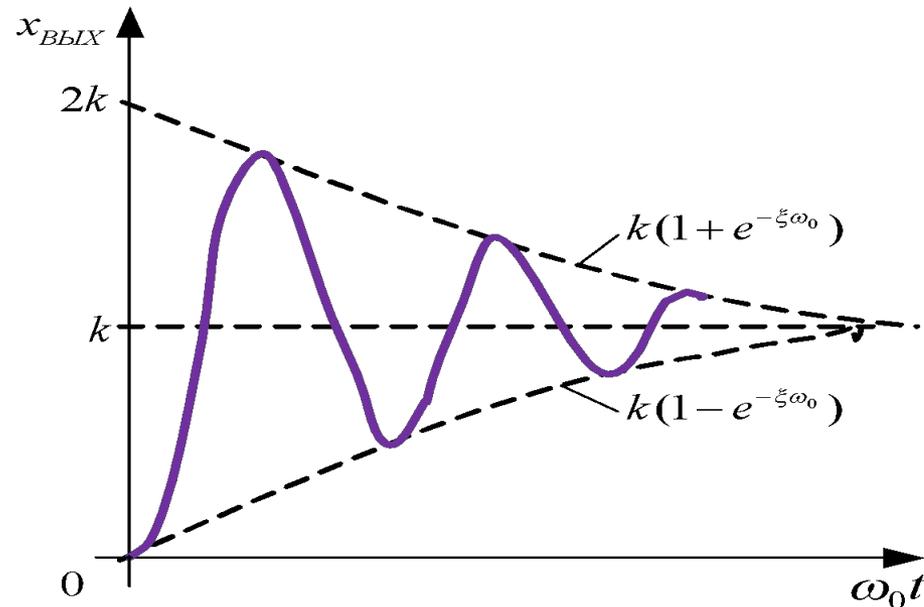
По выражению $W(p)$ после замены p на $j\omega$ получим частотную функцию $W(j\omega)$ апериодического звена второго порядка, которая определяет частотные характеристики звена.

Колебательное звено

Если корни уравнения будут
комплексными, то инерционное звено
второго порядка станет колебательным

($\xi < 1$).

$$x_{BIX}(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi \omega_0 t} \cdot \sin(\sqrt{1 - \xi^2} \cdot \omega_0 t + \arcsin \xi \sqrt{1 - \xi^2})$$



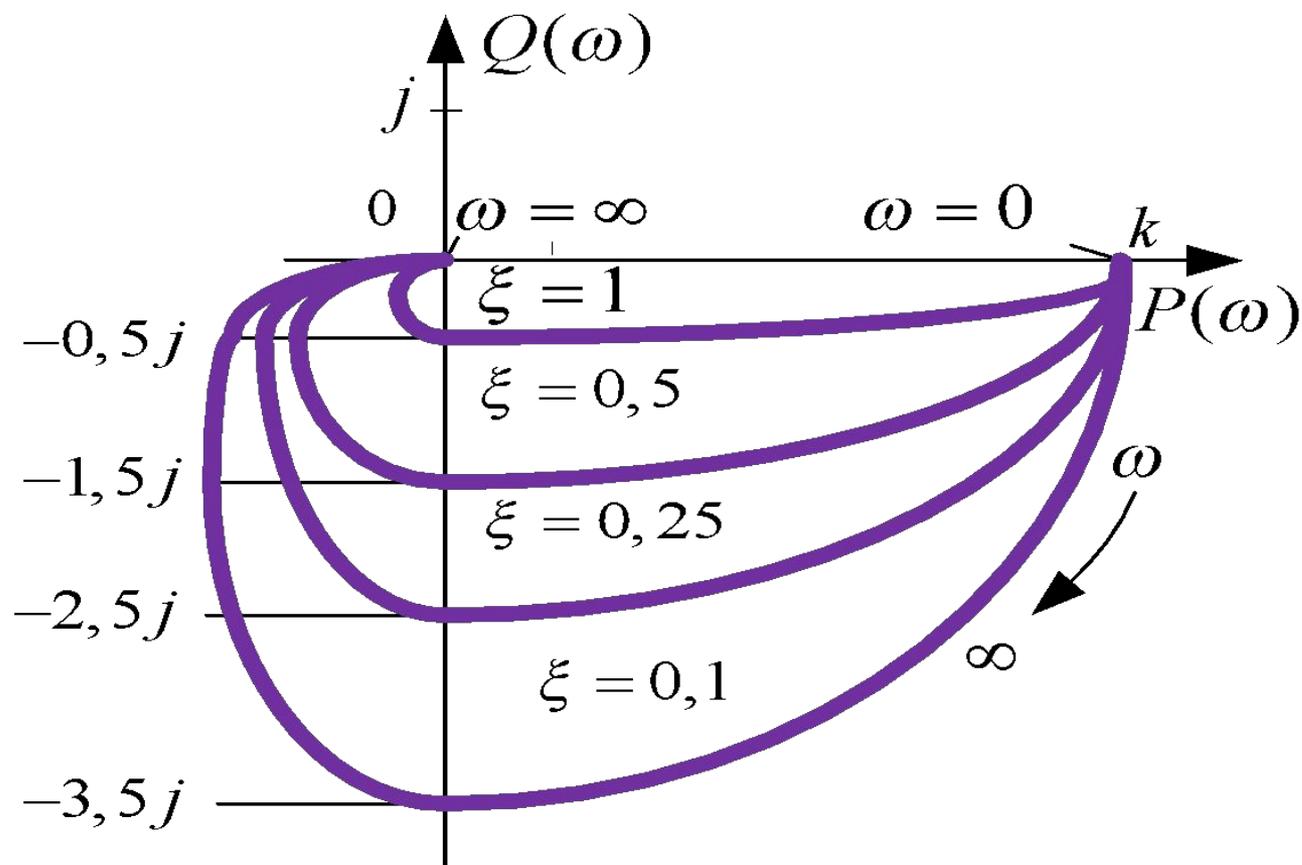
Передаточная функция инерционного звена 2 порядка

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$$

Амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = \frac{k}{T^2 (j\omega)^2 + 2\xi T(j\omega) + 1}$$

Годограф амплитудно-фазовой частотной характеристики



Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики колебательного звена выражаются уравнениями

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1}{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}};$$

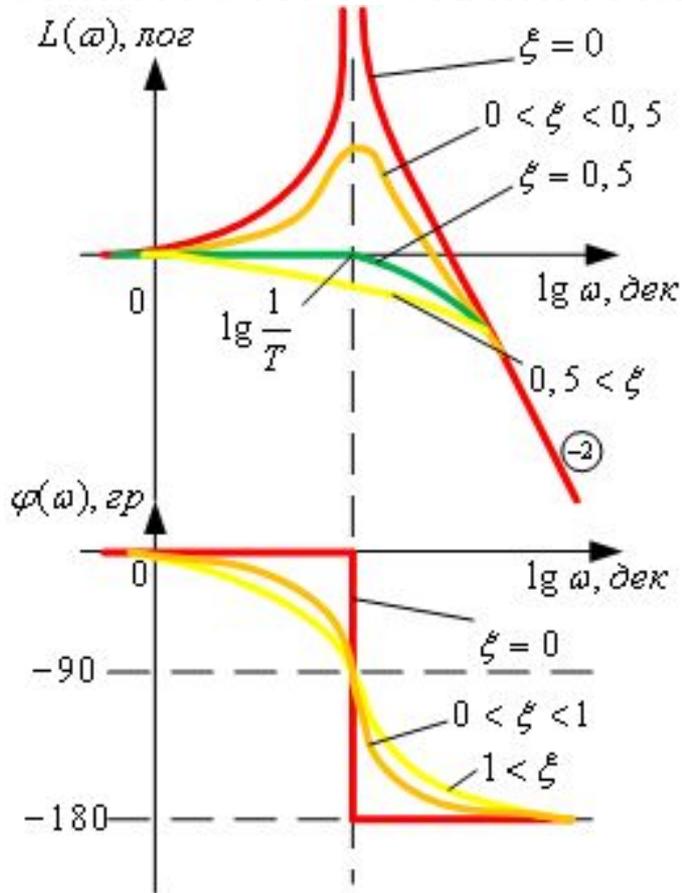
$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{2\omega\xi T}{1 - T^2 \omega^2}.$$

Логарифмическая амплитудно-фазовая характеристика колебательного звена описывается уравнением

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = \lg 1 - \lg \sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}.$$

Вблизи точки резонанса ($\omega T=1$) характеристика сильно зависит от коэффициента затухания ξ . С удалением от резонансной частоты характеристика практически перестаёт зависеть от ξ . Для колебательных звеньев пользуются асимптотическими хар

$$L_a(\omega) = \begin{cases} \lg k & \text{при } \lg \omega \leq \lg \frac{1}{T}; \\ \lg k - 2 \lg \omega T & \text{при } \lg \omega \geq \lg \frac{1}{T}. \end{cases}$$



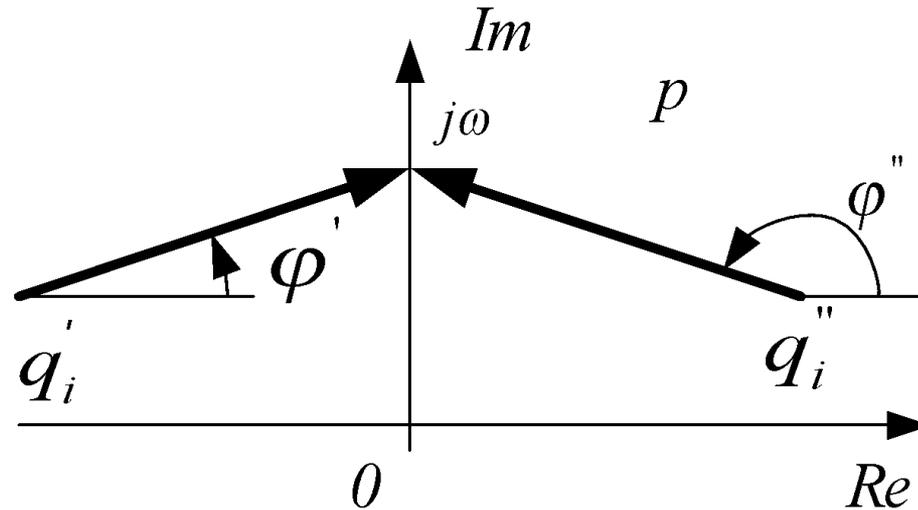
Общее свойство минимально-фазовых устойчивых звеньев

Общим показателем свойств звена является принадлежность нулей передаточной функции к левой полуплоскости. Представляя передаточную функцию в комплексной форме, комплексный коэффициент передачи

можно выразить как

$$W(j\omega) = \frac{b_m \prod_{i=1}^m (j\omega - q_i)}{a_n \prod_{i=1}^n (j\omega - p_i)}$$

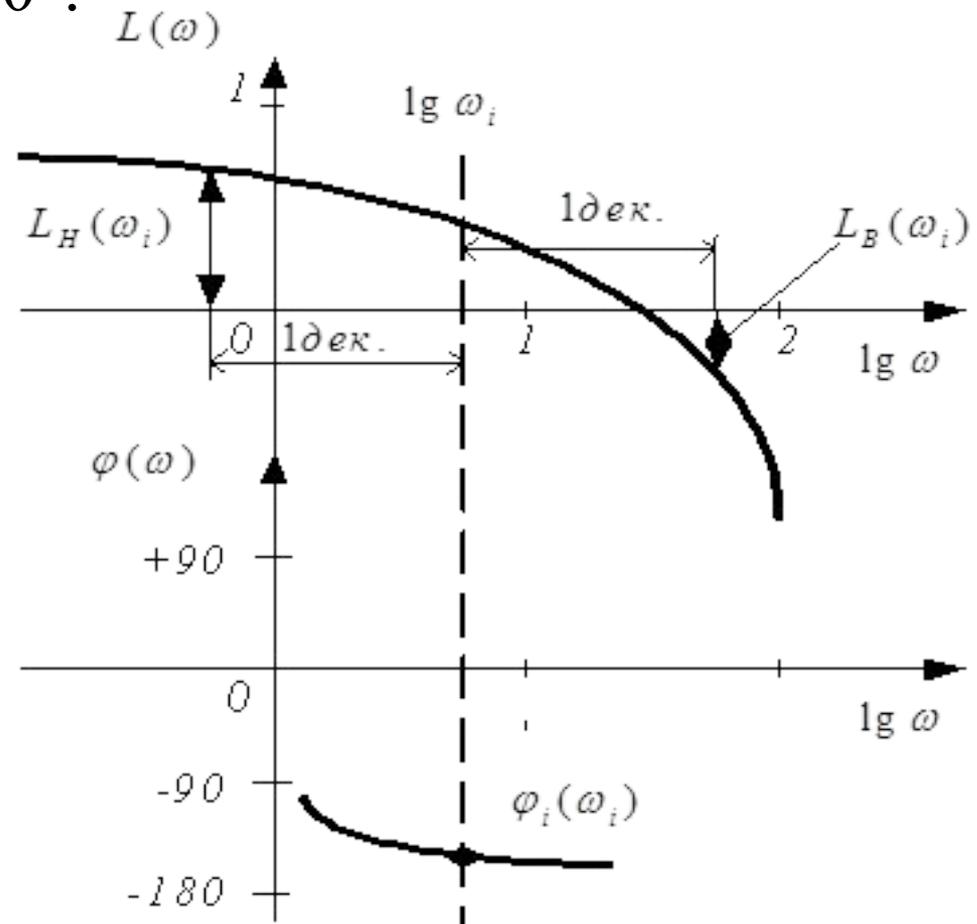
Рассмотрим сомножитель числителя $j\omega - q_i$. Эта разность представляет собой вектор, начало которого лежит в точке q_i , а конец на мнимой оси в точке $j\omega$. Фаза этого вектора характеризует поворот его относительно вещественной оси против часовой стрелки.



На рисунке построены два таких вектора для различных положений точки q_i , обозначенных q_i' и q_i'' . Из построения видно, что при одном и том же значении модуля комплекса $j\omega - q_i$ его фаза φ меньше в том случае, когда q_i лежит в левой полуплоскости. Поэтому звенья, все нули передаточной функции лежат в левой полуплоскости ($Re q_i < 0$), называются **минимально-фазовыми**. Звенья, передаточные функции которых имеют хотя бы один нуль, лежащий в правой полуплоскости ($Re q_i > 0$), называются **неминимально-фазовыми**.

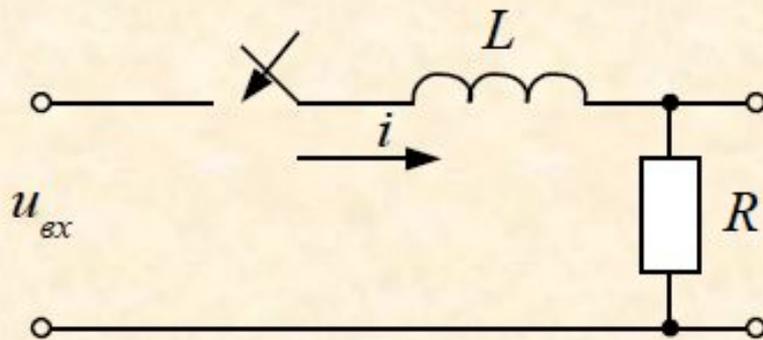
Для **минимально-фазовой системы** определение приближённого значения фазы $\varphi_i(\omega_i)$ можно проводить непосредственно по среднему наклону ЛАЧХ в частоте ω_i без построения ЛФЧХ. При

ЭТОМ
$$\varphi_i(\omega_i) = \frac{L_B(\omega_i) - L_H(\omega_i)}{2} \cdot 90^\circ.$$



Передаточные функции различных объектов

RL-цепь:



$u_{\text{вх}}(t)$ – ВХОДНОЙ СИГНАЛ $x_{\text{вх}}(t)$;

$i(t)$ - ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ $x_{\text{ВЫХ}}(t)$.

1 этап: $L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = u_{\text{ex}}(t)$

преобразуем в изображение

$$LpI(p) + RI(p) = U_{\text{ex}}(p)$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

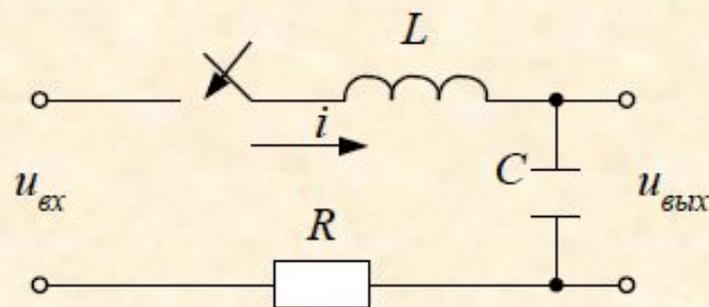
$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{ex}}} = \frac{I(p)}{U_{\text{ex}}(p)} = \frac{1}{Lp + R}$$

Передаточные функции различных объектов

RLC-цепь:

$u_{\text{ВХ}}(t)$ – ВХОДНОЙ СИГНАЛ $x_{\text{ВХ}}(t)$;

$u_{\text{ВЫХ}}(t)$ - ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ $x_{\text{ВЫХ}}(t)$.



1 этап: $L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = u_{\text{вх}}(t)$

$$\frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = u_{\text{вых}}(t)$$

преобразуем в изображения

$$U_{\text{вх}}(p) = I(p) \left(Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)$$

и

$$U_{\text{вых}}(p) = I(p) \frac{1}{Cp}$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

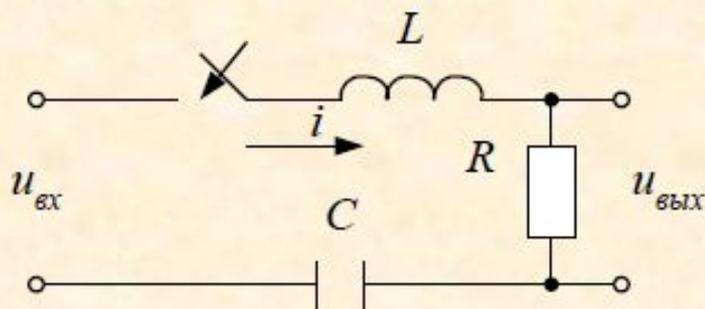
$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{I(p) \cdot \frac{1}{Cp}}{I(p) \left(Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)} = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1}$$

Передаточные функции различных объектов

RLC-цепь:

$u_{\text{ВХ}}(t)$ – ВХОДНОЙ СИГНАЛ $x_{\text{ВХ}}(t)$;

$u_{\text{ВЫХ}}(t)$ - ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ $x_{\text{ВЫХ}}(t)$.



1 этап: $L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = u_{\text{вх}}(t)$

$$U_{\text{вых}}(p) = I(p)R$$

преобразуем в изображения

$$U_{\text{вх}}(p) = I(p) \left(Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)$$

и

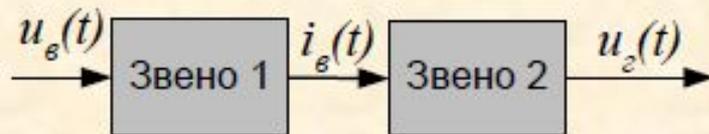
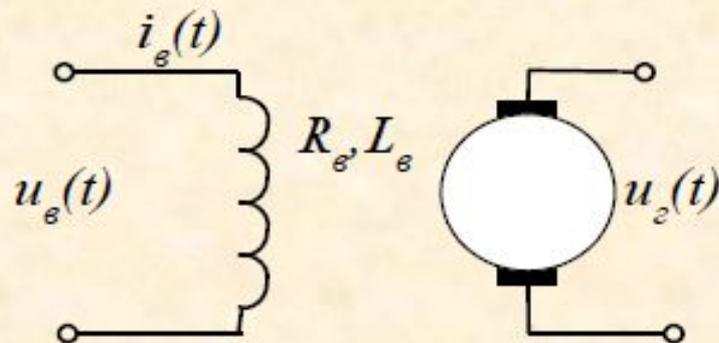
$$U_{\text{вых}}(p) = LpI(p)$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{I(p) \cdot R}{I(p) \left(Lp + R + \frac{1}{Cp} \right)} = \frac{CRp}{LCp^2 + RCp + 1}$$

Передаточные функции различных объектов

Генератор постоянного тока
независимого возбуждения:



$i_ε(t)$ – входной сигнал $X_{\text{ВХ}}(t)$;

$u_2(t)$ – выходной сигнал $X_{\text{ВЫХ}}(t)$.

1 этап: систему уравнений

$$\begin{cases} L_ε \frac{di_ε(t)}{dt} + R_ε i_ε(t) = u_ε(t); \\ k i_ε(t) = u_2(t) \end{cases}$$

преобразуем в изображение

$$\begin{cases} L_ε p I_ε(p) + R_ε I_ε(p) = U_ε(p); \\ k I_ε(p) = U_2(p) \end{cases}$$

Из него найдем уравнение

$$L_ε p \frac{U_2(p)}{k} + R_ε \frac{U_2(p)}{k} = U_ε(p);$$

2 этап: найдем передаточную функцию:

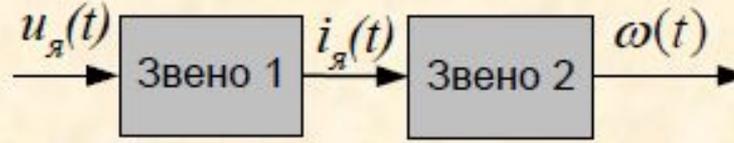
$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = \frac{U_2(p)}{U_ε(p)} = \frac{k}{L_ε p + R_ε}$$

Передаточные функции различных объектов

Двигатель постоянного тока независимого возбуждения:

$u_{\text{я}}(t)$ – входной сигнал; $\omega(t)$ – выходной сигнал; $\Phi = \text{const}$; $M_c = 0$

1 этап: возьмем систему уравнений

$$\begin{cases} L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}(t)}{dt} + R_{\text{я}} i_{\text{я}}(t) + k\Phi \omega(t) = u_{\text{я}}(t); \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = C\Phi \frac{di_{\text{я}}(t)}{dt} \end{cases}$$


преобразуем в изображение $\begin{cases} L_{\text{я}} p I_{\text{я}}(p) + R_{\text{я}} I_{\text{я}}(p) + k\Phi \Omega(p) = U_{\text{я}}(p); \\ J p \Omega(p) = C\Phi I_{\text{я}}(p) \end{cases}$

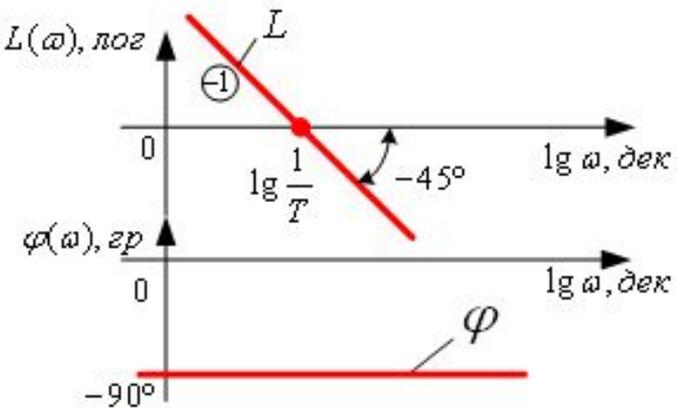
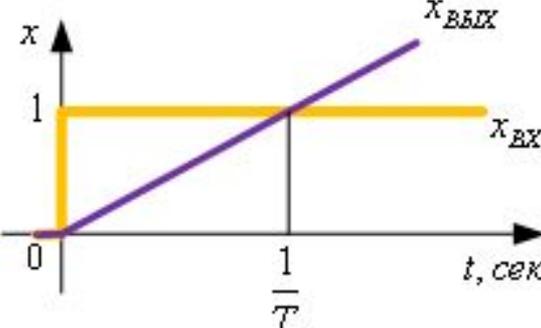
Из него найдем уравнение $\left[\frac{L_{\text{я}} J}{C\Phi} p^2 + \frac{R_{\text{я}} J}{C\Phi} p + k\Phi \right] \cdot \Omega(p) = U_{\text{я}}(p)$

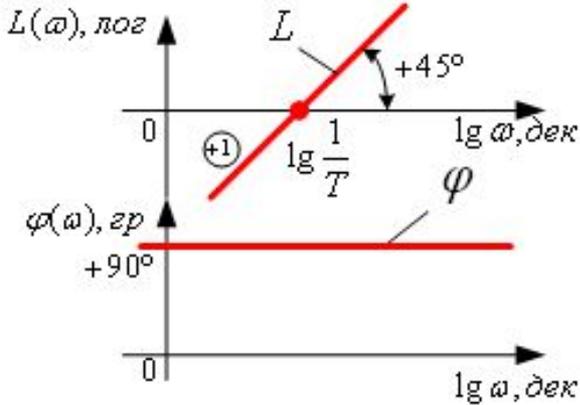
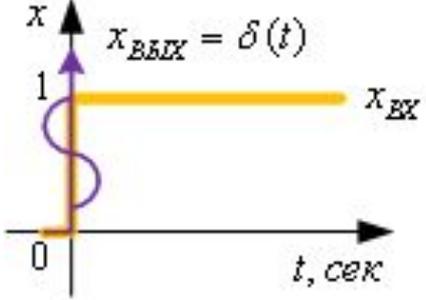
2 этап: найдем передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}} = \frac{\Omega(p)}{U_{\text{я}}(p)} = \frac{1}{\frac{L_{\text{я}} J}{C\Phi} p^2 + \frac{R_{\text{я}} J}{C\Phi} p + k\Phi}$$

1. Элементарные типовые динамические звенья

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ [$L(\omega)$], ЛФЧХ [$\varphi(\omega)$]	Переходная функция
Усилительно е, (пропорцио- нальное, безынерцион- ное)	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} =$ $= k$		$x_{\text{ВЫХ}}(t) = k \cdot 1(t)$

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ [$L(\omega)$], ЛФЧХ [$\varphi(\omega)$]	Переходная функция
Интегрирующее	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} =$ $= \frac{1}{T \cdot p}$		 $x_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{T} \cdot t \cdot 1(t)$

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ [$L(\omega)$], ЛФЧХ [$\varphi(\omega)$]	Переходная функция
Дифференцирующее	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = T \cdot p$	 <p> $L(\omega), \text{лог}$ L $+45^\circ$ $\text{lg } \frac{1}{T}$ $\text{lg } \omega, \text{дек}$ $\oplus 1$ φ $\varphi(\omega), \text{гр}$ $+90^\circ$ $\text{lg } \omega, \text{дек}$ </p>	 <p> x $x_{\text{ВЫХ}} = \delta(t)$ 1 $x_{\text{ВХ}}$ 0 $t, \text{сек}$ </p> $\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$

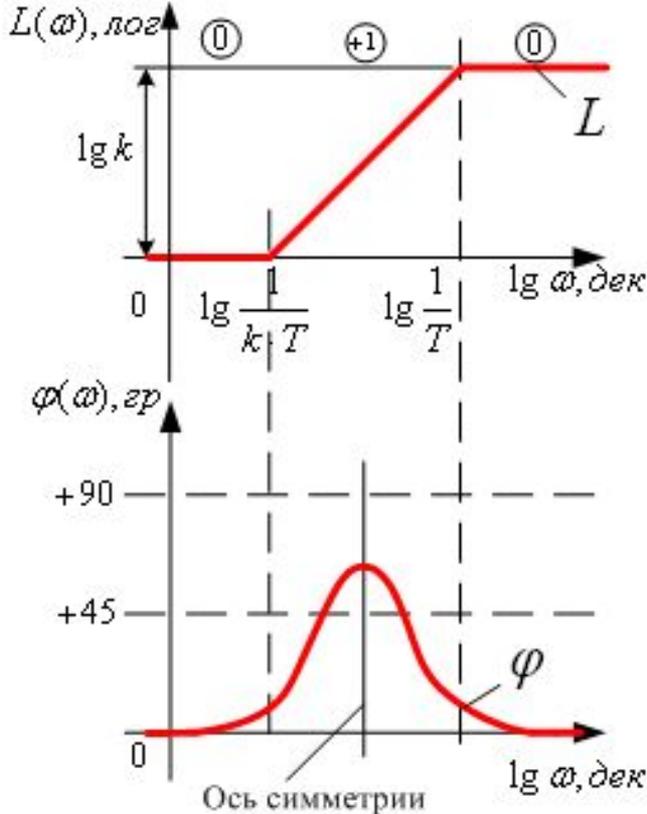
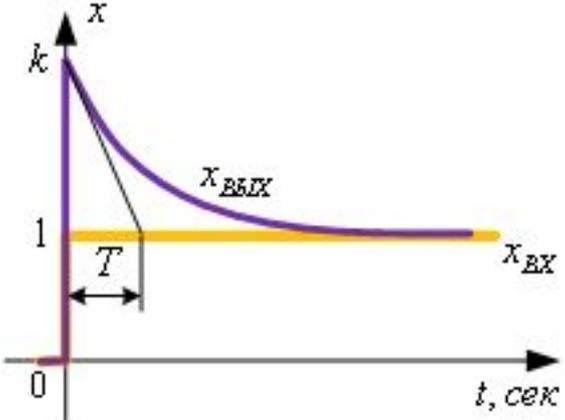
2. Реальные типовые динамические звенья

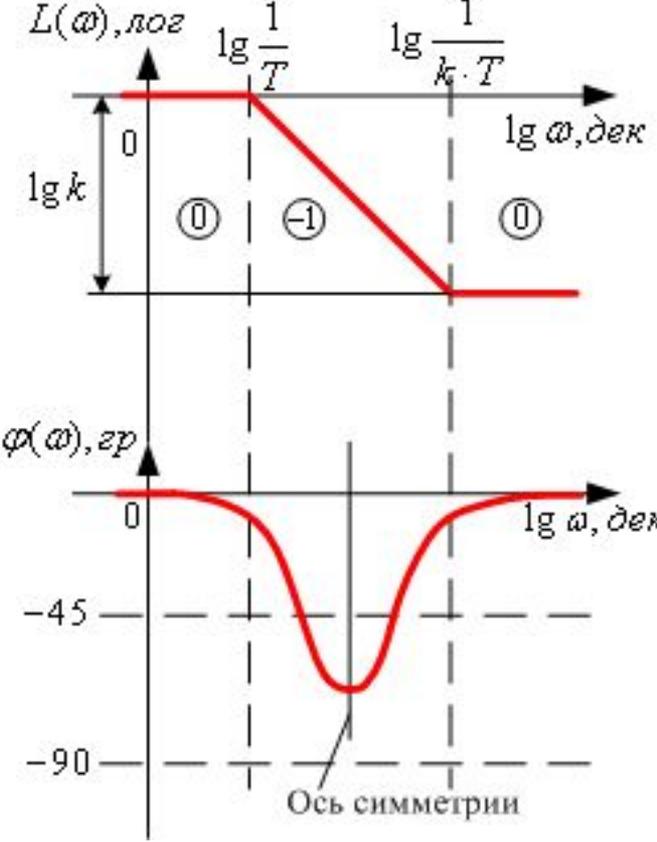
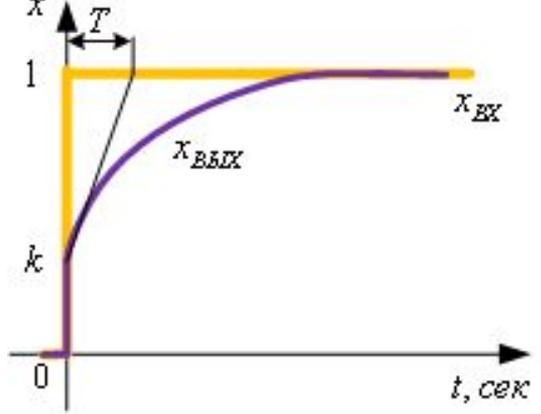
2.1 Звенья первого порядка

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ $[L(\omega)]$, ЛФЧХ $[\varphi(\omega)]$	Переходная функция
Инерцион- ное (апериоди- ческое)	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} =$ $= \frac{k}{T \cdot p + 1}$	<p> $L(\omega), \text{лог}$ $\text{lg } k$ 0 $-0,15$ $\text{lg } \omega, \text{дек}$ $k > 1$ $k = 1$ $k < 1$ $\text{lg } \frac{1}{T}$ $\text{lg } \omega, \text{дек}$ $\varphi(\omega), \text{гр}$ 0 -45 -90 Аппроксимированная Точная L φ </p>	<p> x T k 1 $x_{\text{ВЫХ}}$ $x_{\text{ВХ}}$ 0 $t, \text{сек}$ </p> <p> $x_{\text{ВЫХ}}(t) = k \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot 1(t);$ $t_{\text{ПП}} = (3 \dots 4) \cdot T.$ </p>

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ $[L(\omega)]$, ЛФЧХ $[\varphi(\omega)]$	Переходная функция
Инерционно-дифференцирующее (реальное дифференцирующее)	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{k \cdot T \cdot p}{T \cdot p + 1}$		$x_{\text{ВЫХ}}(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t)$ $t_{\text{ПП}} = (3 \dots 4) \cdot T$

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ $[L(\omega)]$, ЛФЧХ $[\varphi(\omega)]$	Переходная функция
Форсирующее	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} =$ $= k \cdot (T \cdot p + 1)$	<p> $L(\omega), \text{лог}$ $k > 1$ ① $k = 1$ $k < 1$ $\lg k$ 0 $\lg \frac{1}{T}$ $\lg \omega, \text{дек}$ L $\varphi(\omega), \text{гр}$ $+90$ $+45$ 0 $\lg \omega, \text{дек}$ φ </p>	<p> x $\delta(t)$ $x_{\text{ВЫХ}}$ k $x_{\text{ВХ}}$ 0 $t, \text{сек}$ $x_{\text{ВЫХ}}(t) = \{k \cdot [\delta(t) + x_{\text{ВХ}}(t)]\} \cdot 1(t)$ </p>

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ $[L(\omega)]$, ЛФЧХ $[\varphi(\omega)]$	Переходная функция
Инерционно-форсирующее (упругое)	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} =$ $= \frac{k \cdot T \cdot p + 1}{T \cdot p + 1}$	<p>$k > 1$</p> 	 $x_{\text{ВЫХ}}(t) = [1 + (k - 1) \cdot e^{-\frac{t}{T}}] \cdot 1(t)$

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ $[L(\omega)]$, ЛФЧХ $[\varphi(\omega)]$	Переходная функция
Инерционно-форсирующее (упругое)	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{k \cdot T \cdot p + 1}{T \cdot p + 1}$	<p><u>$k < 1$</u></p> 	 $x_{\text{ВЫХ}}(t) = [1 + (k - 1) \cdot e^{-\frac{t}{T}}] \cdot 1(t)$

2. Реальные типовые динамические звенья

2.2 Звенья второго порядка

Название	Уравнения, $W(p)$	ЛАЧХ $[L(\omega)]$, ЛФЧХ $[\varphi(\omega)]$	Переходная функция
Колебательное	$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} =$ $= \frac{1}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot T \cdot \xi \cdot p + 1}$	<p> $L(\omega), \text{лог}$ $\xi = 0$ $0 < \xi < 0,5$ $\xi = 0,5$ $0,5 < \xi$ $\lg \frac{1}{T}$ 0 $\lg \omega, \text{дек}$ $\varphi(\omega), \text{гр}$ 0 -90 -180 $\xi = 0$ $0 < \xi < 1$ $1 < \xi$ </p>	<p> x 2 1 $x_{\text{ВЫХ}}(\infty)$ $x_{\text{ВЫХ}}(0)$ 0 $0 \cdot T_{\text{ЗАГ}}$ $1 \cdot T_{\text{ЗАГ}}$ $2 \cdot T_{\text{ЗАГ}}$ $3 \cdot T_{\text{ЗАГ}}$ $4 \cdot T_{\text{ЗАГ}}$ $t, \text{сек}$ $T_{\text{КОЛ}}$ $T_{\text{КОЛ}}$ </p> $T_{\text{ЗАГ}} = \frac{1}{\omega_0 \cdot \xi};$ $T_{\text{КОЛ}} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \xi^2}};$ $\omega_0 = \frac{1}{T}.$