

**Обобщающий урок
по теме:
«Квадратичная
функция.
Её свойства и
график».**

Определение квадратичной функции

Квадратичной функцией называется функция , которую можно задать формулой вида:

$$y = ax^2 + bx + c$$

где: a, b, c – числа

x – независимая переменная

$$a \neq 0$$



Графиком квадратичной функции
 $y = ax^2 + bx + c$ является парабола,
которая получается из параболы
 $y = ax^2$ параллельным переносом.

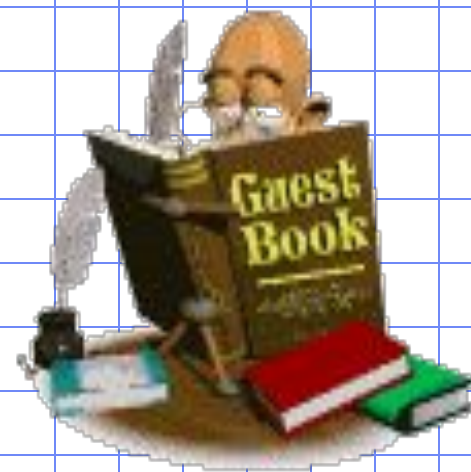
Вершина параболы - $(x_0; y_0)$,

$$\text{где : } x_0 = -\frac{b}{2a} \quad y_0 = y(x_0)$$

Осью параболы будет прямая

$$x = x_0 \text{ т.е.}$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$



Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение

$$b^2 - 4ac$$

Его обозначают буквой D , т.е. $D = b^2 - 4ac$.

Возможны три случая:

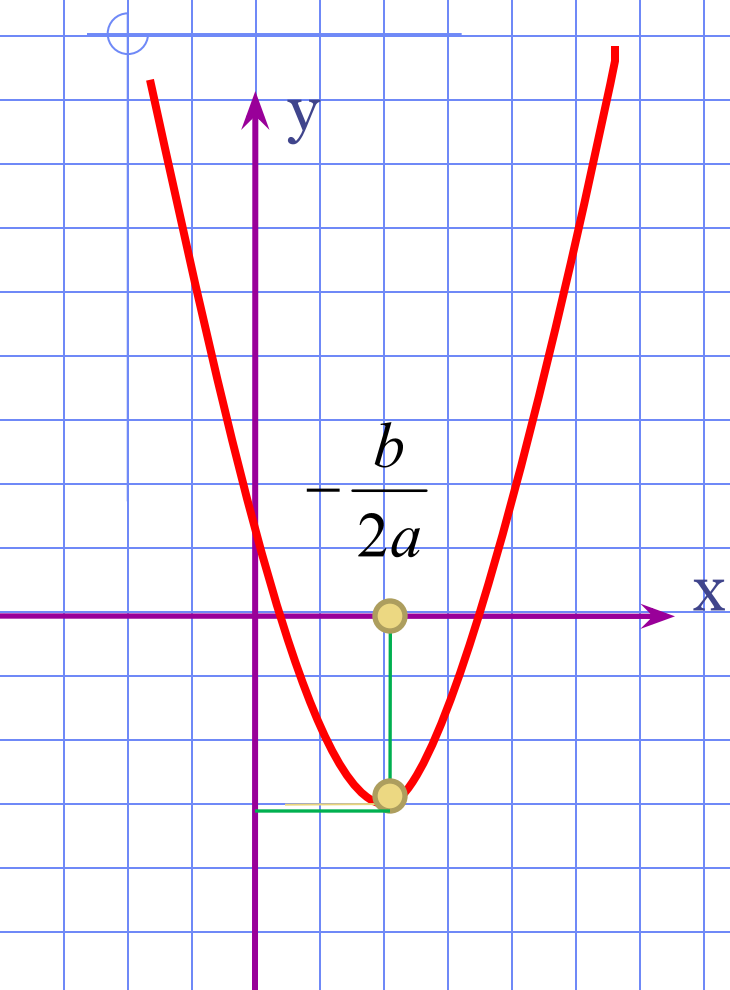
$$\square D > 0$$

$$\square D = 0$$

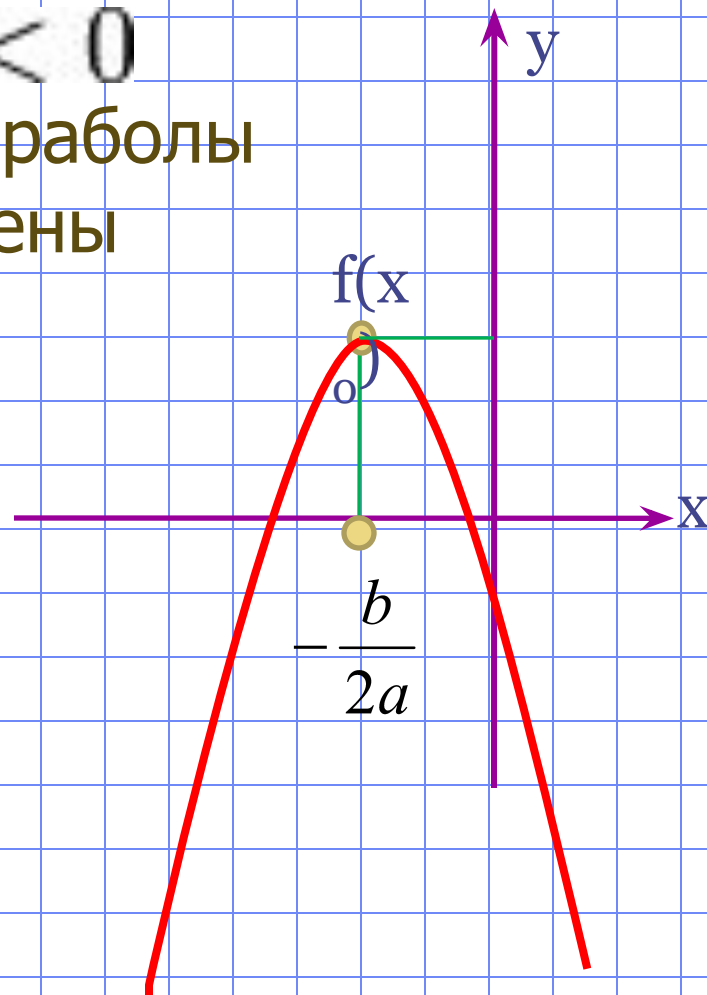
$$\square D < 0$$

- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,
- если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,

При $a > 0$ ветви параболы
направлены вверх,



При $a < 0$
ветви параболы
направлены
вниз



Алгоритм построения графика функции $y = ax^2 + bx + c$

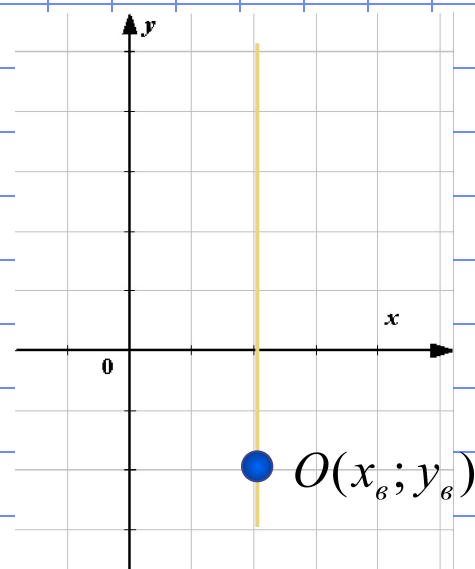
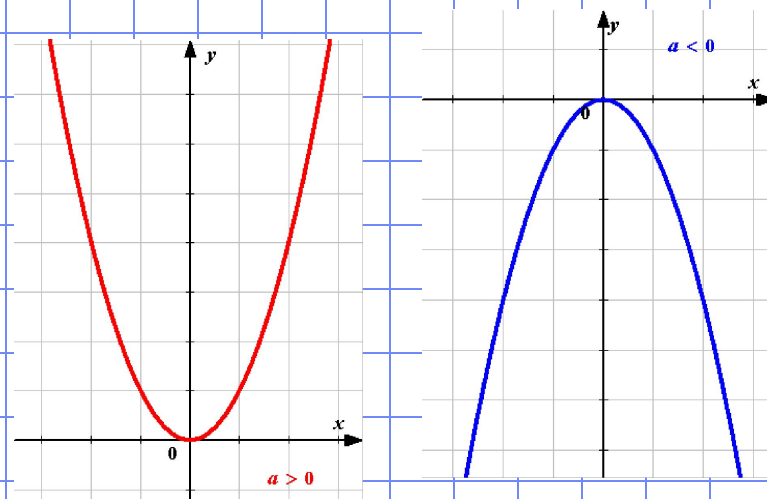
1. Определить направление ветвей параболы.

2. Найти координаты вершины параболы

$$O(x_в; y_в)$$

$$x_в = \frac{-b}{2a} \quad y_в = y(x_в)$$

3. Провести ось симметрии $x = x_в$



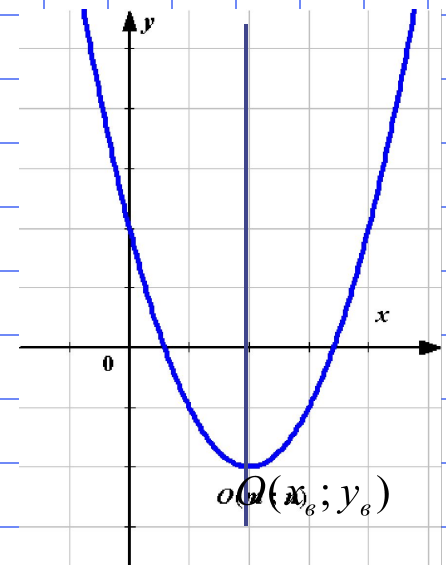
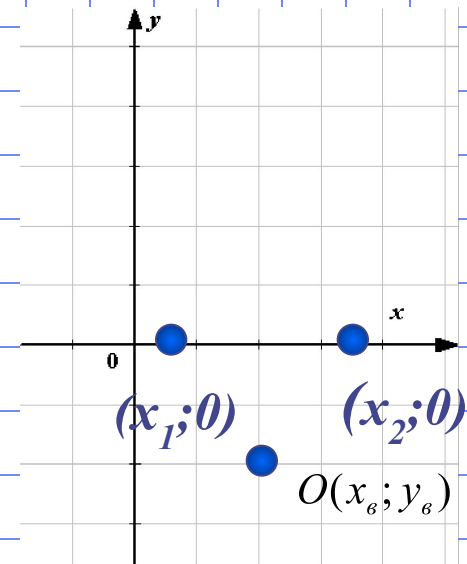
4. Определить точки пересечения графика функции с осью O_x , т.е. найти нули функции

$$y = 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$$

5. Составить таблицу значений функции с учетом оси симметрии параболы.

x	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_1	y_2	y_3	y_4

6. Построить график функции.



Рассмотрим пример:

Построить график функции

$$y = x^2 - 4x + 3$$

а) Привести к каноническому виду

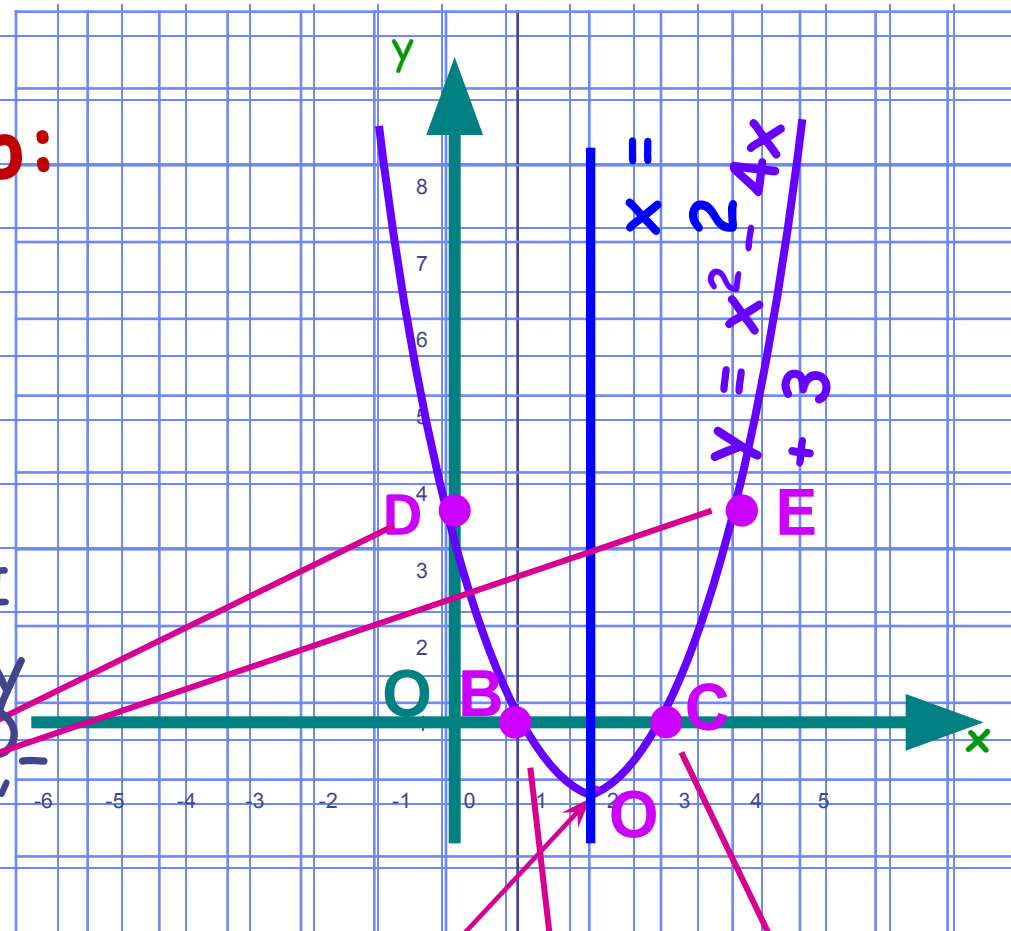
б) Найти координаты вершины параболы, координаты точек пересечения с осями координат, координаты точек симметрии.

в) Найти координаты точек пересечения с осями координат.

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \frac{b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 = 2^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$



$O(2; -1)$

$B(1; 0); \quad C(3; 0)$

Пример:
Рассмотрим свойства
функции $y = x^2 - 2x - 3$

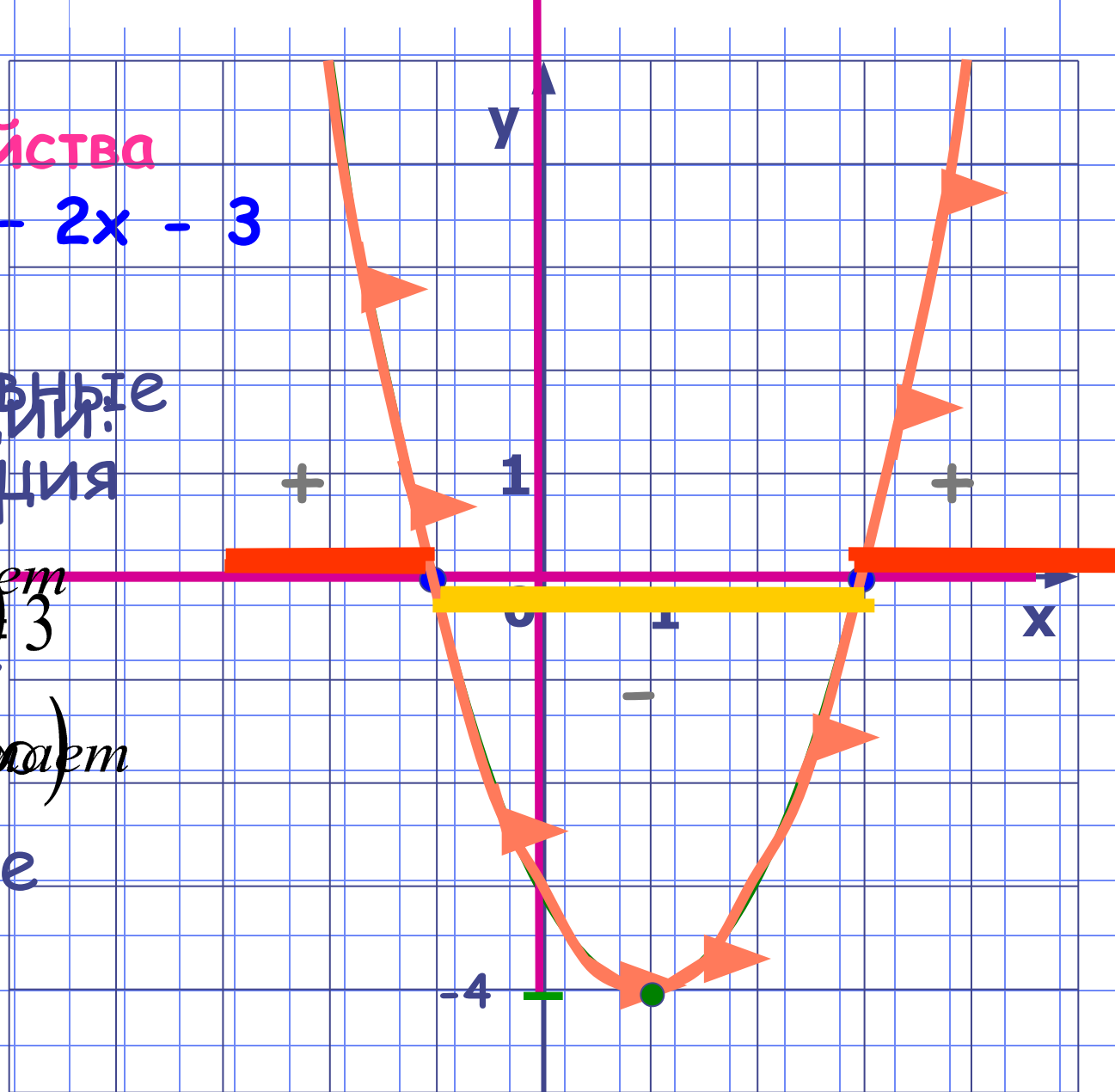
1. Область определения:
2. Область значений:
3. Интервалы монотонности:
4. Экстремумы:

5. Промежутки знакопеременности:
6. Нули функции:

7. Промежутки возрастания/убывания:

8. Промежутки отрицательности/положительности:

$(-1; 3)$



Построим график

$$y = x^2 - 6x + 8$$

$$x = -(b / 2a)$$

$$y = 9 - 18 + 8 = -1$$

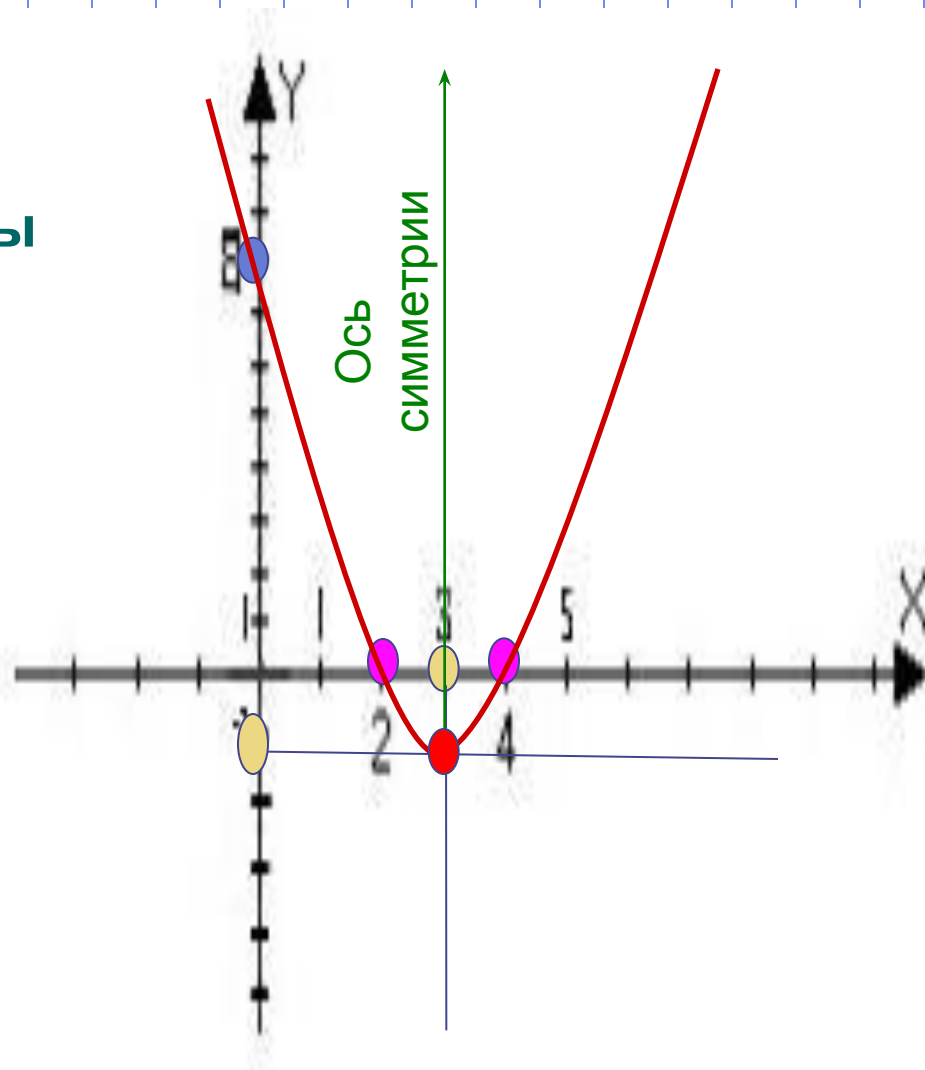
(3; -1)- вершина параболы

Решив квадратное уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$ определяем нули функции

$$x = 2 \text{ и } x = 4$$

$a > 0$ (Ветви параболы направлены вверх)

Точка пересечения с осью ординат (0 ; 8)



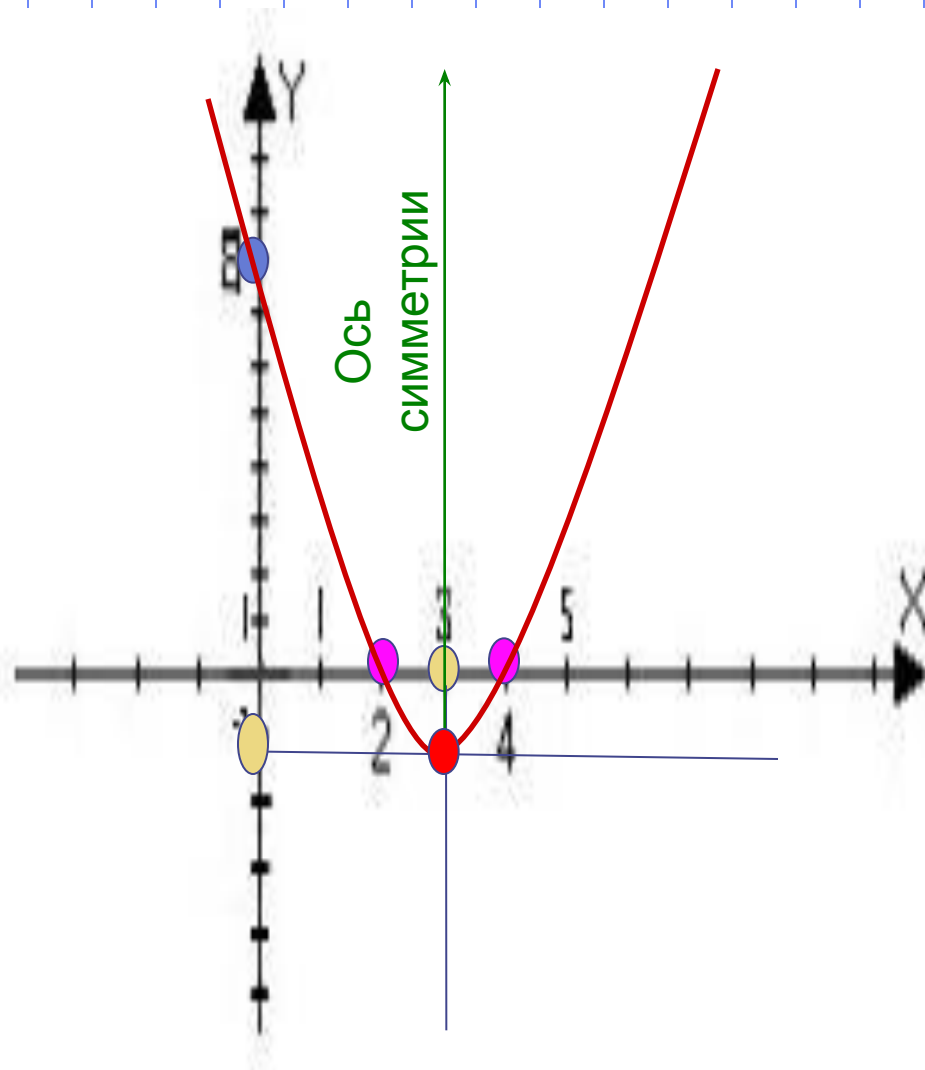
Область значений функции –
 $E(f) = [-1; +\infty)$

Функция возрастает в
промежутке $[+3; +\infty)$

Функция убывает в
промежутке $(-\infty; +3]$

Наименьшее
значение функции
равно -1

Наибольшего
значения функции не
существует



Функция

$$y = 2x^2 + 4x - 5$$

План построения

1) Построить вершину параболы

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$y_0 = y(x_0) = -7$$

2) Построить ось симметрии $x = -1$

3) Найти нули функции

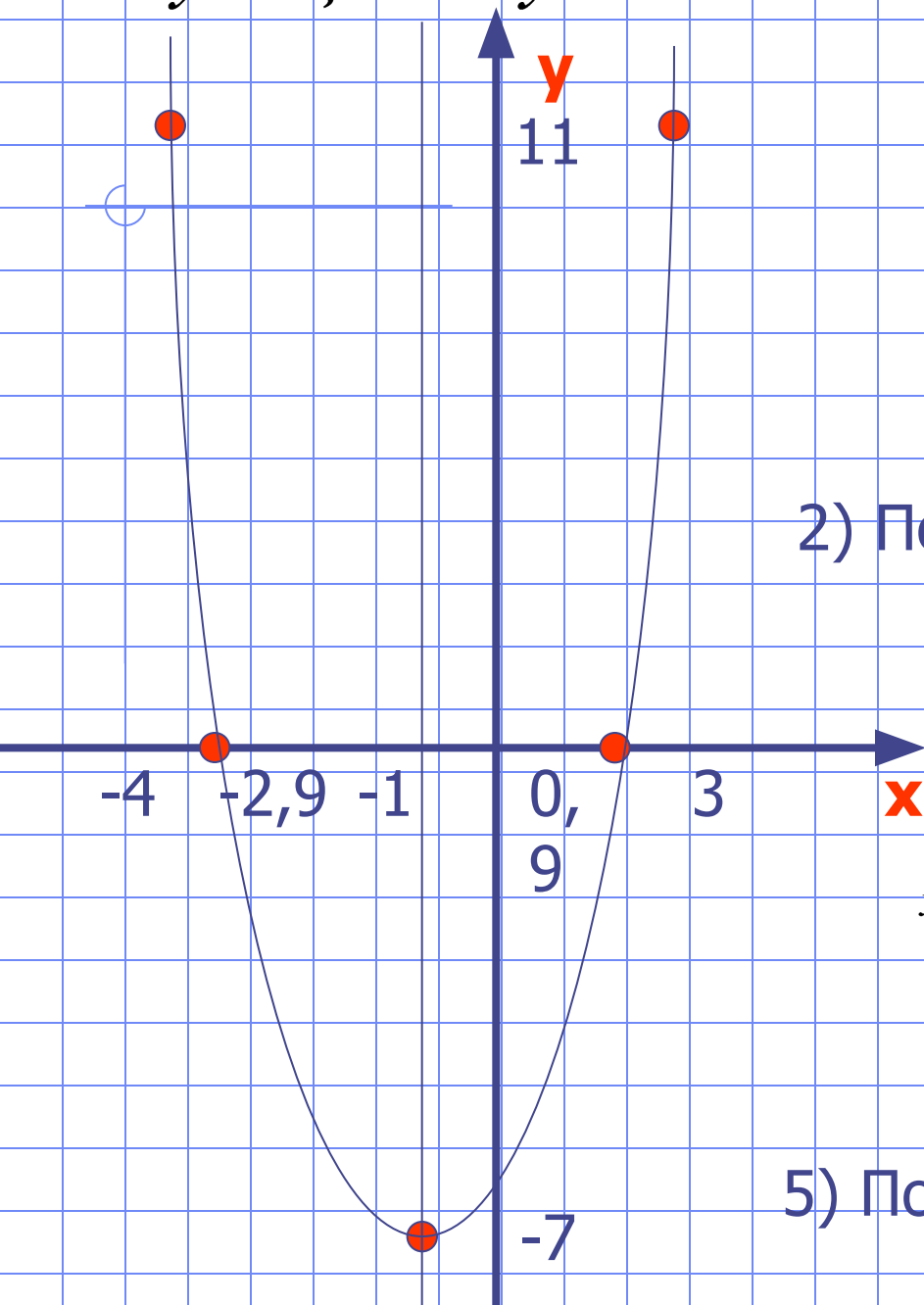
$$(x_1; 0), (x_2; 0)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_1 = -2,9; \quad x_2 = 0,9$$

4) Дополнительные точки

$$(-4; 11); (3; 11)$$

5) Построить параболу по точкам



**Спасибо
за
внимание!**

